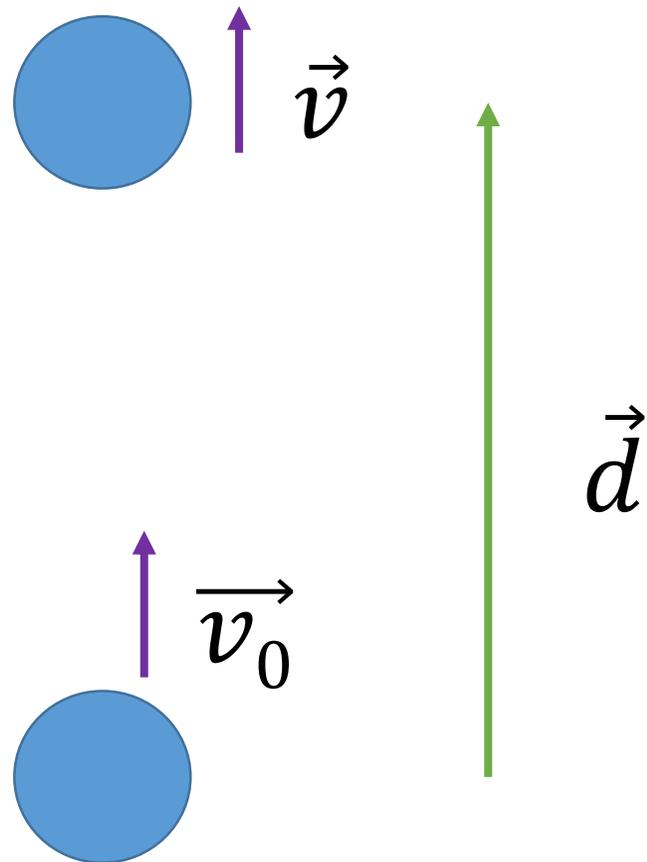


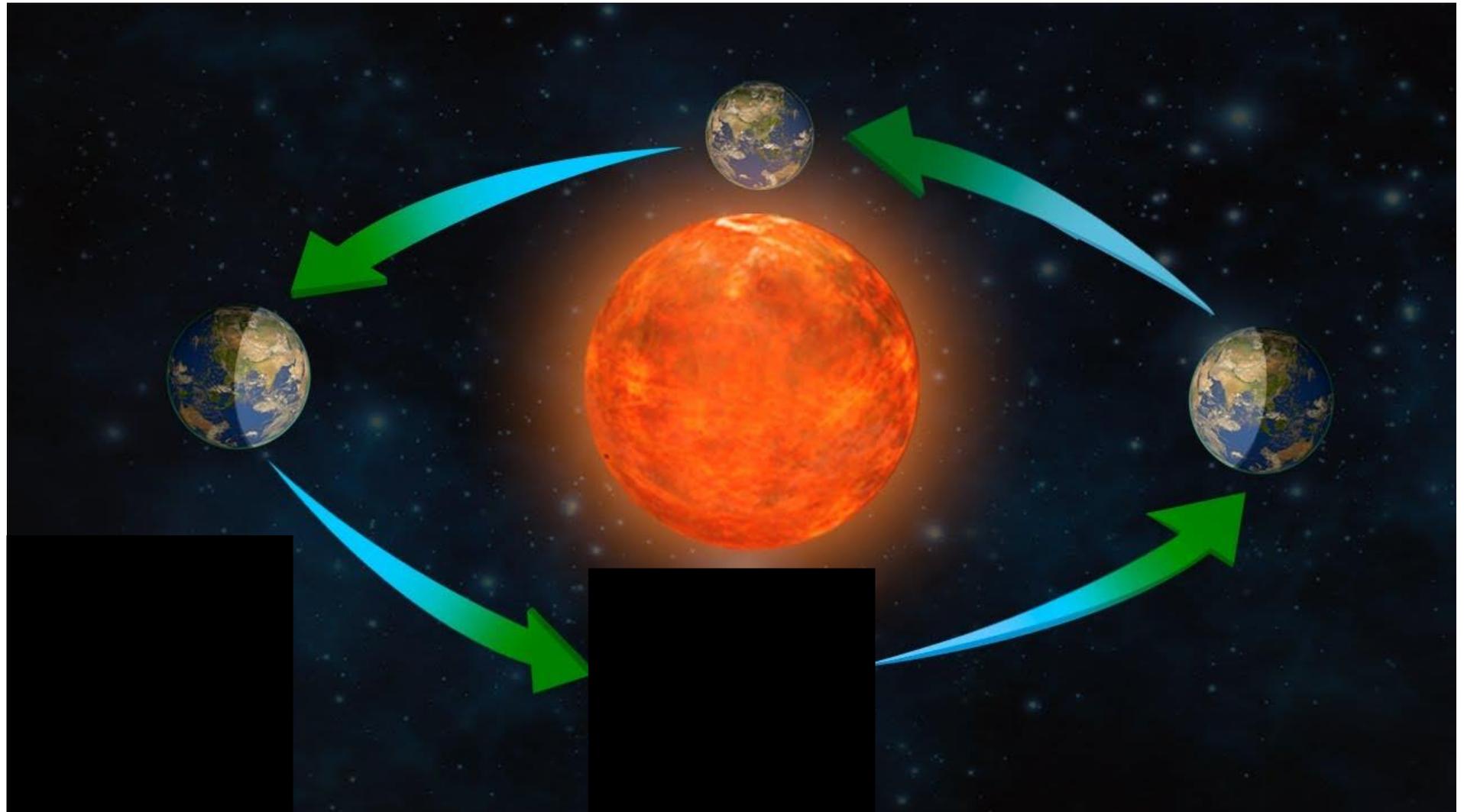
# Rotação

Aula 06-05

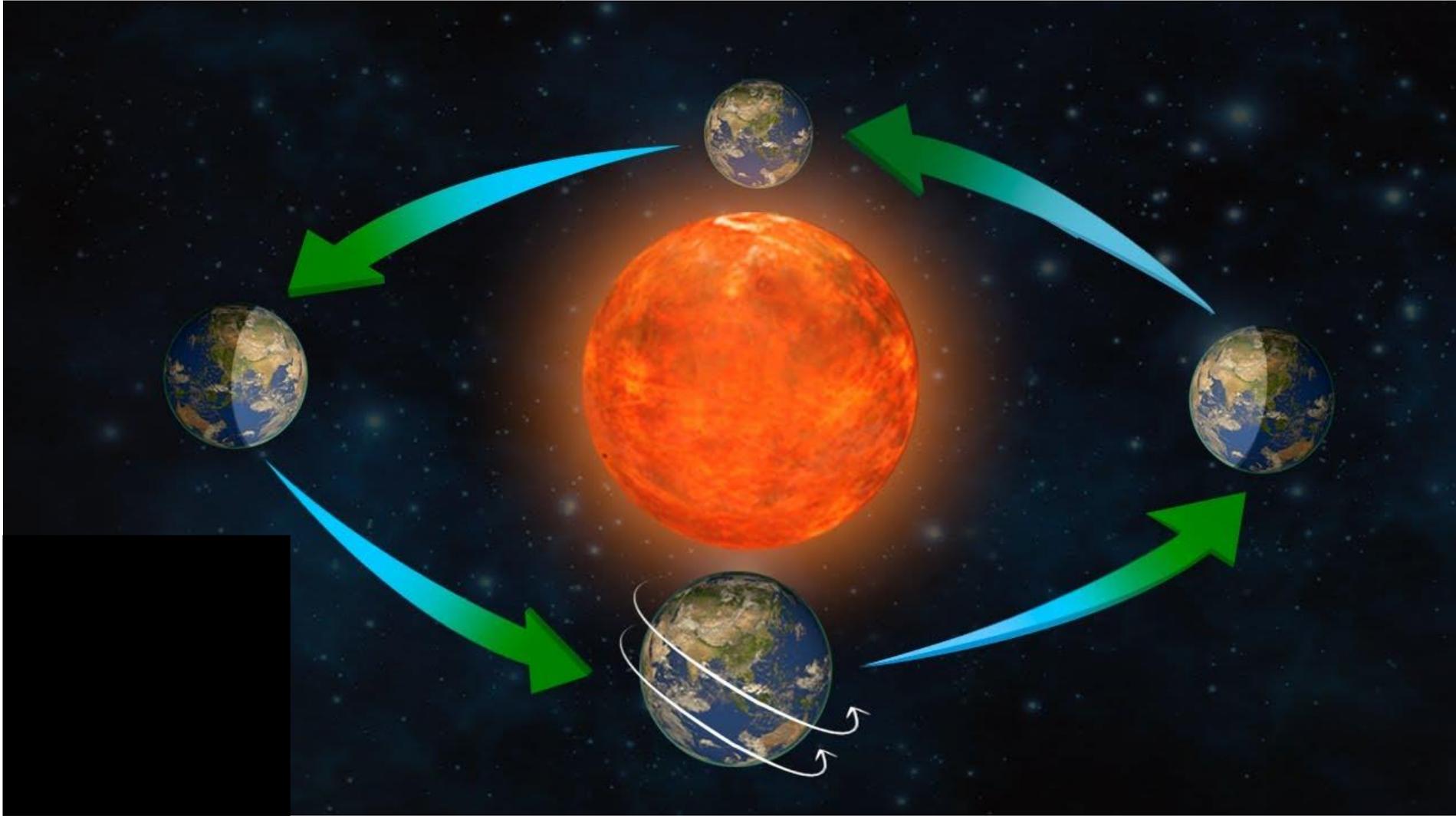
Até agora...



Até agora...



Até agora...



# ROTAÇÃO:

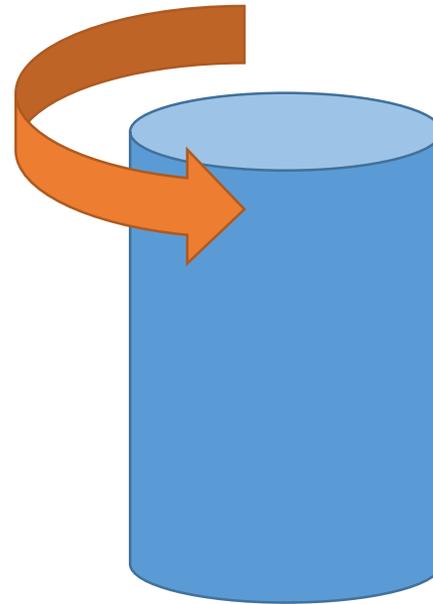
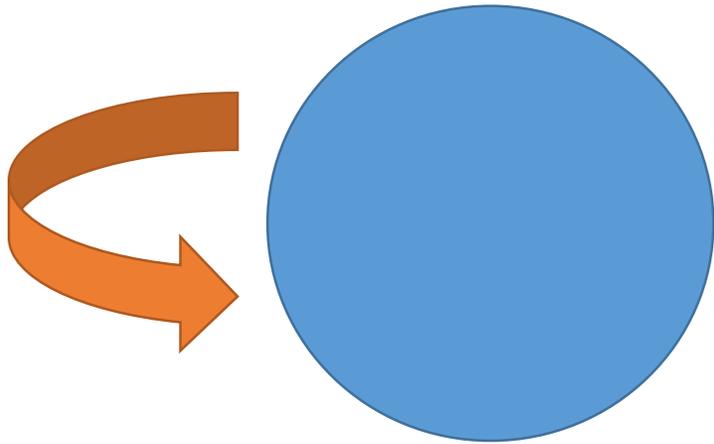
é o movimento em que o planeta Terra gira em torno de si mesmo.

