PMT3532 - Termohidráulica de Sistemas de Geração de Potência I- Aula 06

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

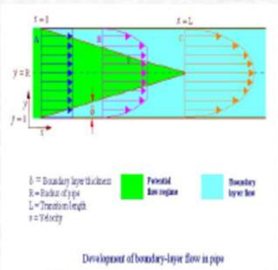
ipen Ensino

Prof. Dr. Alfredo Alvim
CEN- Centro Engenharia Nuclear
IPEN/CNEN- MCTIC

1

Conceitos de Mecânica dos Fluidos

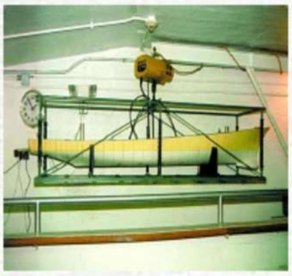
AFD



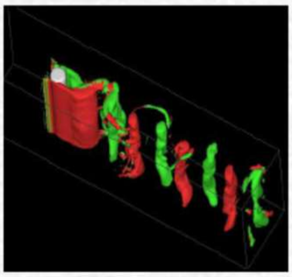
$$\nabla \bullet \mathbf{U} = 0$$

$$\frac{D\mathbf{U}}{Dt} = -\nabla p + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 \mathbf{U} + \nabla \bullet \overline{u_i u_j}$$

EFD



CFD



2

Engenharia dos Fluidos

Realidade

Sistema Engenharia Fluidos | Componentes | Idealizado

EFD, $U_D = \sqrt{B^2 + P^2}$ | Matemática Física Problema Formulação

AFD, U_m | CFD, $U_s = \sqrt{U_{SM}^2 + U_{SN}^2}$

EFD- Experimental Fluid Dynamics AFD- Analytical Fluid Dynamics
CFD – Cumputational fluid Dynamics

3

Personalidades da Mecânica dos Fluidos

Archimedes (C. 287-212 BC) | Newton (1642-1727) | Leibniz (1646-1716) | Bernoulli (1667-1748) | Euler (1707-1783)

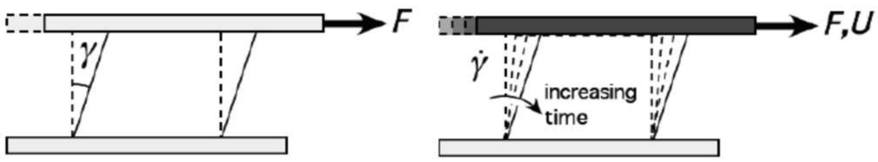
Navier (1785-1836) | Stokes (1819-1903) | Reynolds (1842-1912) | Prandtl (1875-1953) | Taylor (1886-1975)

4

O que é um Fluido?

É um material em um estado tal que se deforma continuamente quando sujeito a ação de cargas anisotrópicas (tensões cisalhantes), por menor que seja a carga.

Sólidos → oferecem resistência a deformação. Apresentam deformação finita quando submetidos a esforços cisalhantes



Sólido: equilíbrio estático

γ = deformação

Tensão cisalhante: $\tau = F/A = G\,\gamma$

G = módulo de elasticidade

Líquido: equilíbrio dinâmico

$\dot{\gamma}$ = taxa de deformação

Fluidos Newtonianos:

Lei de Newton: $\tau = \mu\ \dot{\gamma} = \mu\, du/dy$

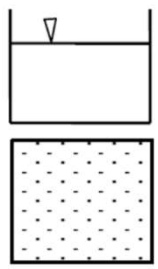
μ = viscosidade (propriedade do fluido)

Prof. Alfredo Alvim 5

5

Fluidos

- *Líquidos:* força coesiva entre moléculas é forte.
  Possui superfície livre
- *Gases:* força coesiva entre moléculas é fraca.
  Ocupa todo recipiente.



- Caracterização dos Fluidos quanto ao seu comportamento sob esforços normais compressivos:
  - Compressíveis: quando há variação apreciável de volumes devido à compressão. Gases em geral se comportam assim.
  - Incompressíveis: quando a variação do volume é pequena para grandes compressões. A maioria dos líquidos se comporta desta forma.

Prof. Alfredo Alvim 6

6

Propriedades dos Fluidos

- Matéria é formada por moléculas em movimento, colidindo. As propriedades de matérias estão relacionadas com o comportamento molecular

- **Massa específica** (ρ): relaciona-se com a ocupação da matéria $$\rho = \frac{m}{\forall} \quad \left(\frac{kg}{m^3}\right)$$
- **Volume específico (ν)**: relaciona-se com a ocupação da matéria $$\nu = \frac{\forall}{m} = \frac{1}{\rho} \quad \left(\frac{m^3}{kg}\right)$$
- **Densidade relativa (d):** razão entre a densidade da substância e uma densidade de referência (por exemplo: água). Adimensional $$d = \frac{\rho}{\rho_{ref}}$$

7

- **Pressão (P)**: resultante da colisão das moléculas com as paredes do recipiente
$$P \equiv \frac{Força}{área} \quad \left(\frac{N}{m^2} = Pa\right)$$

- **Temperatura (T):** é uma medida da energia cinética das moléculas. Medida relativa T (^oC, ^oF) ou absoluta T (K, R)
  - Igualdade de temperatura $\rightarrow$ equilíbrio térmico

- **Viscosidade absoluta(μ):** razão entre a tensão cisalhante(τ) e a taxa de deformação ($\dot{\gamma}$)
$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad \left(Pa\ s = \frac{kg}{m\ s}\right)$$
- **Viscosidade cinemática (υ)**
$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho} \quad \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

8

Estática de Fluidos

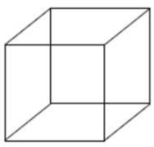
Um fluido é considerado estático quando as partículas não se deformam, isto é, estão em **repouso** ou em m**ovimento de corpo rígido.**

Como um fluido não suporta tensões cisalhantes sem se deformar, em um fluido estático só atuam tensões normais (pressão). A pressão exercida em um ponto é igual em todas as direções.

O estudo de estática de fluidos é importante em diversas aplicações, como manometria, propriedades da atmosfera, forças em sistemas hidráulicos e forças em corpos submersos.

Equações básicas da estática de fluidos

Considere um “cubo de fluido”…



Segunda Lei de Newton: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

Estática: $\vec{a} = 0 \Rightarrow \sum \vec{F} = 0$

$$\vec{F} = \vec{F}_s + \vec{F}_c$$

Força de superfície *Força de corpo*

- Equações diferenciais: equações por unidade de volume
  - Equações válidas em todos os pontos do espaço e instantes de tempo

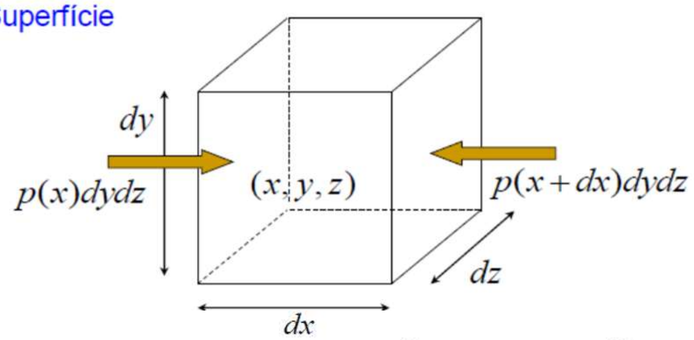
$\vec{f} = \vec{F} / d\forall$

$$\boxed{\vec{f}_s + \vec{f}_c = 0}$$

Equação da estática

Forças de Corpo $\vec{F}_c = \vec{P} = m\,\vec{g} = \rho\, d\forall\, \vec{g}$ $\boxed{\vec{f}_c = \rho\,\vec{g}}$

