

1

Considere o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

- a) Resolva o sistema utilizando eliminação Gaussiana utilizando aritmética exata.
- b) Suponha que o elemento $a_{33} = 2$ da matriz seja alterado para $a_{33} + \delta$. Para qual valor de δ o sistema deixa de ter solução?

2

Resolva o seguinte sistema linear:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

3

Explique o que é a fatoração $PA = LU$ e como podemos resolver um sistema linear $Ax = b$ utilizando-a.

4

Utilize o algoritmo de eliminação Gaussiana com pivoteamento parcial para encontrar a fatoração $PA = LU$ da seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

5

Quais os possíveis números de soluções que um sistema linear pode ter? Prove sua afirmação.

6

Qual a menor dimensão possível de um sistema linear que possui infinitas soluções? Dê um exemplo.

7

Encontre um exemplo em que o método de eliminação de Gauss falha mas que o método de eliminação com pivoteamento parcial é bem sucedido. Qual a menor dimensão possível de um problema em que isso acontece?

8

Um sistema tridiagonal é um sistema tal que sua matriz de coeficientes possui elementos não nulos somente na sua diagonal principal e nas diagonais superior e inferior à principal. Descreva um algoritmo eficiente de eliminação gaussiana para a solução de sistemas tridiagonais. Qual é o número de operações executadas pelo seu algoritmo para resolver um sistema tridiagonal $n \times n$?

9

O seu nutricionista concluiu que você precisa suplementar sua dieta com 350mg de vitamina C, 5200UI de vitamina A e 400UI de vitamina D por dia e recomenda os seguintes suplementos: Fortex Ultra, contendo 50mg de vitamina C, 1000UI de vitamina A e 100UI de vitamina D por cada 10g; Completol Mega, contendo 100mg de vitamina C, 200UI de vitamina A e 100UI de vitamina D por cada 20g e D-livre Saudabilis, contendo 50mg de vitamina C e 500UI de vitamina A, mas nada de vitamina D por cada 5g.

Qual a quantidade diária de cada complemento que você deve tomar?

Atenção, os valores recomendados acima são puramente ilustrativos!

10

Como você calcularia o determinante de uma matriz utilizando a fatoração $PA = LU$?

11

Descreva uma forma de calcular A^{-1} (a inversa da matriz A) utilizando eliminação gaussiana com pivoteamento.