É realizado em um tempo de **23 horas, 56 minutos e 4 segundos**, aproximadamente às **24 horas** de um dia na Terra.

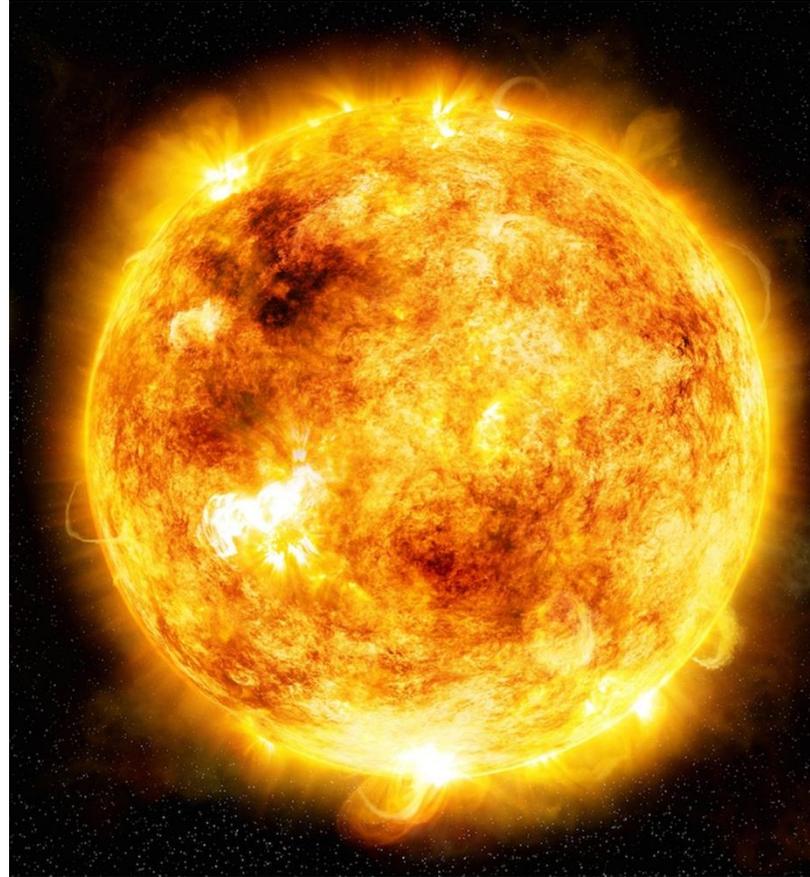


# Corpo Rígido

*Gira com todas as partes ligadas entre si sem mudar de forma*

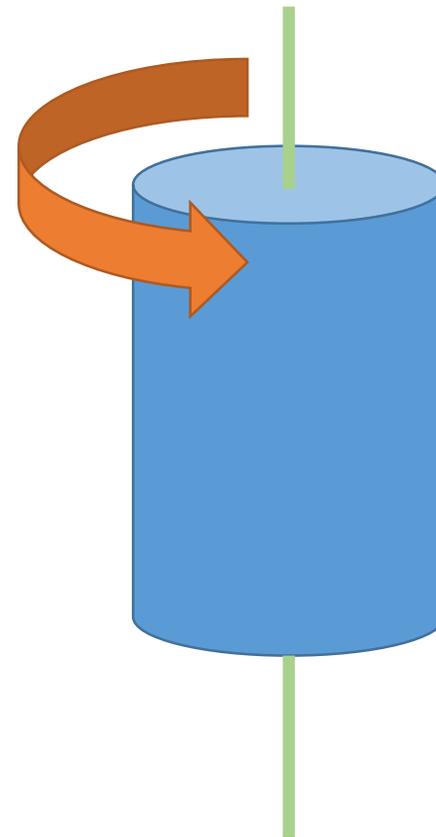
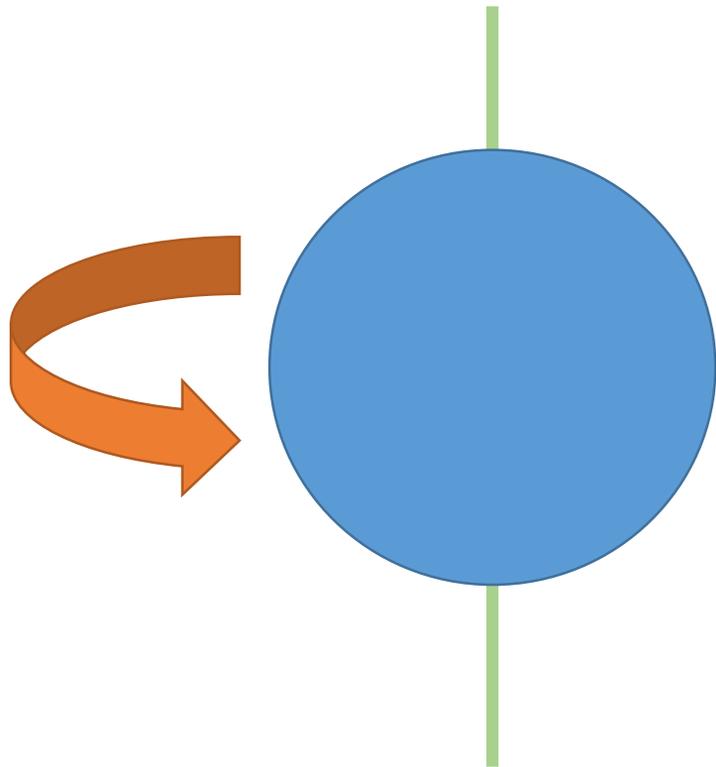