Forças de Superfície



Na direção x…

$$p(x)dydz - p(x+dx)dydz \Rightarrow F_x = \left[\frac{p(x) - p(x+dx)}{dx}\right] dx\, dy\, dz$$

$$f_x = \frac{F_x}{d\forall} = -\left[\frac{p(x+dx) - p(x)}{dx}\right] = -\frac{\partial p}{\partial x} \qquad f_y = -\frac{\partial p}{\partial y}; \quad f_z = -\frac{\partial p}{\partial z}$$

$$\vec{f}_s = -\frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k} \qquad \boxed{\vec{f}_s = -\nabla p}$$

11

$$\vec{f}_c + \vec{f}_s = 0$$

$$\boxed{-\nabla p + \rho \vec{g} = 0}$$

Em coordenadas cartesianas…

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z = 0$$

12

Variação da pressão em um fluido estático

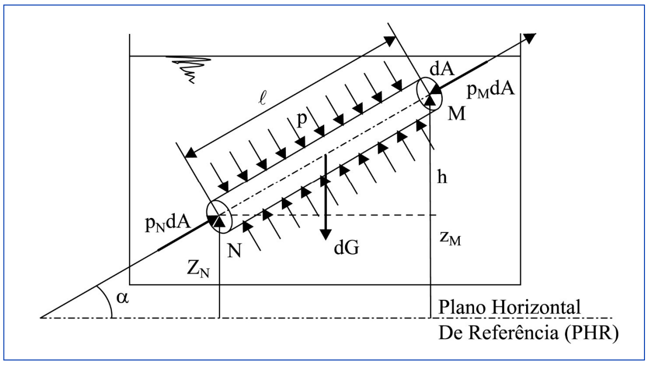
$\vec{g} = -g\vec{k}$

$$\left.\begin{array}{l} -\dfrac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ -\dfrac{\partial p}{\partial y} = 0 \end{array}\right\} \quad p \neq p(x, y)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{dz} = -\rho g$$

$$dp = -\rho g dz \quad \Rightarrow \quad \int_{p_0}^{p(z)} dp = -\rho g \int_0^z dz \quad \Rightarrow \quad \boxed{p = p_0 - \rho g z}$$

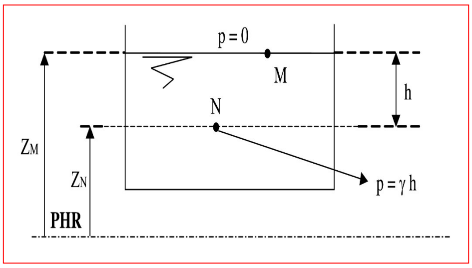
Teorema de Stevin



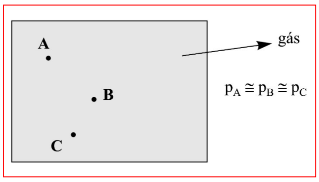
$$\boxed{P_N - P_M = \gamma . h}$$

"A diferença de Pressão entre dois pontos de um fluido em repouso é dada pelo peso específico do fluido multiplicado pela diferença de cota gravitacional entre os pontos."

Aplicações Teorema Stevin

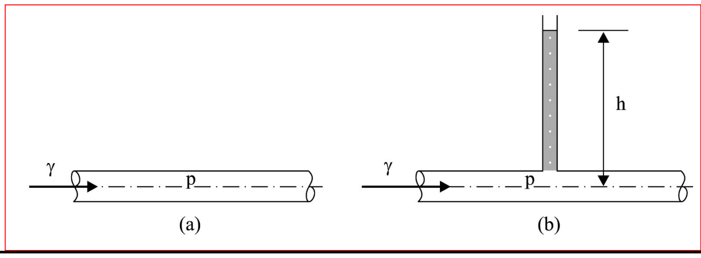


$\gamma_{gases} <<< \gamma_{líquidos}$



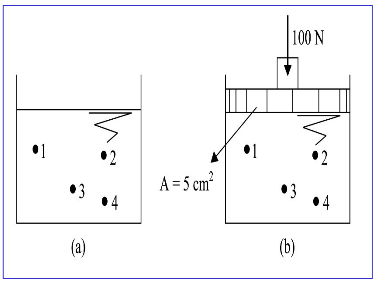
Carga de Pressão

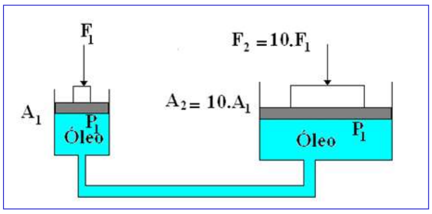
$\Delta P/\gamma = h$



Lei de Pascal

A pressão aplicada em um ponto de um fluido em repouso transmite-se integralmente a todos os pontos do fluido.



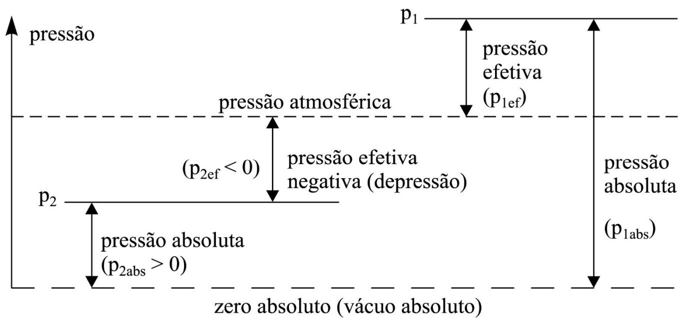


Exs.:Direção hidráulica, freios , macaco hidráulico, prensas hidráulicas, atuadores hidráulicos.

