S T Q Q S S D

__/__/__

Lista 3

1) $f(x) = \begin{cases} x^2 & , \ x \leq 0 \\ \dfrac{x}{2-x} & , \ 0 < x < 2 \\ x+1 & , \ x \geq 2 \end{cases}$

a) $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} x^2 = 0$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \dfrac{\cancel{x}}{2-x} = 0$

$\Rightarrow \lim_{x \to 0} f(x) = 0 =$

$f(0) = 0^2$

Logo $f(x)$ é contínua em $x = 0$

b) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \dfrac{x}{2-x} = +\infty \Rightarrow f(x)$ é

descontínua em $x = 2$. pois $\lim_{x \to 2} f(x)$ não existe.

b) $f'(0) = \lim_{h \to 0} \dfrac{f(0+h) - f(0)}{h} =$

$\lim_{h \to 0^+} \dfrac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \to 0^+} \dfrac{\frac{h}{2-h} - 0}{h} = \lim_{h \to 0^+} \dfrac{1}{2-h} = \dfrac{1}{2}$

$\lim_{h \to 0^-} \dfrac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \dfrac{h^2 - 0}{h} = \lim_{h \to 0^-} h = 0$

Logo, $f'(0)$ não existe $\Rightarrow f$ não é derivável em $x = 0$

(*) Em $x = 2$, já provamos que f é descontínua $\Rightarrow f$ não é derivável em $x = 2$.

S T Q Q S S D

__/__/__

2) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ \sqrt{x}, & 1 < x \leq 4 \\ \dfrac{1}{x-4}, & x > 4 \end{cases}$

a) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} x^2 = 1$

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} \sqrt{x} = 1$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to 1} f(x) = 1 = f(1) = 1^2$

Logo, $f(x)$ é contínua em $x = 1$

$\lim\limits_{x \to 4^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 4^-} \sqrt{x} = 2$

$\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 4^+} \dfrac{1}{x-4} = +\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to 4} f(x)$ não existe

$\Rightarrow f(x)$ não é contínua em $x = 4$.

b) $f'(1) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(1+h) - f(1)}{h}$

$\lim\limits_{h \to 0^+} \dfrac{\sqrt{1+h} - 1}{h} = \lim\limits_{h \to 0^+} \dfrac{(\sqrt{1+h} - 1)(\sqrt{1+h} + 1)}{h(\sqrt{1+h} + 1)}$

$\lim\limits_{h \to 0^+} \dfrac{\cancel{1}+\cancel{h}-\cancel{1}}{\cancel{h}(\sqrt{1+h} + 1)} = \lim\limits_{h \to 0^+} \dfrac{1}{\sqrt{1+h} + 1} = \dfrac{1}{2}$

$\lim\limits_{h \to 0^-} \dfrac{(1+h)^2 - 1}{h} = \lim\limits_{h \to 0^-} \dfrac{\cancel{1} + 2h + h^2 - \cancel{1}}{h} = \lim\limits_{h \to 0^-} 2+h = 2$

spiral®

S T Q Q S S D

___/___/___

Continuação: Questão 2 b)

Observamos então que $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1)$ não existe $\Rightarrow$ f não é derivável em $x = 1$.

Em $x = 4$, f não é derivável pois f não é contínua em $x = 4$.