Corpor NÃO rígado



# Eixo Fixo

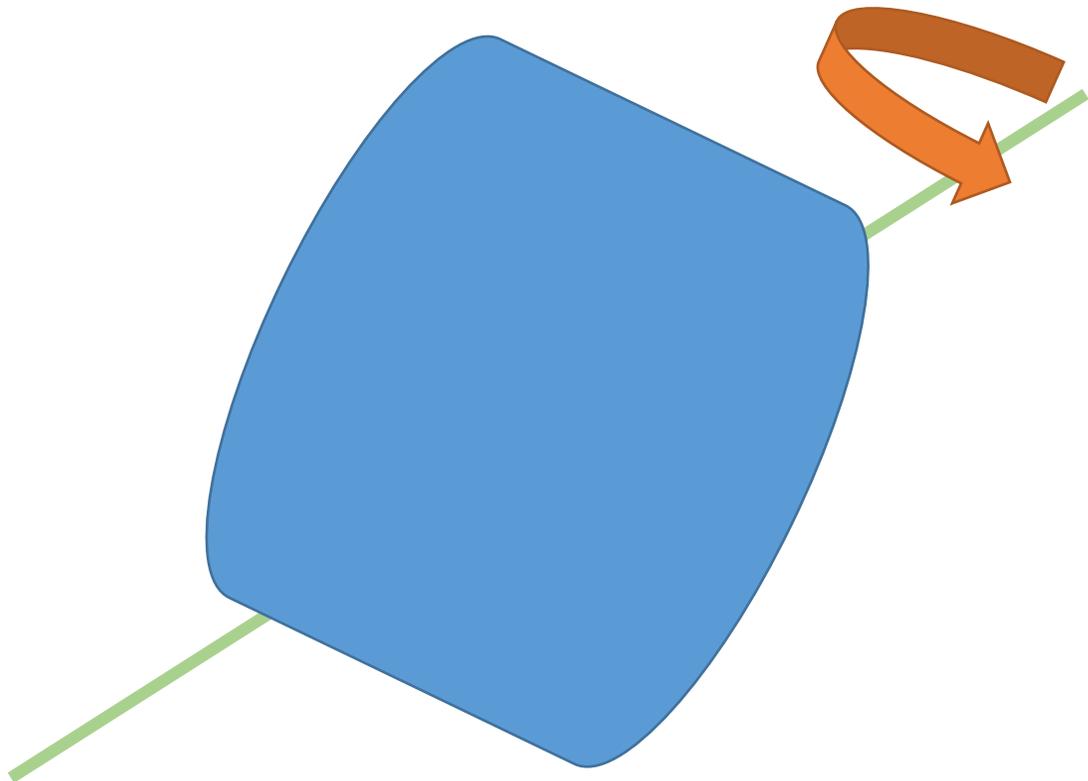
*O eixo não muda de posição*



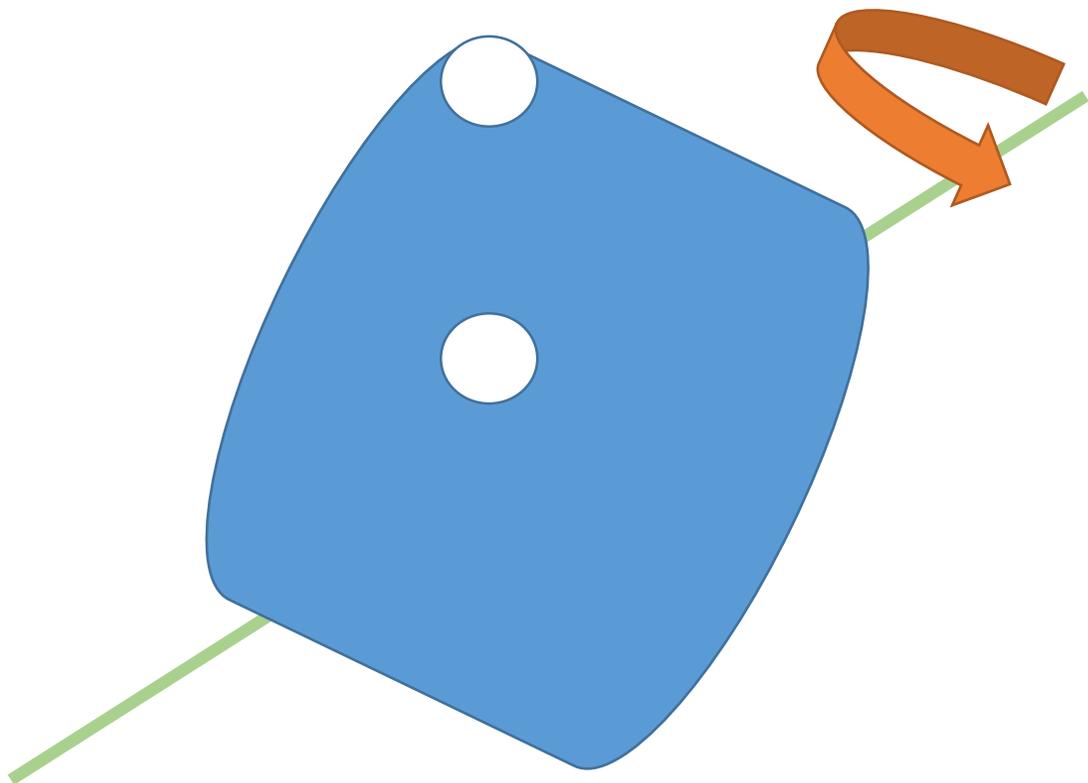
Eixo NÃO fixo



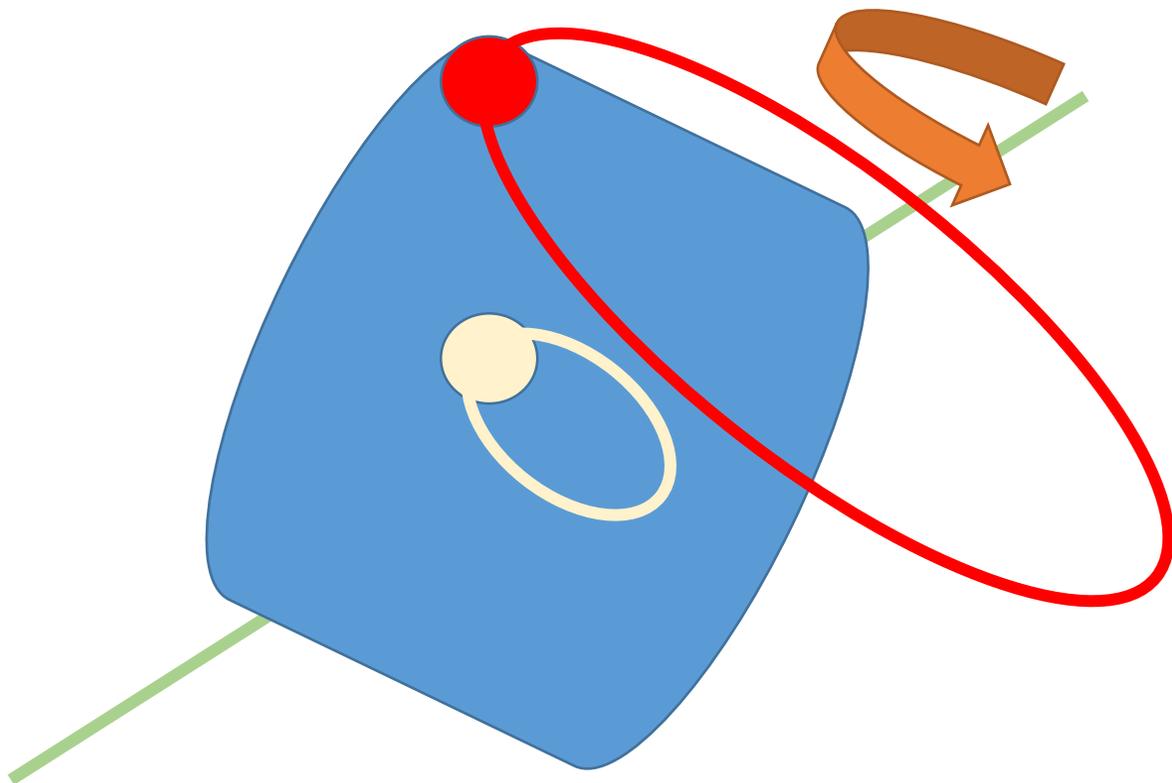
# Corpo Rígido e Eixo de Rotação



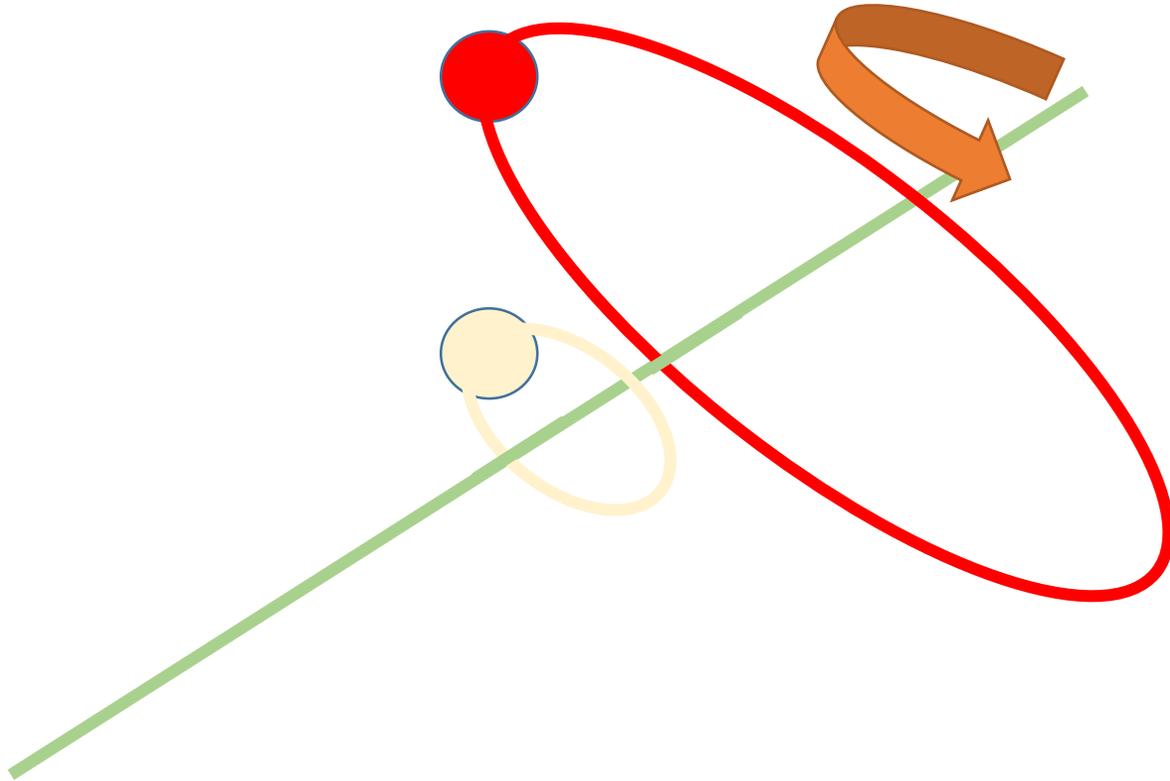
# Corpo Rígido e Eixo de Rotação



# Corpo Rígido e Eixo de Rotação

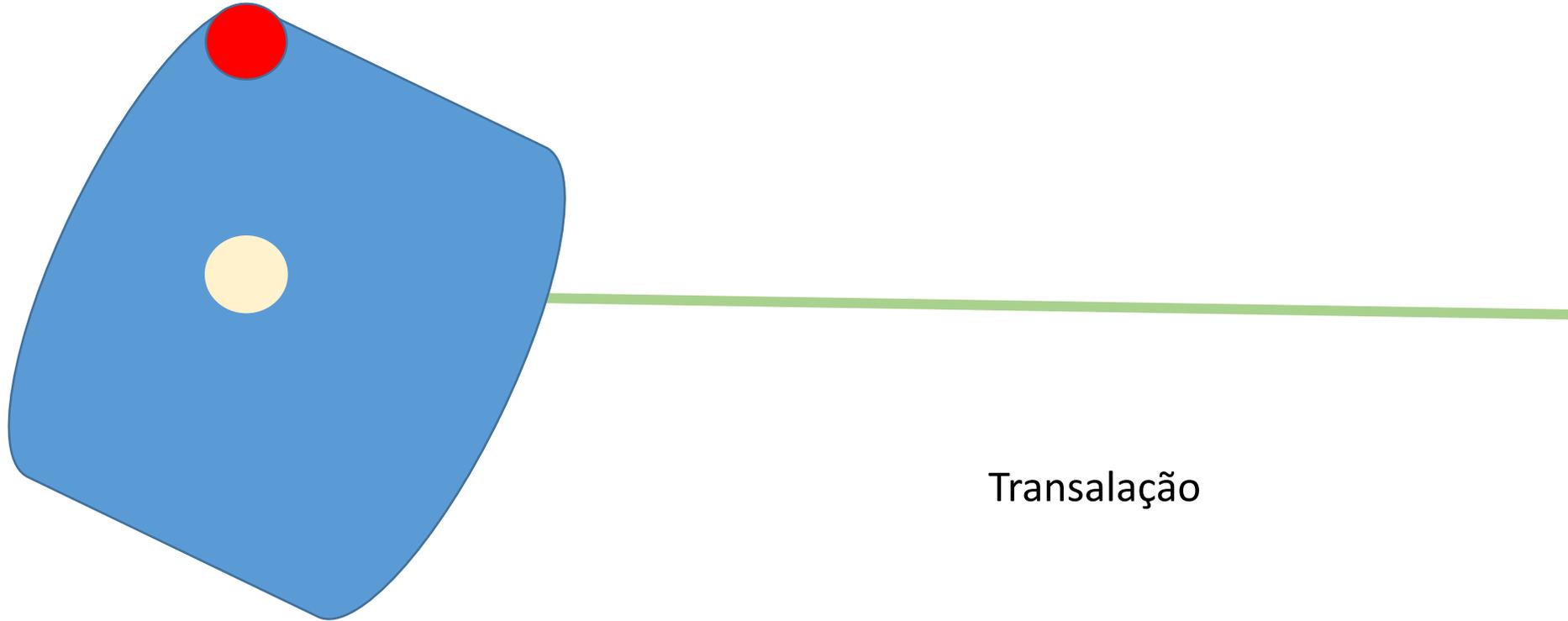


# Corpo Rígido e Eixo de Rotação



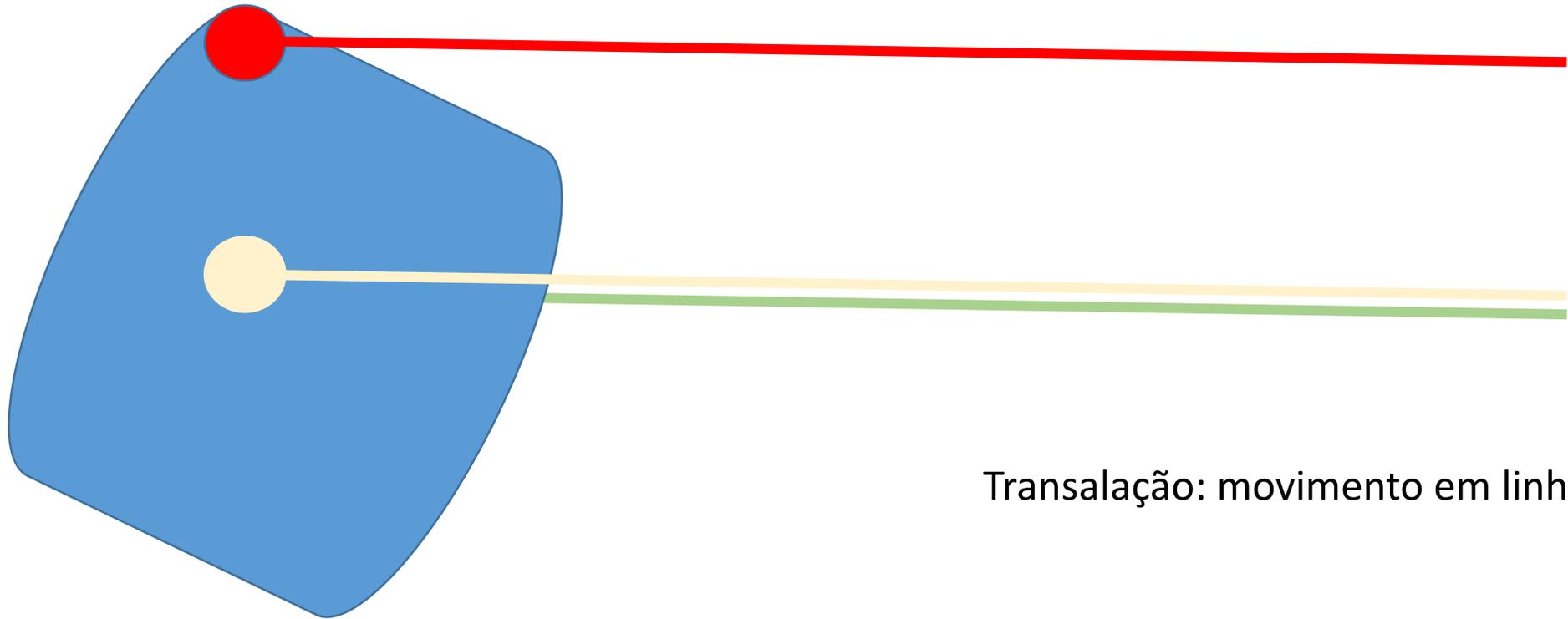
Concêntricas ao **EIXO DE ROTAÇÃO!**

# Corpo Rígido e Eixo de Rotação



Translação

# Corpo Rígido e Eixo de Rotação



Translação: movimento em linha reta