Escalas de Pressão

$P_{absoluta} = P_{manométrica} + P_{atmosférica\ local}$

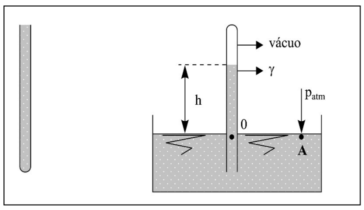
$P_{manométrica} = P_{efetiva}$



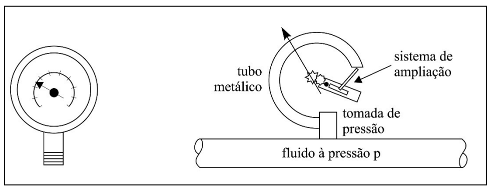
17

Medidores de Pressão Estática

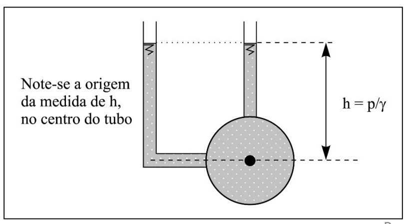
Barômetro

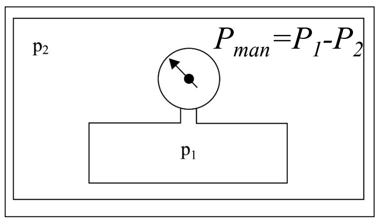


Manômetro de Bourdon



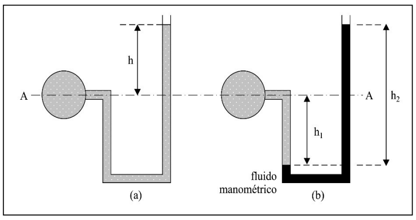
Coluna Piezométrica - Piezômetro

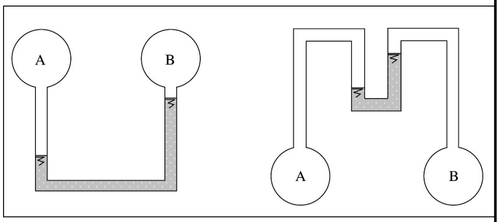




18

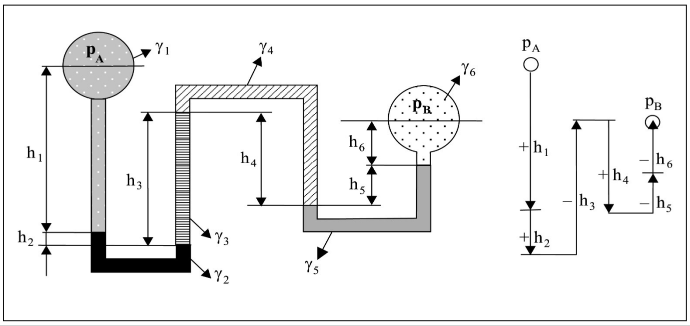
Manômetro com tubo em U | **Manômetro em U diferencial**





Equação Manométrica

$$P_A + \gamma_1.h_1 + \gamma_2.h_2 - \gamma_3.h_3 + \gamma_4.h_4 - \gamma_5.h_5 - \gamma_6.h_6 = P_B$$

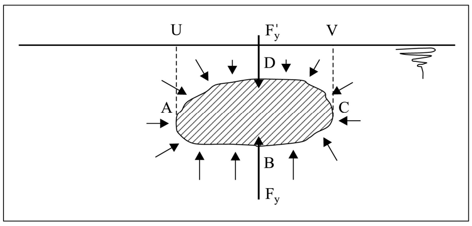


19

19

EMPUXO

Princípio de Arquimedes: “Num corpo total ou parcialmente imerso num fluido, age uma força vertical de baixo para cima, chamada empuxo, cuja intensidade é igual ao peso do volume de fluido deslocado”



CORPO ABCD

$$F_y = \gamma . V_{UABCV}$$

Superfície ABC

$$F_{y'} = \gamma . V_{UADCV}$$

Superfície ADC

$$E = F_y - F_{y'} = \gamma . (V_{UABCV} - V_{UADCV})$$

$$E = \gamma . V_{ABCD} = \gamma . V$$

E= Empuxo;
V= Volume de fluido deslocado pelo corpo;
γ = peso específico do fluido.

Prof. Alfredo Alvim 20

20

Fluidos em Movimento

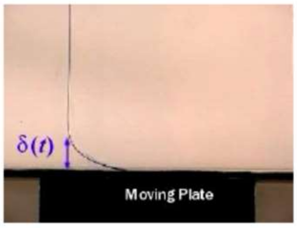
- O escoamento dos fluidos é determinado a partir do conhecimento da velocidade em cada ponto do escoamento, isto é, a partir do campo das diversas grandezas relevantes.
- **Tipos de Campos:**
  - Campo escalar:
    - massa específica: $\rho(\boldsymbol{r},t)$; temperatura: $T(\boldsymbol{r},t)$; pressão $p(\boldsymbol{r},t)$
  - Campo vetorial:
    - velocidade: $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{r},t)$; aceleração: $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{r},t)$; força $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r},t)$
  - Campo Tensorial:
    - tensão: $\sigma(\boldsymbol{r},t)$; gradiente de velocidade: $\nabla V(\boldsymbol{r},t)$; taxa de deformação $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)$

Técnicas Básicas de Análise

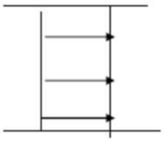
- **Formulação Integral:** equações de conservação são aplicadas a um volume de controle finito
  - menor esforço; resultados globais.
  - ótima ferramenta quando se deseja valores médios e globais.
  - Não fornece detalhes do escoamento.
  - exemplo: força de arraste agindo sobre um objeto
- **Formulação Diferencial:** equações de conservação são aplicadas a um volume de controle infinitesimal
  - maior esforço; resultados pontuais.
  - soluções detalhadas, porém complicadas
  - exemplo: distribuição de pressão ao longo da superfície de um objeto

Tipos de Escoamento

- Regime permanente:
  - $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{r})$; isto é $\partial(\ \ )/\partial t = 0$
- Regime transiente:
  - $\boldsymbol{V}=\boldsymbol{V}(\boldsymbol{r},t)$ Caso geral: $\partial(\ \ )/\partial t \neq 0$



- Escoamento uniforme: a velocidade é a mesma em qualquer ponto do escoamento
- Escoamento não uniforme: a velocidade varia de ponto para ponto do escoamento

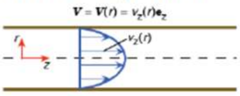


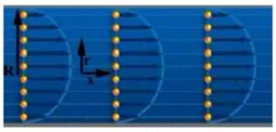
Prof. Alfredo Alvim 23

23

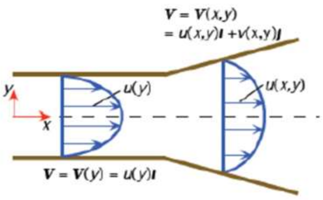
Dimensão

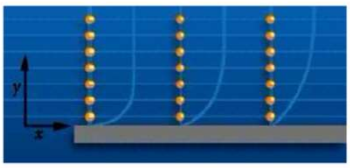
- Uni-dimensional: ***v*** depende somente de uma coordenada espacial





- Bi-dimensional: ***v*** depende somente de duas coordenadas espaciais



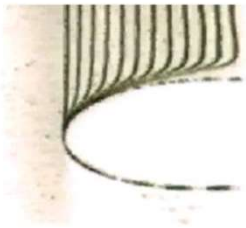


- Tri-dimensional: ***v*** depende das três coordenadas espaciais, caso geral.

Prof. Alfredo Alvim 24

24

- Fluido perfeito, sem viscosidade:
  $\tau \approx 0$ ($\dot{\gamma} \approx 0$)
- Fluido viscoso : $\tau \neq 0$

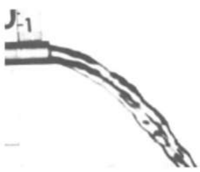


Caracterização dos Fluidos quanto ao seu comportamento sob esforços normais compressivos:

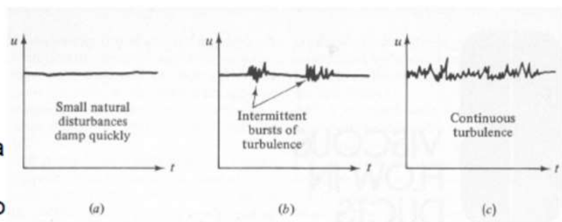
- Compressíveis: quando há variação apreciável de volumes devido à compressão. Gases em geral se comportam assim. $\rho \neq$ constante (M>0,3), onde M= V/c é o número de Mach; c = velocidade do som
- Incompressíveis: quando a variação do volume é pequena para grandes compressões. A maioria dos líquidos se comporta desta forma. $\rho \approx$ constante

Regime de Escoamento:

- Escoamento laminar: movimento regular
- Escoamento Turbulento: aparecem turbilhões no escoamento, causando um movimento de mistura. O turbilhamento provoca um regime não permanente. Porém o tempo característico de flutuação turbulenta < < escala de tempo que define o regime permanente ou transiente



•Se o escoamento é laminar, eventuais perturbações serão amortecidas e desaparecerão (Fig. a). Durante a transição, picos esporádicos de turbulência surgirão (Fig. b). Durante o regime turbulento, o escoamento flutuará continuamente (Fig. c).



