

# Lista 8

## Álgebra 1 para licenciatura

### MAT0120

**Entrega: 19/05/2020**

Exercícios retirados do livro: **Números, Uma Introdução a Matemática**. Vocês devem entregar até a data limite(19/05/2020).

**Exercício 1.** *Construir as tabelas de adição e multiplicação de  $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$  e  $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ .*

**Exercício 2.** *Em  $\mathbb{Z}/24\mathbb{Z}$  determinar:*

1. *Os menores representantes positivos de  $\overline{(-5)}$  e  $\overline{(-4)}$ ;*
2. *Todos os divisores de zero e os elementos invertíveis;*
3. *Faça uma tabela de multiplicação dos invertíveis.*

**Exercício 3.** *Prove que em um anel finito, não trivial, não pode haver uma relação de ordem total tal que  $\forall a, b, c(a \leq c \Rightarrow a + c \leq b + c)$ .*

**Exercício 4.** *Resolver as seguintes equações em  $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$*

1.  $x^{21} - x = 0$ , para  $m = 5$ ;
2.  $x^{12} - x = 0$ , para  $m = 5$ ;

*Agora, para  $p$  um primo positivo, resolva em  $\mathbb{Z}_p$*

3.  $x^p = 4$ ;
4.  $x^{2p} - x^p = 6$ ;
5.  $x^{4p-4} - x^{2p-2} = 5$ .

**Exercício 5.** *Seja  $m|n$  inteiros positivos. Seja  $f : \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$  dado por  $f(\bar{x}) = \bar{x}$ .*

1. Mostre que  $f$  está bem definida, isto é, satisfaz as condições para ser função.

2. Mostre que:

(a)  $f(\alpha + \beta) = f(\alpha) + f(\beta)$ ;

(b)  $f(0) = 0$ ;

(c)  $f(1) = 1$ ;

(d)  $f(\alpha \cdot \beta) = f(\alpha) \cdot f(\beta)$

**Exercício 6.** Sejam  $m$  e  $n$  primos entre si e  $f : \mathbb{Z}/mn\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/m\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  dada por  $f(\bar{x}) = (\bar{x}, \bar{x})$ .

1. Mostre que  $f$  está bem definida;

2. Mostre que  $f(0) = 0$  e  $f(1) = 1$ ;

3.  $f(\alpha + \beta) = f(\alpha) + f(\beta)$  (a soma no membro da direita é dada componente a componente);

4.  $f(\alpha \cdot \beta) = f(\alpha) \cdot f(\beta)$  (a multiplicação no membro da direita é dada componente a componente);

5.  $f$  é bijetora.