# Translação e Rotação

*Movimento Linear X Movimento Angular*

# Translação e Rotação

## *Movimento Linear X Movimento Angular*

- Posição
- Deslocamento
- Velocidade
- Aceleração

# Translação e Rotação

## *Movimento Linear X Movimento Angular*

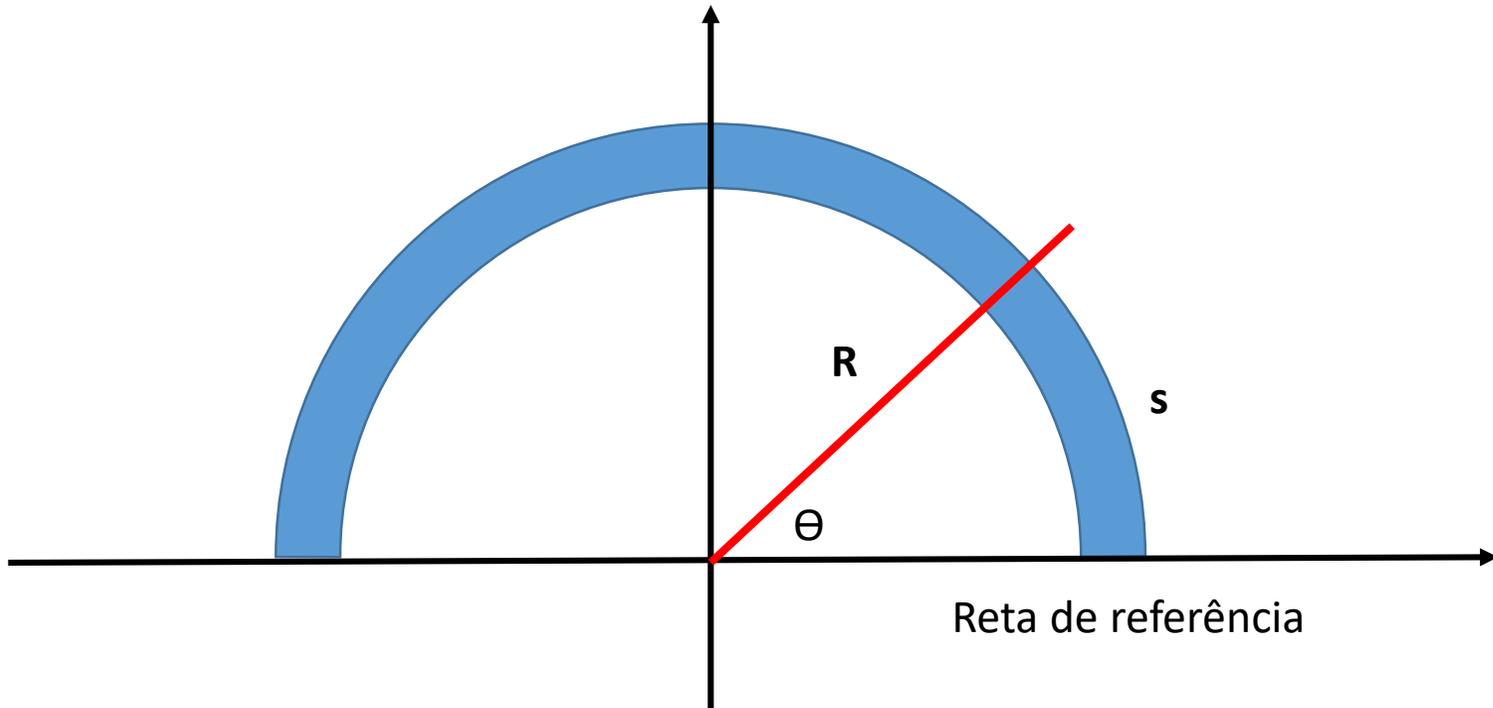
Posição ..... Posição angular

Deslocamento ..... Deslocamento angular

Velocidade ..... Velocidade angular

Aceleração ..... Aceleração angular

# Posição Angular

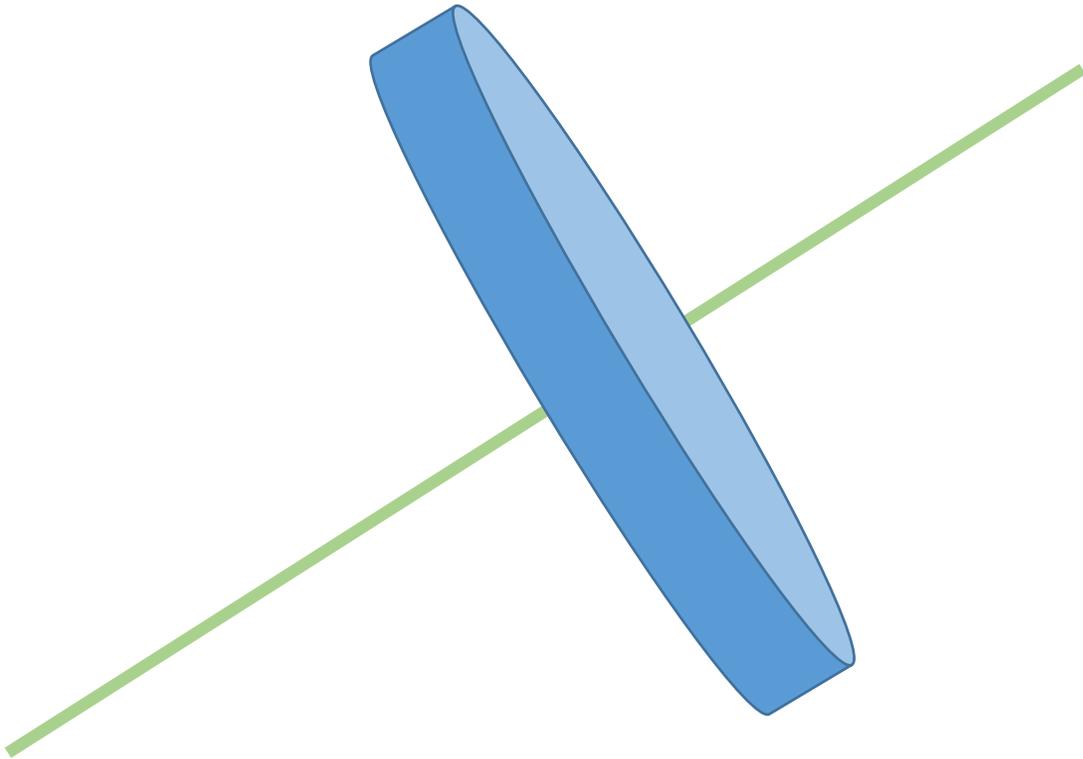


Medida do arco:

$$s = R \cdot \theta$$

$$\theta = \frac{s}{r}$$

# Posição Angular

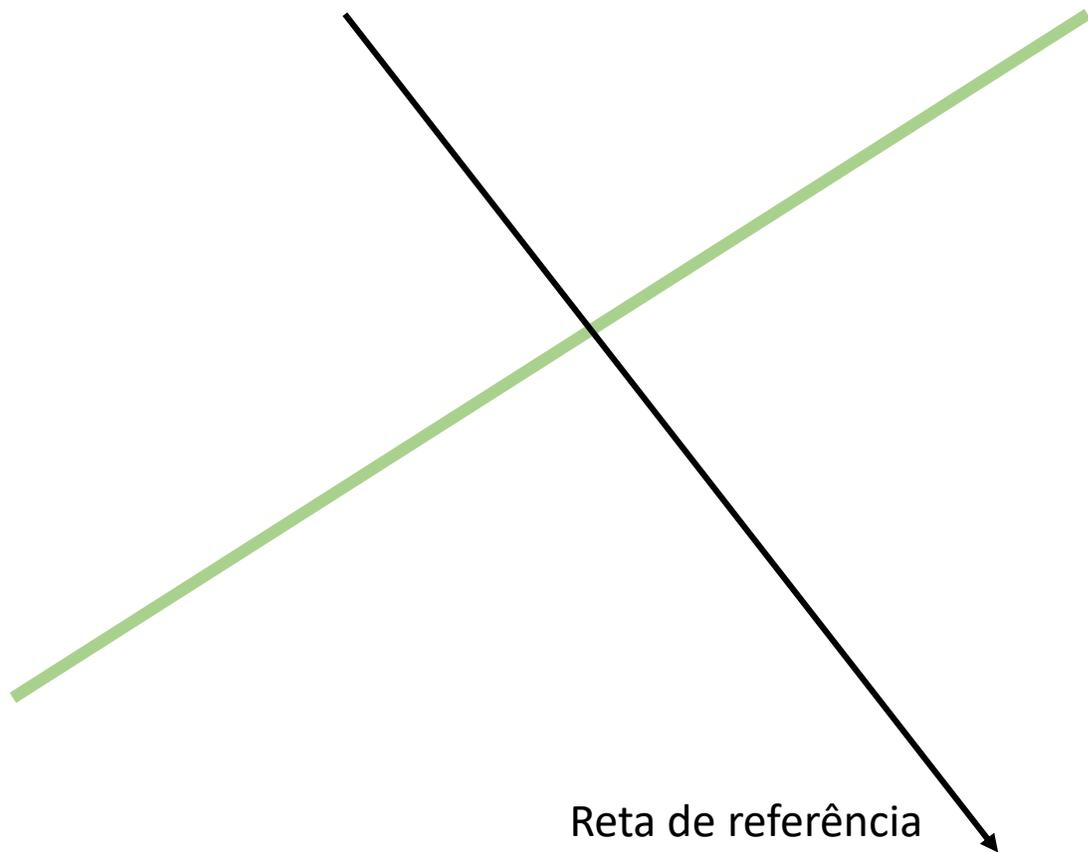


Medida do arco:

$$s = R \cdot \theta$$

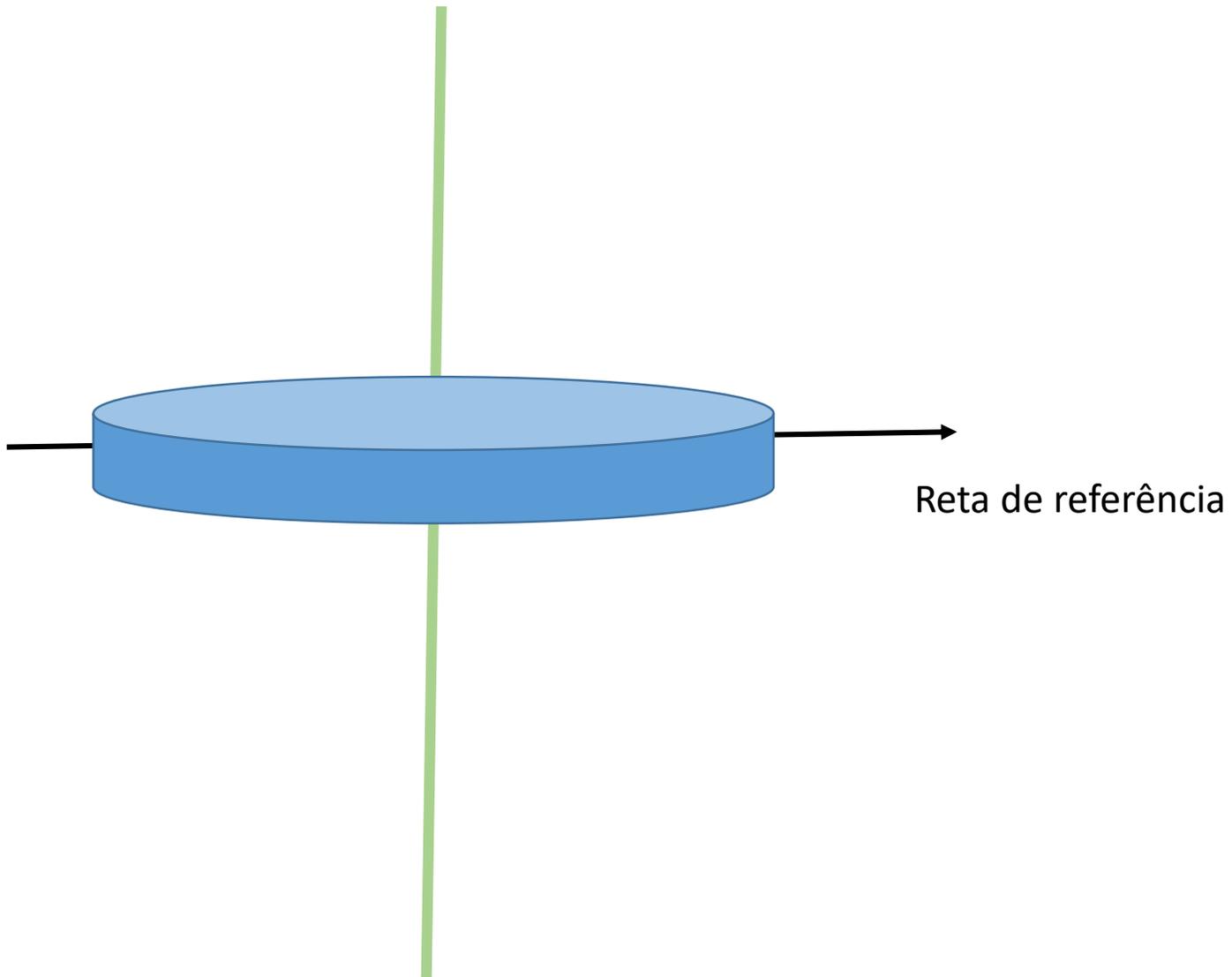
$$\theta = \frac{s}{r}$$

# Posição Angular

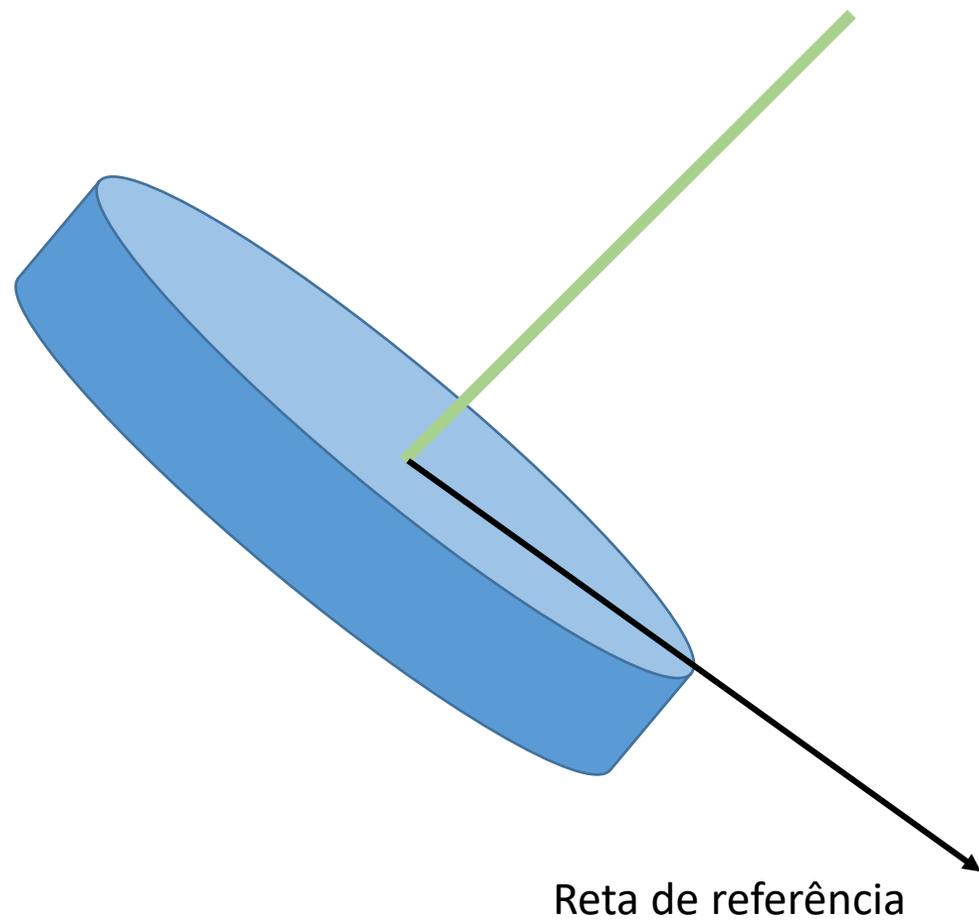


Reta de referência

# Posição Angular

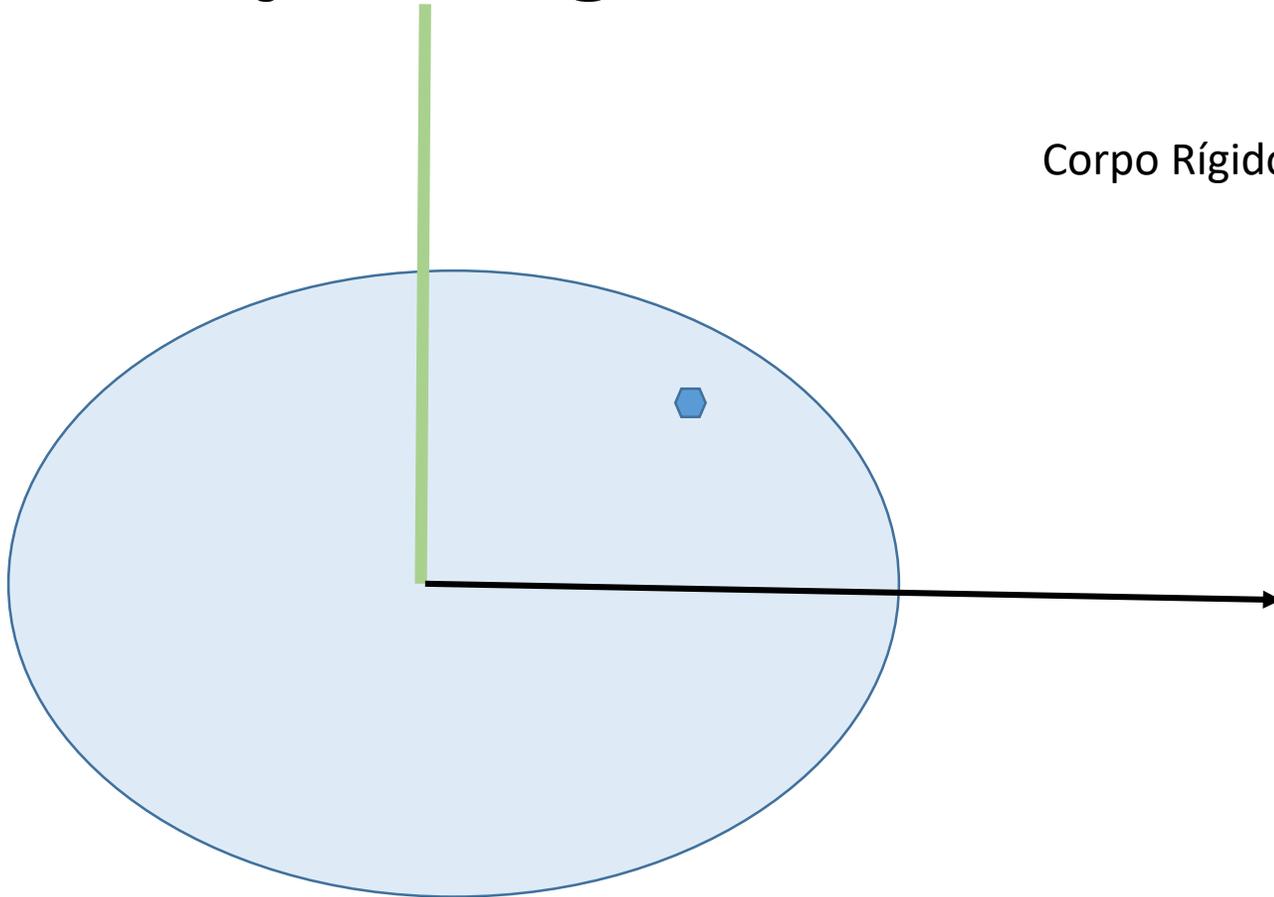


# Posição Angular



# Posição Angular

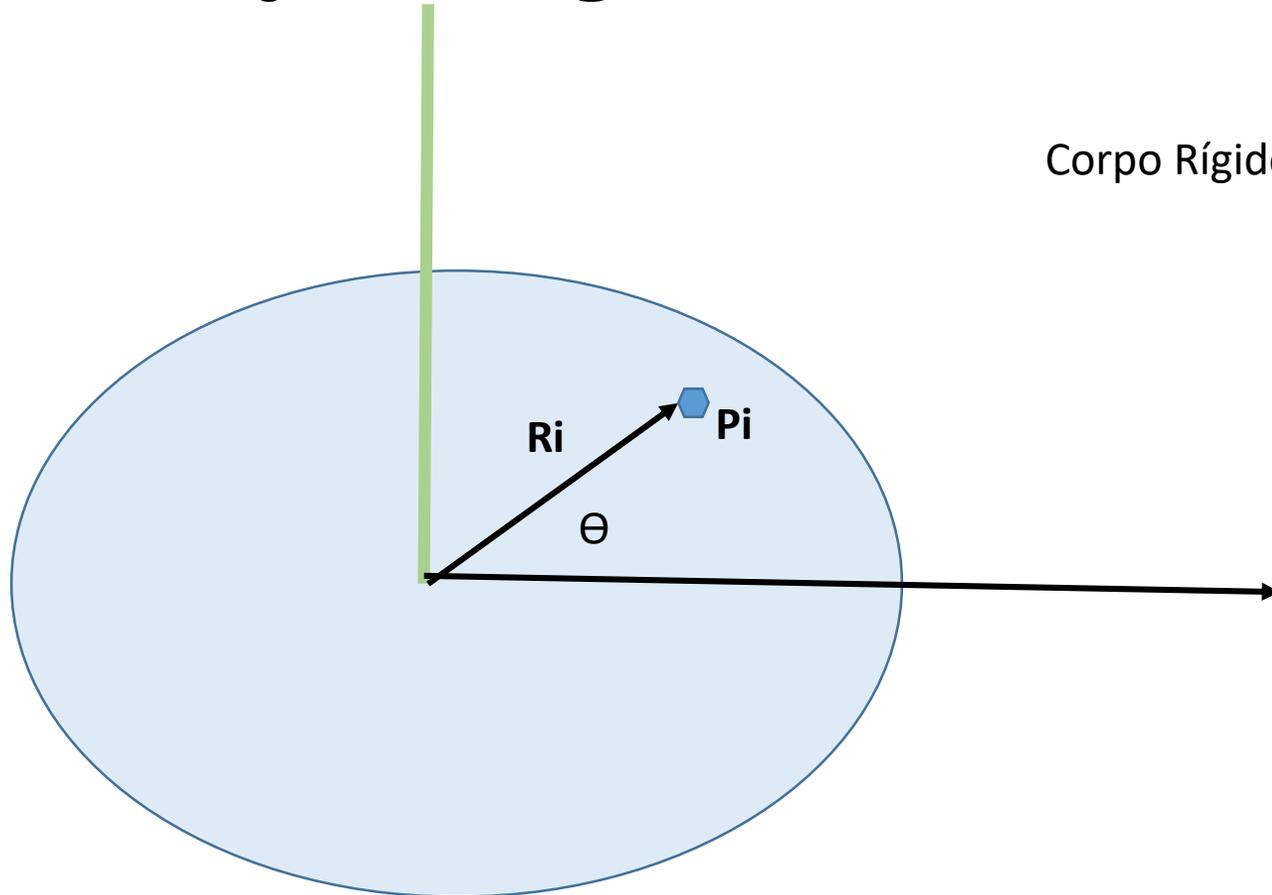
Corpo Rígido: A escolha da partícula representa o movimento todo