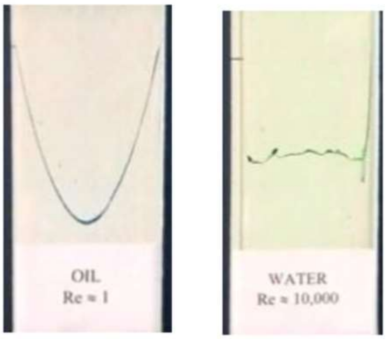
- Experiência de Reynolds

Laminar: filamento de corante não se mistura

Turbulento: o corante mistura rapidamente

O escoamento turbulento ocorre a altas velocidades. A transição é caracterizada pelo no. de Reynolds

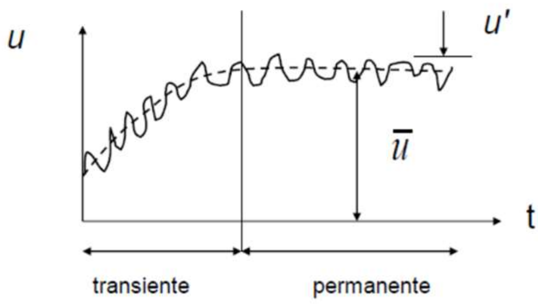
$$\mathbf{Re} = \frac{\rho V D}{\mu}$$



- Reynolds altos $\rightarrow$ esc. turbulento
- Reynolds baixo $\rightarrow$ esc. laminar

- A análise estatística baseia-se no fato de que o escoamento turbulento pode ser descrito por um valor médio e mais uma flutuação *u'* (muitas vezes da ordem de 1% a 10% de   )

$$u = \overline{u} + u'$$



- Para o engenheiro, muitas vezes é suficiente conhecer o comportamento do valor médio.

Equações de Conservação

- Equação de Conservação de Massa (continuidade)
- Equação de Conservação de Quantidade de Movimento Linear (2ª Lei de Newton)
  - Equação de Bernoulli
- Equação de Energia (1ª Lei da termodinâmica)
  - Equação de Bernoulli Modificada
  - Instalações hidráulicas
  - Perda de carga
  - Fator de atrito

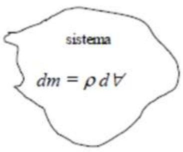
Prof. Alfredo Alvim 29

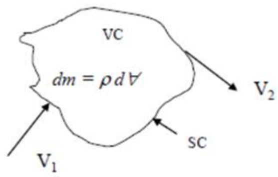
29

Teorema de Transporte de Reynolds

- permite transformar as equações para sistema (massa fixa) para volumes de controle (volume fixo)

Variação total com o tempo de de uma grandeza de um sistema = taxa de variação da grandeza específica no VC + fluxo líquido saindo grandeza específica através da SC





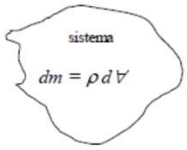
- ϕ = grandeza específica ; ρ = massa específica ;
- $d \forall$ = volume infinitesimal
- $d\,m$ = massa infinitesimal ; $d\,m = \rho\, d \forall$;
- $d\,\Phi$ = grandeza no volume infinitesimal ; $d\,\Phi = \phi\, d\,m = \phi\, \rho\, d \forall$

Prof. Alfredo Alvim 30

30

Equação de Conservação de Massa

- **Sistema:**



$$\frac{d}{d\,t}\int_{\forall_{sistema}} \rho\, d\forall = 0 \Rightarrow \frac{d\,m}{d\,t} = 0$$

- **Volume de controle:**

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho d\forall + \int_{SC} \rho \vec{V} \bullet \vec{n}\, d\,A = 0}$$

A
Variação com o tempo da
da massa do volume de controle

B
Fluxo líquido de massa
através da superfície de controle

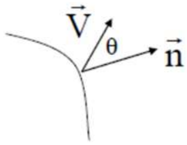
Conservação de Massa $\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho d\forall + \int_{SC} \rho \vec{V} \bullet \vec{n}\, d\,A = 0$

$$m_{VC} = \int_{VC} \rho d\forall \qquad \int_{SC} \rho \vec{V} \bullet \vec{n}\, d\,A = \int_{SC} \rho \left| \vec{V} \right| \cos\theta\; d\,A = \int_{SC} \rho V_n\; d\,A$$

$$\dot{m} = \rho\, V_n\, A \;= \text{fluxo de massa} \qquad \int_{SC} \rho V_n\; d\,A = \sum \dot{m}_s - \sum \dot{m}_e$$

Se escoamento entra ($\theta > 90$) $\cos\theta < 0$

Se escoamento saí ($\theta < 90$) $\cos\theta > 0$



$$\frac{\partial\, m_{VC}}{\partial t} = \sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s$$

Regime permanente: $\partial / \partial t=0$

- Hipóteses:
  - O VC não se move em relação ao sistema de coordenadas
  - O estado da massa em cada ponto do VC não varia com o tempo
  - Fluxo de massa através da SC e o estado de massa que cruza a SC não variam com o tempo

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho d\forall = \frac{\partial\, m_{VC}}{\partial t} = 0$$

Regime permanente: $\int_{SC} \rho \vec{V} \bullet \vec{n}\, dA = 0$ $\quad \sum \dot{m}_e = \sum \dot{m}_s$

Regime permanente, com 1 entrada e 1 saída: $\dot{m}_e = \dot{m}_s$

$$\dot{m} = cte$$

Prof. Alfredo Alvim 33

33

Equação de Conservação de Quantidade de Movimento

(2ª. Lei de Newton)

Na **formulação integral**, vamos usar o teorema de transporte de Reynolds:

$$\boxed{\left.\frac{dN}{dt}\right|_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho\, \eta\, d\forall + \int_{SC} \eta\, \rho\, \vec{V} \bullet \vec{n}\, dA}$$

N Propriedade extensiva

$\eta = \frac{N}{m}$ Propriedade intensiva

Prof. Alfredo Alvim 34

34

Conservação de Quantidade de Movimento Linear

$$N = m\vec{V} \qquad \eta = \vec{V}$$

$$\left.\frac{d(m\vec{V})}{dt}\right|_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho\vec{V}d\forall + \int_{SC} \rho\vec{V}\left(\vec{V} \bullet \vec{n}\ dA\right)$$

Taxa de variação da quantidade de movimento no volume de controle

Fluxo de quantidade demovimento através da superfície de controle

Pela segunda Lei de Newton: $\left.\frac{d(m\vec{V})}{dt}\right|_{sist} = \sum \vec{F}_{ext}$

$$\boxed{\sum \vec{F}_{ext} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho\vec{V}d\forall + \int_{SC} \rho\vec{V}\left(\vec{V} \bullet \vec{n}\ dA\right)}$$

$$\sum F_x = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho v_x d\forall + \int_{SC} \rho v_x\left(\vec{V} \bullet \vec{n}\ dA\right)$$

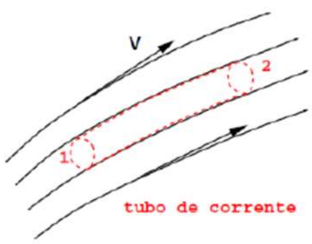
$$\sum F_y = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho v_y d\forall + \int_{SC} \rho v_y\left(\vec{V} \bullet \vec{n}\ dA\right)$$

Prof. Alfredo Alvim 35

35

Linha de corrente: linha tangente ao vetor velocidade

Tubo de corrente: é a região do escoamento delimitada por linhas de corrente.



