

Avaliação Escrita

Observação: Todo o material disponível na sala LCE5783 do moodle pode ser consultado, assim como seus próprios *scripts* das listas. **Não é permitido** a consulta de material do colega de sala, assim como busca em *internet*.

- Questão** (2,0 pontos): Em 12 lotes de manteiga de amendoim apresentaram resíduos de aflatoxina em partes por bilhão de 4,94; 5,06; 4,53; 5,07; 4,99; 5,16; 4,38; 4,43; 4,93; 4,72; 4,92 e 4,96. Para esses dados:
 - Escreva um *script* para calcular a estimativa jackknife da mediana e do erro padrão.
 - Utilizando $B = 1000$ reamostras, elabore um *script* para calcular a estimativa *bootstrap* da mediana e do erro padrão.
- Questão** (1,0 pontos): Suponha que o arquivo `soja.csv` contém as informações de três variedades de soja com o tempo de maturação em dias e a estatura da planta em centímetros. Importe o arquivo com o nome `dados` e faça um *script* para determinar a estatura média (em cm) das plantas da variedade V1 cuja maturação é menor do que 115 dias.

- Questão** (2,0 pontos): Considere uma variável aleatória Y com função densidade de probabilidade dada por

$$f(y) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} y^{a-1} (1-y)^{b-1}, \quad 0 < y < 1.$$

- Escreva um algoritmo para gerar as variáveis aleatórias pelo método da aceitação e rejeição;
 - Assumindo $n = 300$, $a = 2$ e $b = 5$, escrever um *script* em R para gerar uma amostra Y_1, \dots, Y_{300} pelo método da aceitação e rejeição. Com os números aleatórios gerados:
 - construa um histograma;
 - insira a curva da função densidade.
- Questão** (3,0 pontos): A função de probabilidade de uma variável aleatória Y é definida como

$$P(Y = y) = \frac{\Gamma(\phi + y)}{\Gamma(y + 1)\Gamma(\phi)} \left(\frac{\mu}{\mu + \phi}\right)^y \left(\frac{\phi}{\mu + \phi}\right)^\phi, \quad y = 0, 1, 2, \dots,$$

em que $\phi > 0$, $\mu > 0$, $E(Y) = \mu$ e $\text{var}(Y) = \mu + \frac{\mu^2}{\phi}$.

- Determine a fórmula recursiva da distribuição de probabilidade;
- Escreva o algoritmo de uma função denominada `gvad` com argumentos n , ϕ e μ para gerar as variáveis aleatórias pelo método da transformação inversa;
- Utilize a função com argumentos $n = 100$, $\phi = 5$ e $\mu = 10$ para gerar 1000 amostras Y_1, \dots, Y_{1000} e siga as seguintes instruções:
 - criar um objeto do tipo matriz de ordem 1000×2 ;
 - para cada amostra, calcular a média e armazenar na primeira coluna da matriz;
 - para cada amostra, calcular a variância e armazenar na segunda coluna da matriz;

- construir um histograma com as 1000 médias e um outro histograma com as 1000 variâncias, de modo que fiquem lado a lado;
- insira uma linha vertical utilizando para indicar o valor exato da $E(Y)$ e da $\text{var}(Y)$, respectivamente. Insira, também, uma outra linha vertical para indicar a média das 1000 estimativas da coluna 1 e da coluna 2 da matriz, respectivamente;
- coloque uma legenda para indicar as linhas do valor exato e das médias das réplicas.

5. **Questão** (2,0 pontos): Integração numérica

a) A função gama dada por

$$\Gamma(\lambda) = \int_0^{\infty} x^{\lambda-1} e^{-x} dx,$$

em que $\lambda > 0$.

- Determine a expressão da aproximação de Laplace da integral;
- Utilizando aproximação de Laplace, determine numericamente os valores da função gama considerando λ uma sequência de 10 valores entre 2 e 5 (inclusive). (enviar para avaliação a resolução da expressão da aproximação de Laplace e o *script*)

b) (PPGEEA) Utilizando uma quadratura de Gauss com $n = 100$ pontos, escreva um *script* para calcular a integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \prod_{i=1}^5 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2}(y_i - b)^2 \right] \right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{1}{2}b^2 \right) db,$$

em que $y = (0.26, 1.20, 0.34, 0.42, 0.72)$. (enviar para avaliação a expressão da integral e o *script*)

c) (Demais PPG) Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada por

$$f(x) = \frac{2}{9}x \exp \left[-\left(\frac{x}{3}\right)^2 \right], \quad x > 0.$$

Faça um *script* para calcular $P(X < 3)$, utilizando uma quadratura de Gauss com $n = 10$ pontos (enviar para avaliação a expressão da integral e o *script*).