Reta de referência

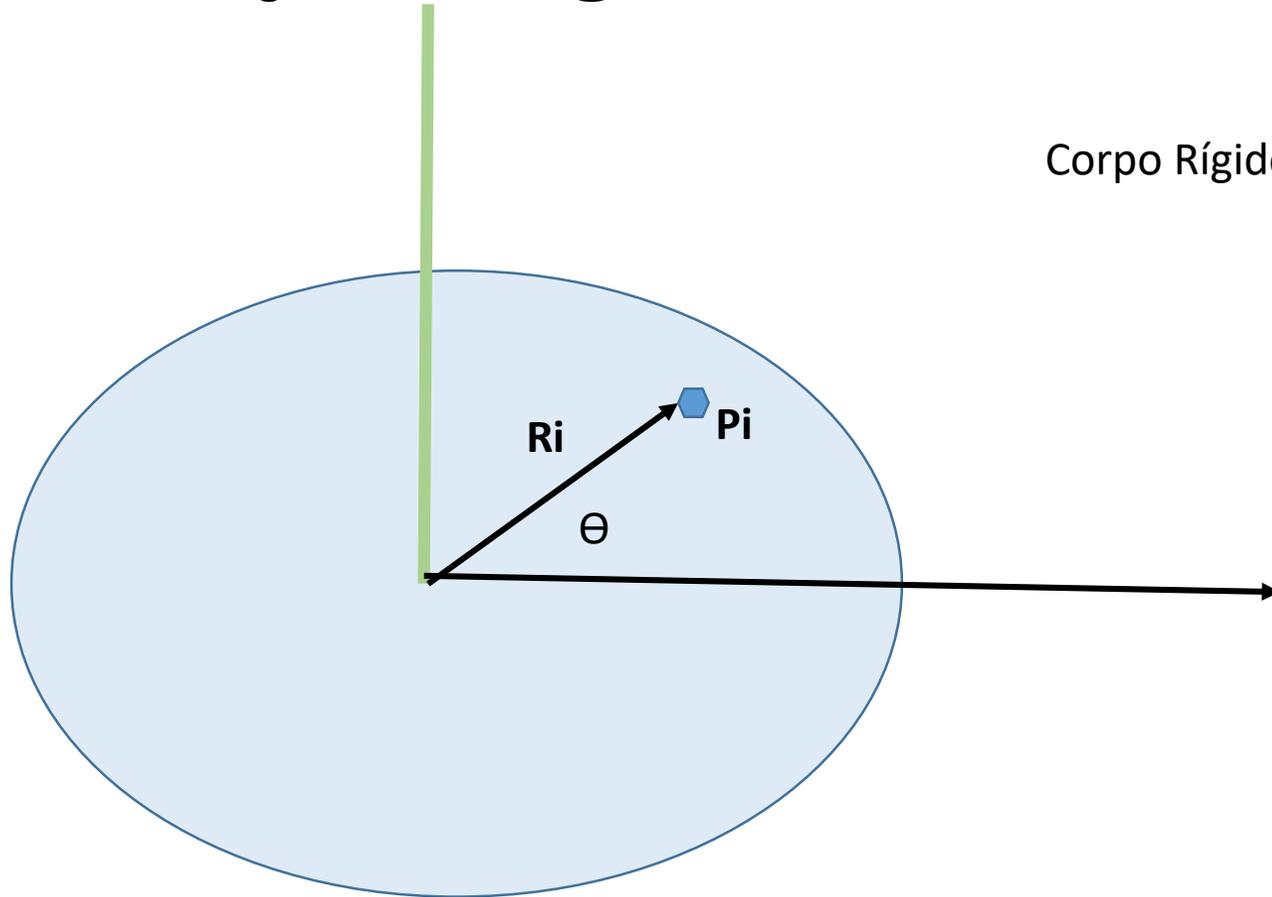
# Posição Angular

Corpo Rígido: A escolha da partícula representa o movimento todo



Reta de referência

# Posição Angular



Corpo Rígido: A escolha da partícula representa o movimento todo

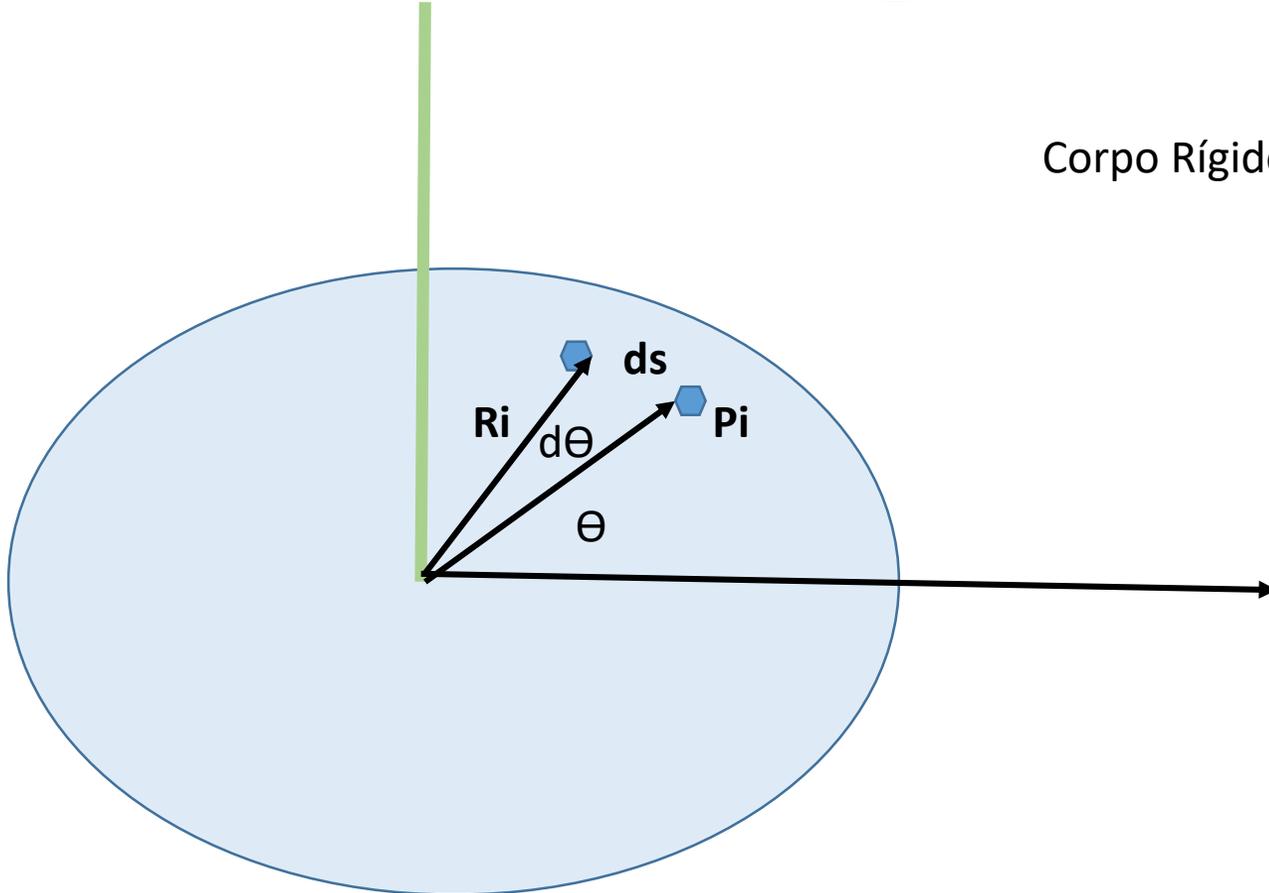
$$s = R \cdot \theta$$

$$\theta = \frac{s}{r}$$

Reta de referência

# Deslocamento angular

Corpo Rígido: A escolha da partícula representa o movimento todo