Prof. Alfredo Alvim 36

36

Equação de Bernoulli

Considere um tudo de corrente, regime permanente, sem perdas

Eq. Continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho d\forall + \int_{SC} \rho \vec{V} \bullet \vec{n} \, dA = 0$$

$$\int_{SC} \rho \vec{V} \bullet \vec{n} \, dA = 0 \Rightarrow \dot{m} = \rho V A = cte$$

Eq. Quantidade de Movimento

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho \vec{V} d\forall + \int_{SC} \rho \vec{V}\left(\vec{V} \bullet \vec{n} \, dA\right)$$

$$-dp\, A + \rho\, g\, A\, dz = \dot{m}(V_2 - V_1) = \rho V A\, dV \qquad -\frac{dp}{\rho} + g\, dz = \frac{dV^2}{2}$$

integrando

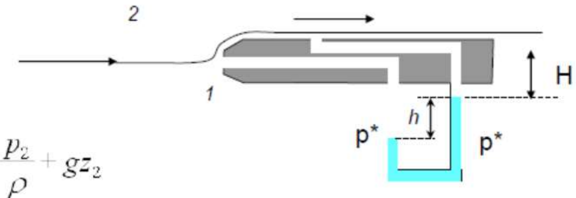
$$\frac{p}{\rho} + g\, z + \frac{V^2}{2} = cte$$

Equação de Bernoulli

ou seja:

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2 = \frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g z_1$$

Tubo de Pitot:
Medidor de velocidade



$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g z_1 = \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g z_2$$

$$\frac{p_1}{\rho} = \frac{V^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{2\frac{p_1 - p_2}{\rho}}$$

$$p^* = p_1 + \rho\, g\, h + \rho\, g\, H$$
$$p^* = p_2 + \rho_m\, g\, h + \rho\, g\, H$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{(\rho_m - \rho)}{\rho} g\, h$$

$$se\ \rho_m >> \rho \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\rho} \cong \frac{\rho_m\, g\, h}{\rho}$$

$$\boxed{V = \sqrt{\frac{2\,(\rho_m - \rho)\, g\, h}{\rho}}}$$

1a. Lei da Termodinâmica para sistemas:

$$dE = \delta\, Q - \delta\, W$$

Taxa de variação de energia de sistemas =
= taxa de energia que entra – taxa de energia que sai

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\delta\, Q}{dt} - \frac{\delta\, W}{dt}$$

Potência: energia/tempo

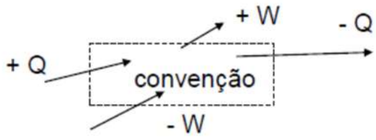
Unidades: J/s = W (Watts) ; Btu/h, HP=0,75 kW= 2545 Btu/h

1a. Lei da Termodinâmica para volumes de controle:

$$dt \to 0: \lim_{dt\to 0} \frac{\delta Q}{dt} = \dot{Q} \quad \to \text{taxa de transferência de calor}$$

$$dt \to 0: \lim_{dt\to 0} \frac{\delta W}{dt} = \dot{W} \quad \to \text{taxa de transferência de trabalho}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta W}{dt} \Rightarrow \frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$$



$$\left.\frac{dE}{dt}\right|_{sistema} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} e\,\rho\, d\forall + \int_{SC} e\,\rho\, \vec{V} \bullet \vec{n}\, dA$$

1a. Lei para volumes de controle;

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} e\,\rho\, d\forall + \int_{SC} e\,\rho\, \vec{V} \bullet \vec{n}\, dA$$

energia $e = u + \frac{V^2}{2} + gz$

total = interna + cinética + potencial

Existem diversas formas de trabalho, logo é conveniente reescrever esta equação, explicitando algumas formas de trabalho

Trabalho: $W = W_{superficie} + W_{eixo} + W_{outros}$

Trabalho: $W = W_{superficie} + W_{eixo} + W_{outros}$

$$\delta W = d\vec{F} \bullet d\vec{r}$$

Força: $d\vec{F}_{superfície} = d\vec{F}_{normal} + d\vec{F}_{tangencial}$

Força normal: $d\vec{F}_{normal} = -p\, dA\, \vec{n}$ **Trabalho sob o VC** $\delta W_{normal} = p\, dA\, \vec{n} \bullet d\vec{r}$

p: pressão normal compressiva

Força tangencial: $d\vec{F}_{tangencial} = \tau\, dA\, \vec{t}$ **Trabalho sob o VC** $\delta W_{tangencial} = -\tau\, dA\, \vec{t} \bullet d\vec{r}$

τ : tensão viscosa

43

Potência: $\dot{W} = \dfrac{\delta W}{d t} = \dot{W}_n + \dot{W}_t + \dot{W}_e + \dot{W}_{outros}$

$$\delta W = d\vec{F} \bullet d\vec{r} \qquad \delta \dot{W} = d\vec{F} \bullet d\vec{V}$$

Potência devido aos esforços normais, taxa de trabalho de fluxo

$$\dot{W}_n = \int_{SC} p\ \vec{V} \bullet \vec{n}\, dA = \int_{SC} \frac{p}{\rho}\ \rho\, \vec{V} \bullet \vec{n}\, dA$$

Potência devido aos esforços tangencias

$$\dot{W}_t = \int_{SC} \tau\ \vec{V} \bullet \vec{t}\, dA \qquad \text{se} \quad \vec{V} \perp \vec{t} \Rightarrow \dot{W}_t = 0$$

44

1a. Lei para volumes de controle

$$\dot{Q} - \dot{W}_e - \dot{W}_t - \dot{W}_{outros} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} e \, \rho \, d\forall + \int_{SC} \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \rho \vec{V} \bullet \vec{n} \, d A$$

$$e = u + \frac{V^2}{2} + gz$$

Em geral $\dot{W}_t = \dot{W}_{outros} = 0$

$$\boxed{\dot{Q} - \dot{W}_e = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \left(u + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \, d\forall + \int_{SC} \left(u + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \bullet \vec{n} \, d A}$$

entalpia $h = u + \frac{p}{\rho}$

Instalações hidráulicas

- **Objetivo:** Cálculo de perda de carga e potência em instalações de bombeamento

- Considerando
  - regime permanente
  - uma entrada e uma saída:

Conservação de Massa $\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho d\forall + \int_{SC} \rho \vec{V} \bullet \vec{n} d A = 0$

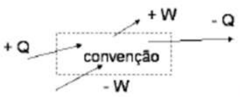
$$\dot{m} = \rho \, V_1 \, A_1 = \rho \, V_2 \, A_2$$

Instalações hidráulicas

- 1a. Lei da termodinâmica

$$\dot{Q} - \dot{W}_e = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \left(u + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \, d\forall + \int_{SC} \left(u + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \, \vec{V} \bullet \vec{n} \, dA$$

$$\frac{-\dot{W}_e}{\dot{m}\,g} = \underbrace{\left[\frac{p_2}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} \right] + (z_2 - z_1) + \left[\frac{V_2^2}{2\,g} - \frac{V_1^2}{2\,g} \right]} + \underbrace{\left\{ \frac{1}{g} \left[(u_2 - u_1) - \frac{\delta Q}{dm} \right] \right\}}_{h_{L12}}$$



Energia mecânica por unidade de massa do escoamento

Perda de energia entre os pontos 1 e 2 ⇒ Perda de carga

$$\boxed{\frac{-\dot{W}_e}{\dot{m}\,g} = \left[\frac{p_2}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} \right] + (z_2 - z_1) + \left[\frac{V_2^2}{2\,g} - \frac{V_1^2}{2\,g} \right] + h_{L_{12}}}$$

Prof. Alfredo Alvim 47

47

Perda de carga

perda da carga = perda da carga contínua + perda de carga localizada

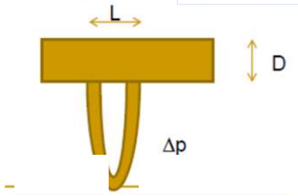
$$h_{L12} = h_{L12_{continua}} + h_{L12_{AC}}$$

Geralmente a perda da carga é determinada empiricamente.

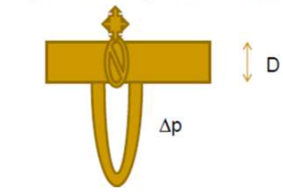
$$\underbrace{\frac{-\dot{W}_e}{\dot{m}\,g}}_{zero} = \left[\frac{p_2}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} \right] + \underbrace{(z_2 - z_1)}_{zero} + \underbrace{\left[\frac{V_2^2}{2\,g} - \frac{V_1^2}{2\,g} \right]}_{zero} + h_{L_{12}}$$

$$h_{L12} = \frac{\Delta p}{\gamma}$$

- perda da carga contínua



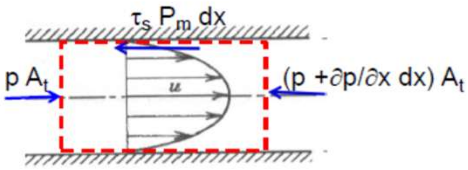
- perda da carga em acidente



Prof. Alfredo Alvim 48

48

- **Perda de carga continua** , distribuida
  - **Escoamento hidrodinamicamente desenvolvido, na presença de gradiente de pressão**



$$\sum F_{ext} = 0$$

$$p\ A_t - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) A_t - \tau_s\ P_m\ dx = 0$$

$$\tau_s = -\frac{\partial p}{\partial x}\frac{A_t}{P_m} = -\frac{\partial p}{\partial x}\frac{D_h}{4}$$

Independente do regime de escoamento

Prof. Alfredo Alvim 49

49

- **Perda de carga continua** distribuida

Definindo queda de pressão adimensional ou fator de atrito

$$f = \frac{\left(-\frac{\partial p}{\partial x}\right) D_h}{\frac{1}{2}\ \rho\ u_m^2} \qquad \Rightarrow \left(-\frac{\partial p}{\partial x}\right) = f\ \frac{1}{D_h}\ \rho\ \frac{u_m^2}{2}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\Delta\ p}{L}$$

- **Perda de carga:**

$$h_{L_{continua}} = \frac{\Delta\ p}{\gamma} = \frac{\Delta\ p}{\rho\ g} = f\ \frac{L}{D}\frac{u_m^2}{2\ g}$$

distribuida

Prof. Alfredo Alvim 50

50

fator de atrito

$$f = \frac{\left(-\dfrac{\partial p}{\partial x}\right) D_h}{\dfrac{1}{2}\,\rho\, u_m^2}$$

depende do número de Reynolds

$$\mathbf{Re} = \frac{\rho\, u_m\, D_h}{\mu}$$

O número de Reynolds que caracteriza a transição neste caso é

$$\mathbf{Re} = \frac{\rho\, u_m\, D_h}{\mu}$$

Re ≤ 2300 ⇒ laminar
Re > 2300 ⇒ turbulento

- A velocidade característica é a **velocidade média u_m**

$$u_m = \frac{Q}{A_T} = \frac{1}{A_T}\int u\; dA$$

- A dimensão característica é o **diâmetro hidráulico, D_h**

$$D_h = \frac{4\;A_t}{P_m}$$

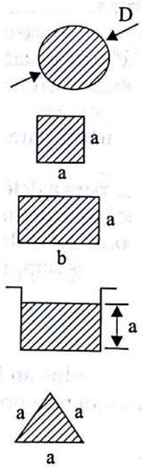
A_t é a área transversal do escoamento e P_m é o perímetro molhado, o fator 4 é introduzido por conveniência.

-Raio Hidráulico ($R_H = A/P$) e

Diâmetro Hidráulico ($D_H = 4 \cdot R_H$) onde:

P – perímetro molhado

A - area transversal de escoamento

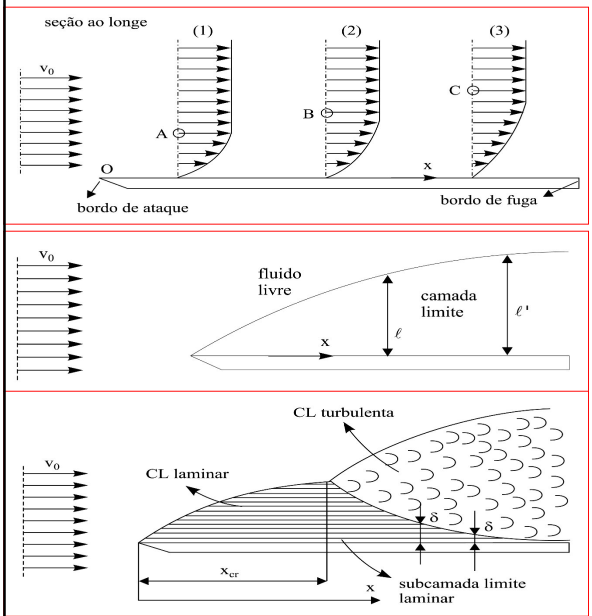


	A	P	R_H	D_H
círculo (D)	$\frac{\pi D^2}{4}$	πD	$\frac{D}{4}$	D
quadrado (a)	a^2	4a	$\frac{a}{4}$	a
retângulo (a, b)	ab	2(a + b)	$\frac{ab}{2(a+b)}$	$\frac{2ab}{(a+b)}$
canal aberto (a, b)	ab	2a + b	$\frac{ab}{2a+b}$	$\frac{4ab}{2a+b}$
triângulo (a)	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	3a	$\frac{a\sqrt{3}}{12}$	$\frac{a\sqrt{3}}{3}$