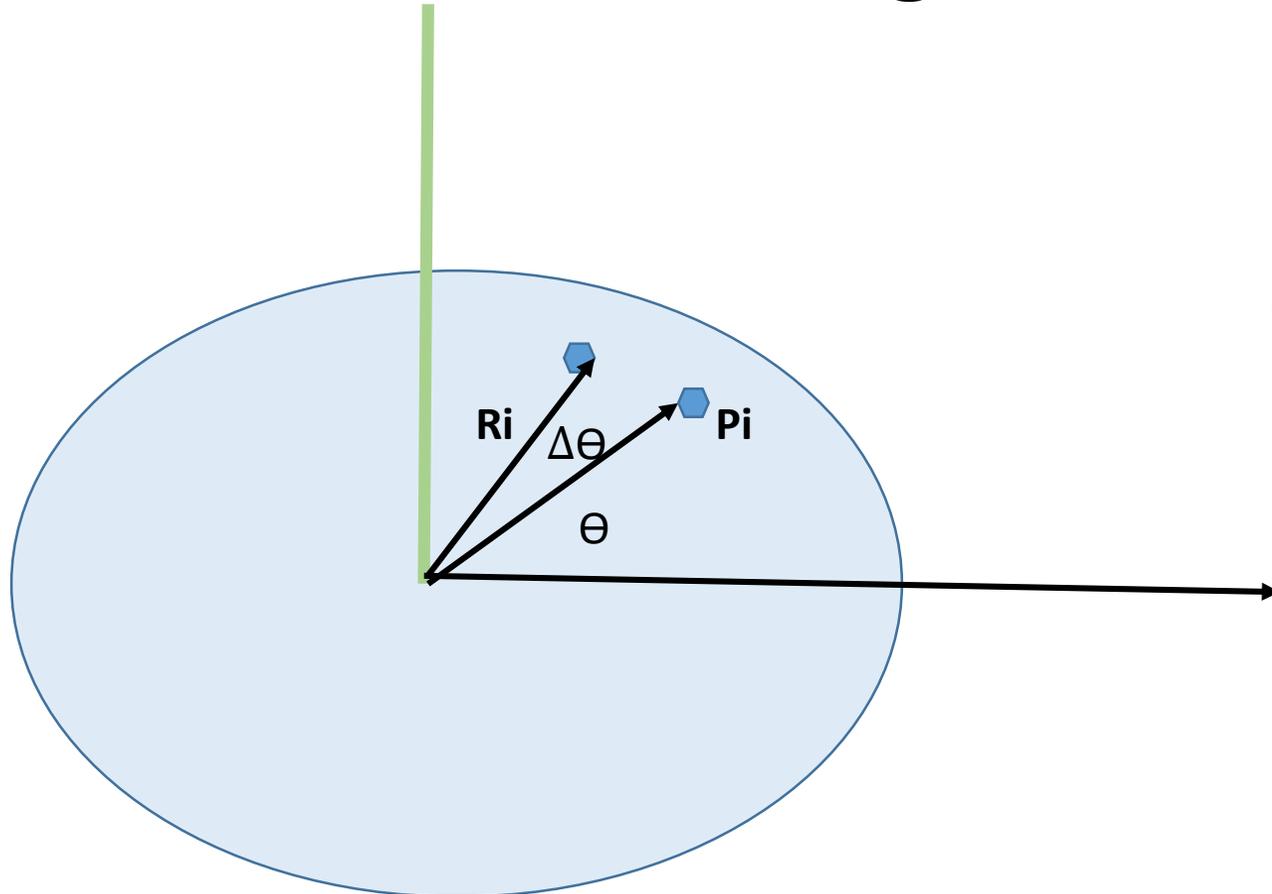
$$s = R \cdot \theta$$

$$ds = R d\theta$$

Reta de referência

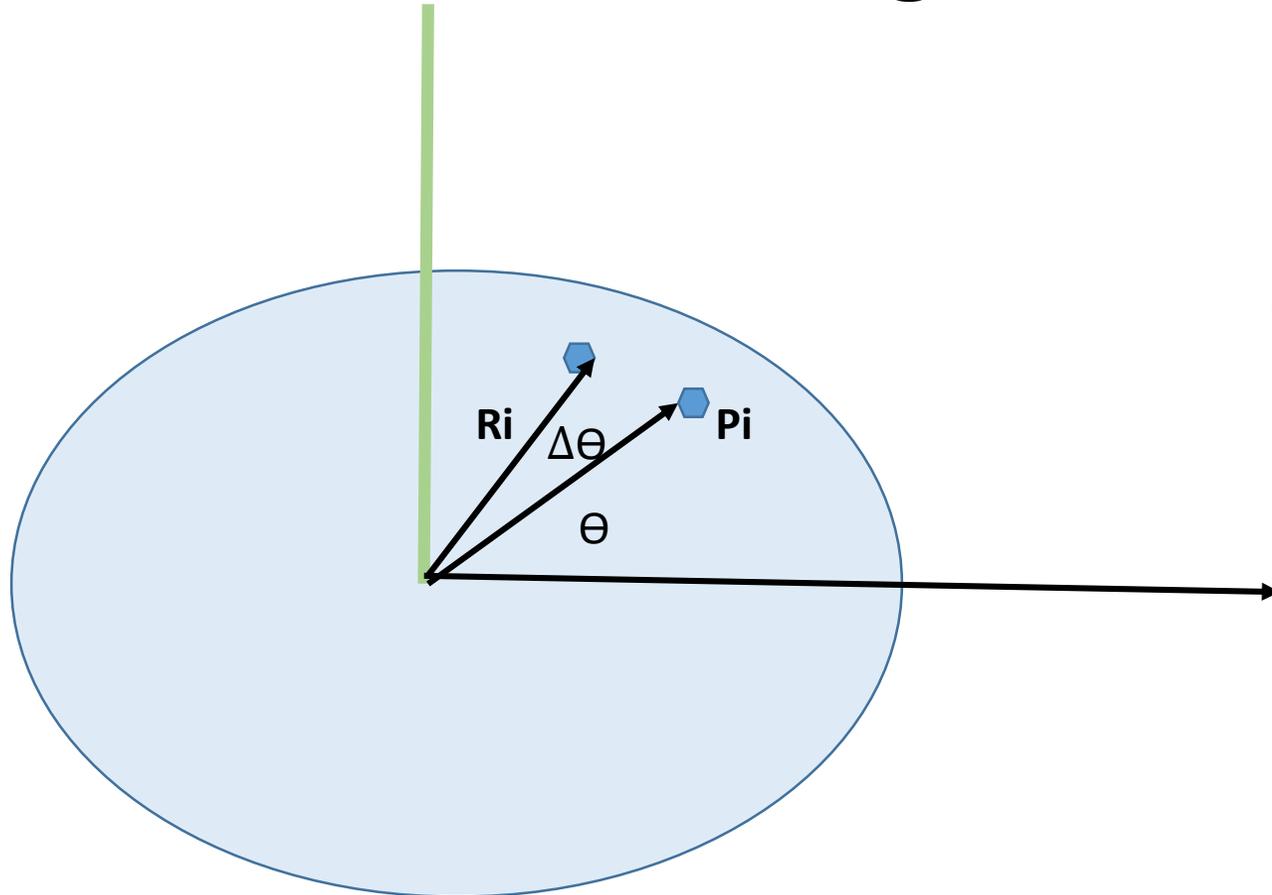
# Deslocamento Angular

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$



Reta de referência

# Deslocamento Angular



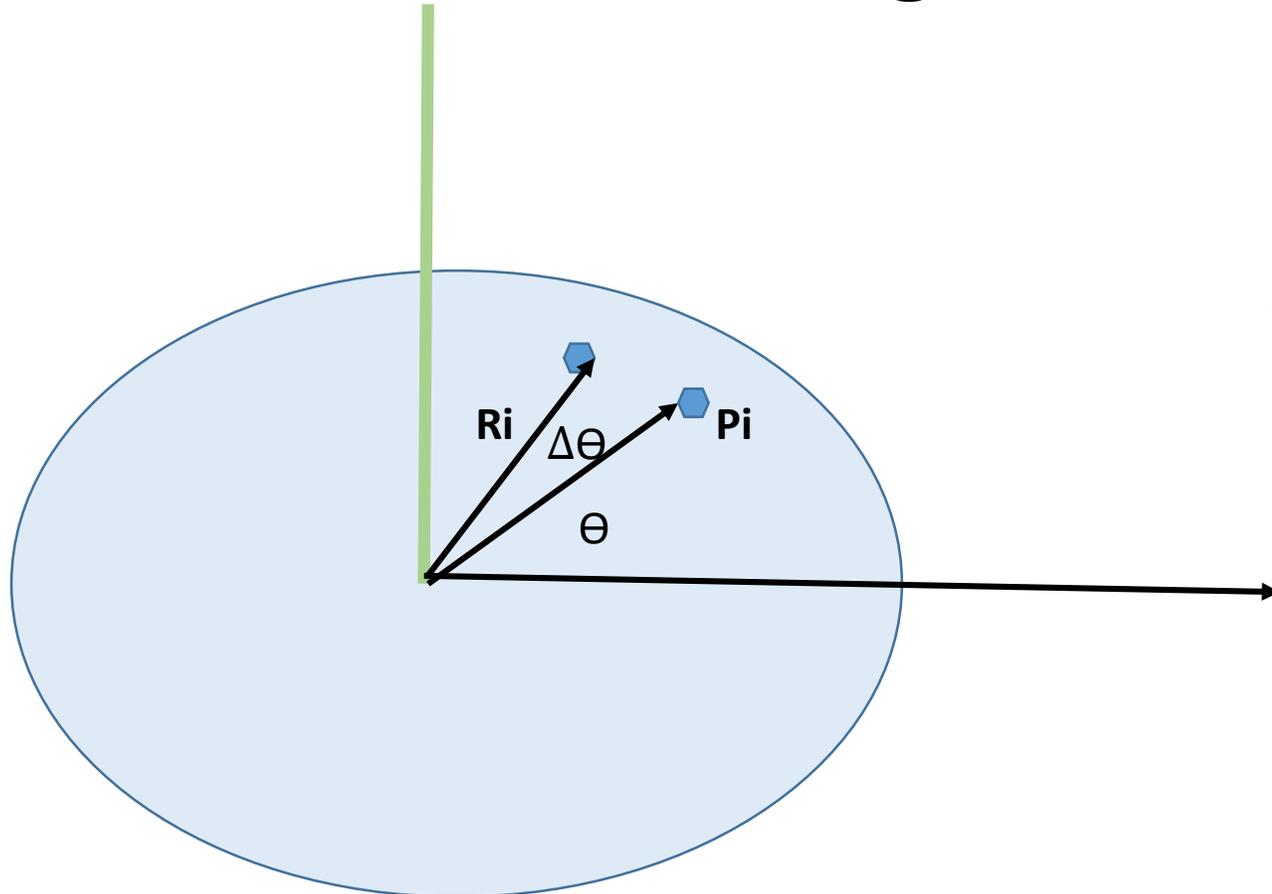
Reta de referência

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

Se dá uma volta completa:

$$\Delta\theta = 2\pi$$

# Deslocamento Angular



Reta de referência

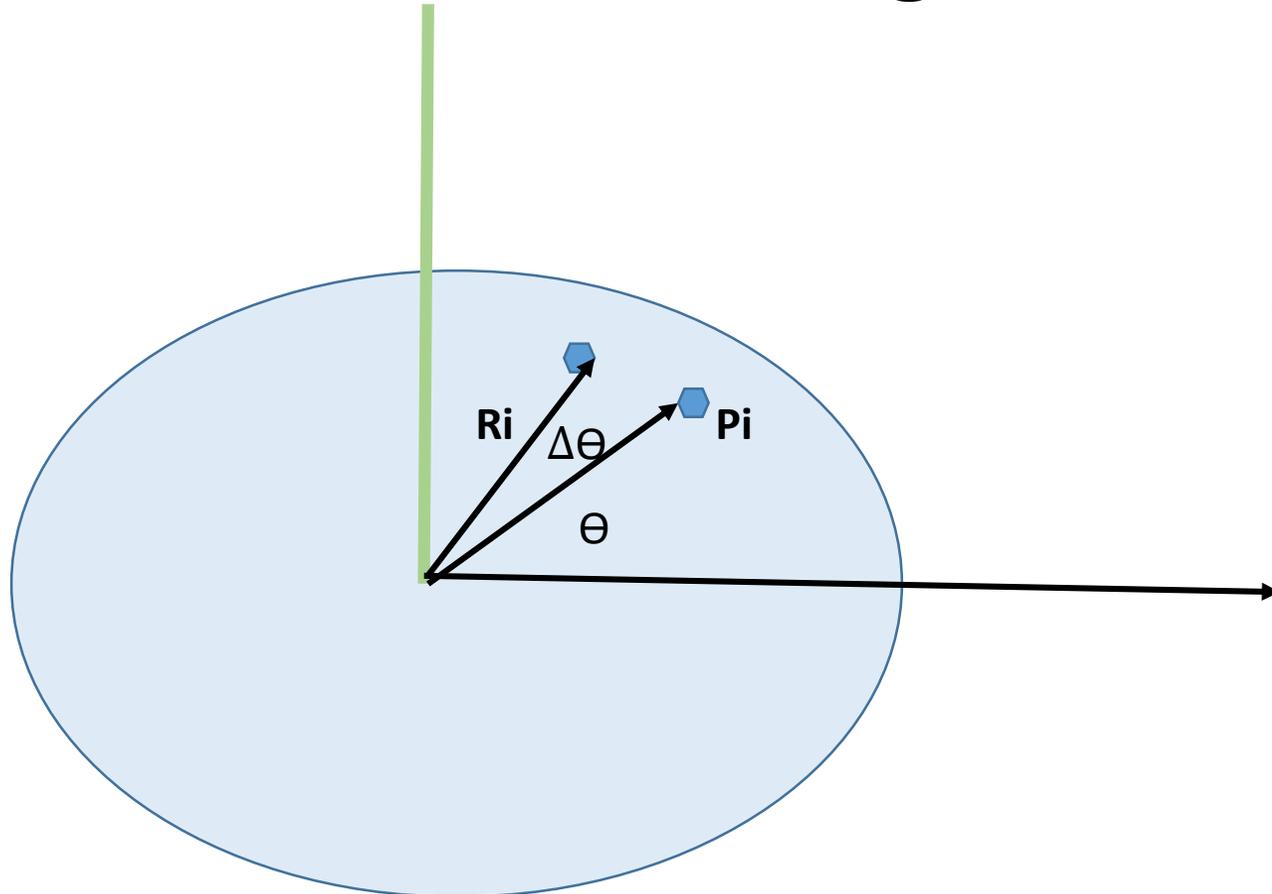
$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

Se dá uma volta completa:

$$\Delta\theta = 2\pi$$

$$ds = R_i d\theta \quad \Delta s = R_i \Delta\theta$$

# Deslocamento Angular



Reta de referência

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

Se dá uma volta completa:

$$\Delta\theta = 2\pi$$

$$ds = R_i d\theta \quad \Delta s = R_i \Delta\theta$$

$$\Delta s = 2\pi R$$

# Velocidade Angular

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \rightarrow \text{Em qual tempo acontece essa variação?}$$

# Velocidade Angular

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \rightarrow$  Em qual tempo acontece essa variação?

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

# Velocidade Angular

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \rightarrow$  Em qual tempo acontece essa variação?

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

# Velocidade Angular

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \rightarrow$  Em qual tempo acontece essa variação?

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

Velocidade angular

# Aceleração Angular

Do mesmo modo, se a velocidade angular varia com tempo:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \rightarrow$$

# Aceleração Angular

Do mesmo modo, se a velocidade angular varia com tempo:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \rightarrow \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

# Aceleração Angular

Do mesmo modo, se a velocidade angular varia com tempo:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \rightarrow \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

# Aceleração Angular

Do mesmo modo, se a velocidade angular varia com tempo:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \rightarrow \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Aceleração angular

# Unidades

Posição angular .....  $\theta$  ..... Rad

Deslocamento angular .....  $\Delta\theta$  ..... Rad

Velocidade angular .....  $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$  ..... Rad/s

Aceleração angular .....  $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$  ..... Rad/s<sup>2</sup>

# Translação e Rotação

## *Movimento Linear X Movimento Angular*

Posição ..... Posição angular

Deslocamento ..... Deslocamento angular

Velocidade ..... Velocidade angular

Aceleração ..... Aceleração angular

# Movimento Linear e Angular

## *Movimento Linear X Movimento Angular*

$s$	.....	$\theta$
$ds$	.....	$d\theta$
$v = \frac{ds}{dt}$	.....	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
$a = \frac{dv}{dt}$	.....	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

# Movimento Linear e Angular

## *Movimento Linear X Movimento Angular*

$$s \quad \text{.....} \quad \theta$$

$$ds = R d\theta \quad \text{.....} \quad d\theta$$

$$\text{.....} \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\text{.....} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

# Movimento Linear e Angular

## *Movimento Linear X Movimento Angular*

$s$  .....  $\theta$

$ds = Rd\theta$  .....  $d\theta$

$v = \frac{Rd\theta}{dt} \rightarrow R\omega$  .....  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

.....  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

# Movimento Linear e Angular

## *Movimento Linear X Movimento Angular*

$$s \quad \cdots \quad \theta$$

$$ds = R d\theta \quad \cdots \quad d\theta$$

$$v = \frac{R d\theta}{dt} \rightarrow R\omega \quad \cdots \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dR\omega}{dt} \rightarrow a = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha \quad \cdots \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

# Movimento Circular

$$a = \frac{v^2}{R}$$

$$a = \frac{(R\omega)^2}{R} = R\omega^2$$

# Equações relacionadas

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \omega dt = d\theta \rightarrow \omega t = \theta_f - \theta_0$$

$$\theta_f = \theta_0 + \omega t$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha t$$

# Equações relacionadas

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \omega dt = d\theta \rightarrow \omega t = \theta_f - \theta_0$$

$$\theta_f = \theta_0 + \omega t$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha t$$

Para  $\alpha$  constante:

$$\omega dt = d\theta \rightarrow \int (\omega_0 + \alpha t) dt = \int d\theta \rightarrow \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \alpha \frac{t^2}{2}$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

# Equações relacionadas

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \omega dt = d\theta \rightarrow \omega t = \theta_f - \theta_0$$

$$\theta_f = \theta_0 + \omega t$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha t$$

Para  $\alpha$  constante:

$$\omega dt = d\theta \rightarrow \int (\omega_0 + \alpha t) dt = \int d\theta \rightarrow \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \alpha \frac{t^2}{2}$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$S_f = S_0 + vt$$

$$S_f = S_0 + at$$

$$S = S_0 + v_0 t + a \frac{t^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(S - S_0)$$

# Energia Cinética de Rotação



# Energia Cinética de Rotação

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$



# Energia Cinética de Rotação

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = 0$$



# Energia Cinética de Rotação

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

?



# Energia Cinética de Rotação

$$K = \sum \frac{1}{2} m v_i^2$$

Como se o disco fosse feito de inúmeras partículas  $i$



# Energia Cinética de Rotação

$$K = \sum \frac{1}{2} m v_i^2$$

Como se o disco fosse feito de inúmeras partículas  $i$

$$v_{i \text{ azul}} = v_{i \text{ laranja}}?$$



# Energia Cinética de Rotação

$$K = \sum \frac{1}{2} m v_i^2$$

Como se o disco fosse feito de inúmeras partículas  $i$

$$v_{i \text{ azul}} \neq v_{i \text{ laranja}}!$$



# Energia Cinética de Rotação

O que é igual?



# Energia Cinética de Rotação

O que é igual?  $\omega$ !

$$K = \sum \frac{1}{2} m v_i^2$$



# Energia Cinética de Rotação

O que é igual?  $\omega$ !

$$K = \sum \frac{1}{2} m_i (\omega r_i)^2$$



# Energia Cinética de Rotação

O que é igual?  $\omega$ !

$$K = \frac{1}{2} \omega^2 \sum m_i r_i^2$$



# Energia Cinética de Rotação

O que é igual?  $\omega$ !

$$K = \frac{1}{2} \omega^2 \underbrace{\sum m_i r_i^2}$$

Depende da distribuição da massa em relação ao eixo de rotação



# Momento de Inércia

O que é igual?  $\omega$ !

$$K = \frac{1}{2} \omega^2 \underbrace{\sum m_i r_i^2}$$

Momento de Inércia

$$I = \sum m_i r_i^2$$



# Energia Cinética

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$



# Energia Cinética

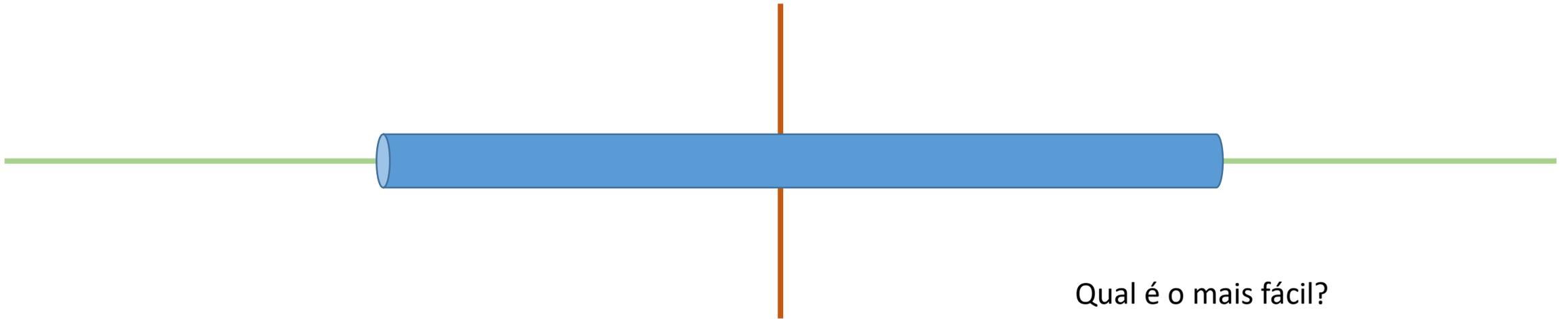
$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \rightarrow \textit{angular}$$

$$K = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 \rightarrow \textit{linear}$$



# Energia Cinética

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \rightarrow \textit{angular}$$



Vamos calcular I!

$$I = \sum m_i r_i^2$$