7-53

53

- Camada Limite numa placa plana



$Re_x = \rho . V_o . x/\mu = V_o . x/\upsilon$

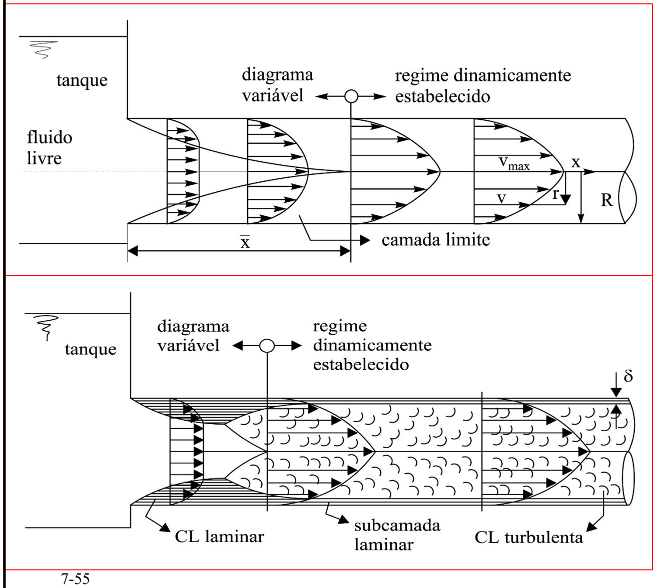
$Re_{cr} = \rho . V_o . x_{cr}/\mu =$ 500.000

$x_{cr} = 500.000 . \mu/ \rho . V_o$

Xcr -Passagem laminar para turbulento

54

-Desenvolvimento da camada limite em condutos forçados. Exemplo: descarga de um tanque



Regime Laminar
Re < 2.000
Perfil totalmente desenvolvido

Regime Turblento
Re > 2.400
Perfil totalmente desenvolvido

55

fator de atrito

$$f = \frac{\left(-\frac{\partial p}{\partial x}\right) D_h}{\frac{1}{2}\,\rho\, u_m^2} \qquad \mathbf{Re} = \frac{\rho\, u_m\, D_h}{\mu}$$

- Para escoamento **laminar**, **fRe=cte**
- Para geometria simples, o fator de atrito pode ser calculado analiticamente
  - Duto circular: **f Re** =64
  - Placas paralelas: **f Re** = 96
  - Duto quadrado: **f Re** = 56
  - Duto anular: **f Re** depende da razão de raios r_{ex}/r_{in}

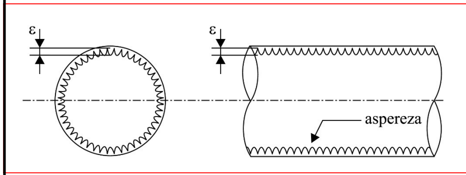
Prof. Alfredo Alvim 56

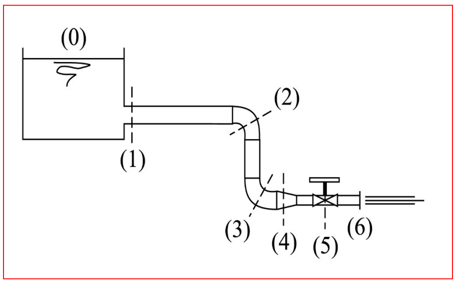
56

-Rugosidade(ε) = asperezas

ε /D_H = rugosidade relativa

K= rugosidade equivalente





- Classificação das perdas de cargas

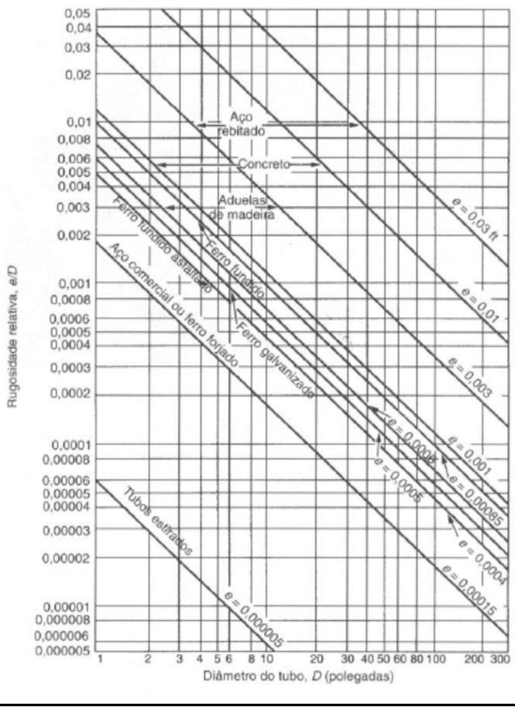
$H_{P\,0,6} = \Sigma\, h_f + \Sigma\, h_s$ — h_f – perdas distribuídas(contínua)

h_s – perdas singulares/localizadas

(6) - expansão/saída , (1) – estreitamento , (4) – redução,
(2) e (3) – cotovelos/ joelhos, (5) - válvula

7-57

57



A **rugosidade** relativa depende do material da tubulação e do diâmetro da mesma

58

58

Perda de carga $\boxed{H_P = \Sigma h_F + \Sigma h_S}$

• A perda ocorre devido a viscosidade do fluido,rugosidade dos dutos e a presença de singularidades.

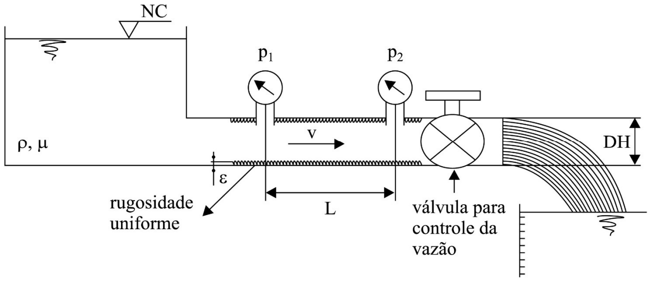
•As singularidades, geram perdas devido à mudanças de direção e de área de escoamento, **h_s**.

•A perda distribuída(contínua), **h_f**, ocorre devido a viscosidade do fluido e rugosidade dos dutos.

7-59

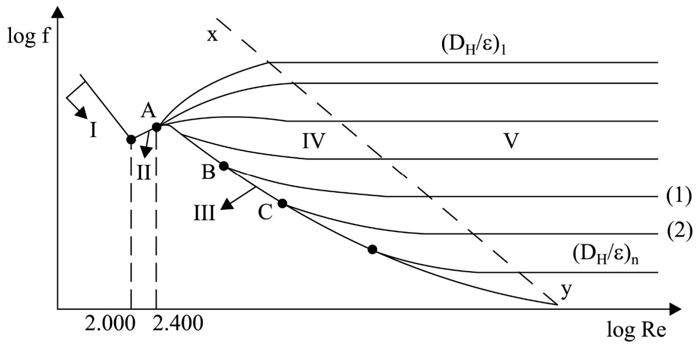
59

7.5 – Experiência de Nikuradse



7-60

60



I- Laminar , f= 64/Re Re < 2.000
II- Transição, 2.000 < Re < 2.400
III- f só depende de Re, hidraulicamente liso
IV – f depende de Re e D_H/ε
V- hidraulicamente rugoso , f=cte.

7-61

61

Para projetos: calculando-se número de Reynolds e se precisar através do diagrama de Moody ou Rouse

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \times v \times D_H}{\mu} = \frac{v \times D_H}{\nu}$$

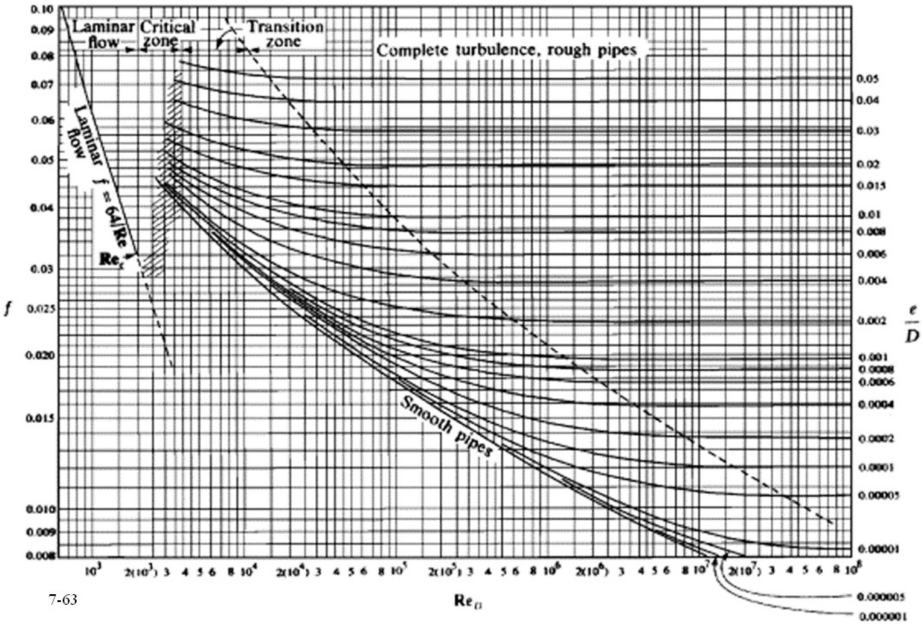
$$\text{Se } \mathrm{Re} \leq 2000 \rightarrow \text{escoamento laminar}$$

$$\therefore f = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

Para o escoamento turbulento recorre-se aos diagramas

62

Diagrama de Moody



63

- Existem algumas correlações matemáticas como opção para o diagrama de Moody
  - Blasius (Tubo liso):

$$f = \frac{0{,}3164}{\mathbf{Re}^{0{,}25}}$$

  - Colebrook:

$$\frac{1}{f^{0{,}5}} = -2{,}0 \ \log\left(\frac{\varepsilon / D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\ f^{0{,}5}}\right)$$

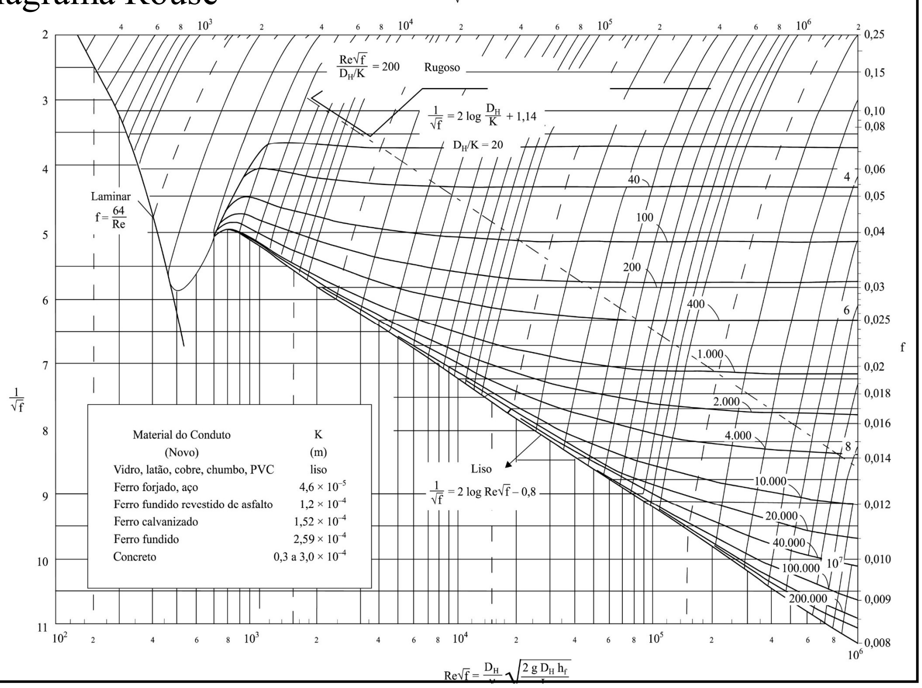
    - Estimativa inicial $\Rightarrow$ Miller

$$f_o = 0{,}25 \left[\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3{,}7} + \frac{5{,}74}{\mathrm{Re}^{0{,}9}}\right)\right]^{-2}$$

Prof. Alfredo Alvim 64

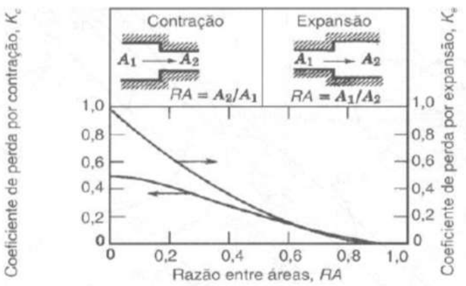
64

Diagrama Rouse



65

Perdas de carga localizadas (acidentes):



$$h_{LAC} = k\,\frac{V^2}{2\,g}$$

ou

$$h_{LAC} = f\,\frac{L_{eq}}{D}\,\frac{V^2}{2\,g}$$

Tipo de Acessório	Comprimento Equivalente[a] L_e/D
Válvulas (inteiramente abertas)	
Válvula de gaveta	8
Válvula globo	340
Válvula em ângulo	150
Válvula de esfera	3
Válvula de retenção: tipo globo	600
: tipo em ângulo	55
Válvula de pé com crivo: de disco móvel	420
: de disco articulado	75
Cotovelo padronizado: 90°	30
: 45°	16
Curva em U, configuração apertada	50
Tê padronizado: escoamento direto	20
: escoamento pelo ramal	60

Prof. Alfredo Alvim 66

66

Perda Carga Singular: válvulas, acidentes ,alargamentos, tês , curvas, uniões, etrc...

$$h_S = K_S \times \frac{v^2}{2g} = K_S \times \frac{Q^2}{2g \times A^2}$$

$K_S \rightarrow$ *coeficiente* de perda singular ou localizada

v $\rightarrow$ velocidade média do escoamento

g $\rightarrow$ aceleração da gravidade

Q $\rightarrow$ vazão do escoamento

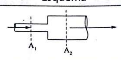
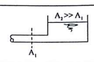
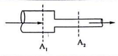
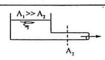
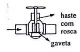
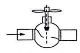
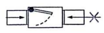
A $\rightarrow$ área da seção formada pelo fluido

Existe outra maneira :

$$h_S = f \times \frac{Leq}{D_H} \times \frac{v^2}{2g}$$

$L_{eq} \rightarrow$ *comprimento* equivalente

$$\rightarrow L_{equ} = \frac{K_S \times D_H}{f}$$

Singularidade	Esquema	k_S
Alargamento		$(1 - A_1/A_2)$ (no caso, $v = v_1$)
Caso limite		1
Estreitamento		$\phi\,(A_1/A_2)$
Caso limite		0,5
Cotovelo a 90°		0,9
Válvula de gaveta		Totalmente aberta 0,2
Válvula tipo globo		Totalmente aberta 10
Válvula de retenção		0,5

Perdas Totais ;

$$H_P = \Sigma h_F + \Sigma h_S$$

$$H_P = \Sigma f . \frac{L_{real}}{D_H} . \frac{V^2}{2.g} + \Sigma f . \frac{L_{equ}}{D_H} . \frac{V^2}{2.g}$$

$$HP = f\left(\frac{L_{real} + L_{equ}}{D_H}\right) . \frac{V^2}{2.g}$$

FIM 6ª AULA
até semana que vem
se cuidem

Prof. Alfredo Alvim

69

69