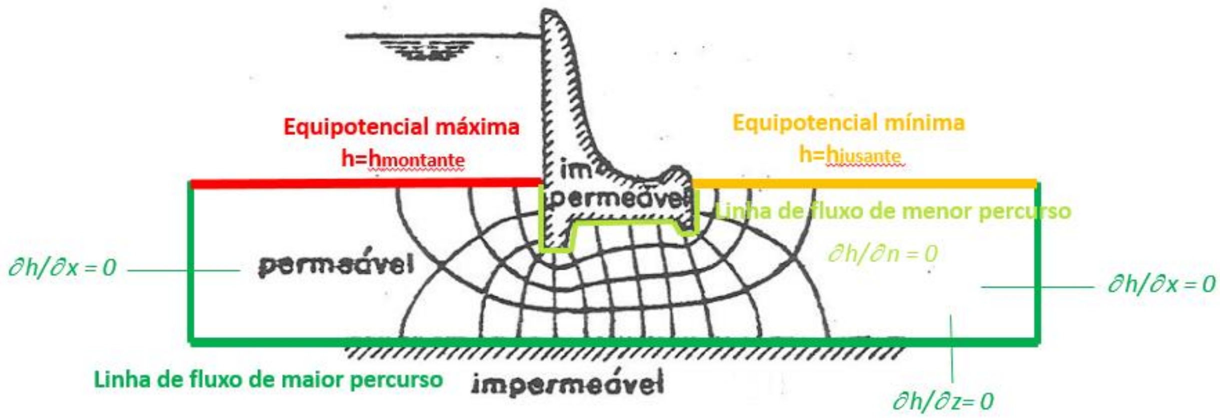
Fluxo em regime permanente: condições de contorno, vazão.

Exercício 1 (revisão)

- ✓ condições de contorno **essenciais** são aquelas nas quais o valor da função é conhecido (*h* = *h**; por exemplo, $h = h_{mont}$, $h = h_{jus}$, ou ainda $h = h_e$ = carga altimétrica)
- ✓ condições de contorno **naturais** são aquelas cuja derivada de sua função é conhecida ($\partial h/\partial n = q^*$; frequentemente, mas não sempre, q*=0 e, portanto, trata-se de fronteira impermeável)

Figura - 1



- Na Figura 1:
  - $N_q = 12;\ N_f = 4$
  - $Q = (\frac{4}{12}) \times \Delta H \times k$

Exercício 2

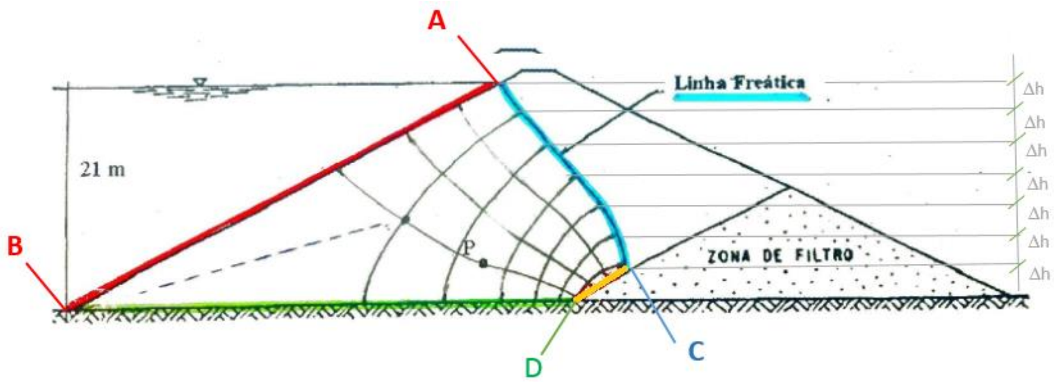


Figura 2

AB	Equipotencial máxima	$h=h_{montante}$	
AC	Linha freática (também linha de fluxo superior; limite superior do fluxo)	$u=0 \Rightarrow h=h_e$	$\partial h/\partial n = 0$
BD	Linha de fluxo de maior percurso, limite inferior do fluxo	$\partial h/\partial z= 0$	
CD	Linha livre	$u=0 \Rightarrow h=h_e$	

- *Qual a propriedade especial dos pontos indicados sobre a freática? Justifique.*

✓ R: Ao longo da linha freática, a pressão neutra é igual a zero, fazendo com que a carga total (h) seja puramente altimétrica (h_e). Assim, a diferença entre as cotas dos pontos de encontro da freática com duas equipotenciais consecutivas é sempre constante (Δh). (vide, por exemplo, Massad, cap. 1)

Vale ressaltar que a linha freática possui uma outra propriedade especial: ao contrário de todas as outras fronteiras, aplicam-se a ela duas condições de contorno, uma essencial (carga conhecida, resultante da pressão neutra igual a zero) e uma natural (fluxo nulo na direção normal a ela, $\partial h/\partial n = 0$, dado que a linha freática também é uma linha de fluxo). Esse aparente excesso de condições de contorno só se justifica pelo fato de a posição da freática ser inicialmente desconhecida, a ser determinada com o auxílio das duas condições de contorno, de modo a delimitar o domínio de percolação.

Já a linha livre possui posição conhecida e, por isso, só uma condição de contorno pode ser atribuída a ela (carga conhecida, já que a pressão neutra também é nula). Ao contrário da freática, a linha livre *não é uma linha de fluxo* (pelo contrário, sempre há fluxo através dela). No caso do exercício ela define uma transição para um material tão mais permeável que o fluxo deixa de ser governado pela lei de Darcy e pela equação de Laplace (como acontece dentro das fronteiras do domínio de percolação).

➢ *Calcule a pressão neutra e o gradiente hidráulico no ponto P.*

Pressão neutra

- $z_P \cong 3{,}5m$ (Da escala da figura, RN na base da barragem)
- $N_q = 7;\ N_f = 4$
- $\Delta h = \frac{21}{7} = 3$ m
- $h_P = 21 - 2{,}5 \times 3 = 13{,}5$ (o ponto P está entre a segunda e a terceira equipotencial)
- $h = z + \frac{u}{\gamma_w} \rightarrow u_P = 100\ KN/m^2$

Gradiente hidráulico

- Distância entre equipotenciais no ponto P (da figura, em escala) ≅ 5 m
- Perda de carga entre equipotenciais ≅ 3 m
- $i_P \cong 0{,}6$

Vazão

Na Figura 2:

- $N_q = 7;\ N_f = 4$
- $Q = (\frac{4}{7}) \times \Delta H \times k = 12 \times 10^{-6}\ m^3/s/m$ de barragem = 43,2 litros/hora/metro de barragem!

Exercício 3

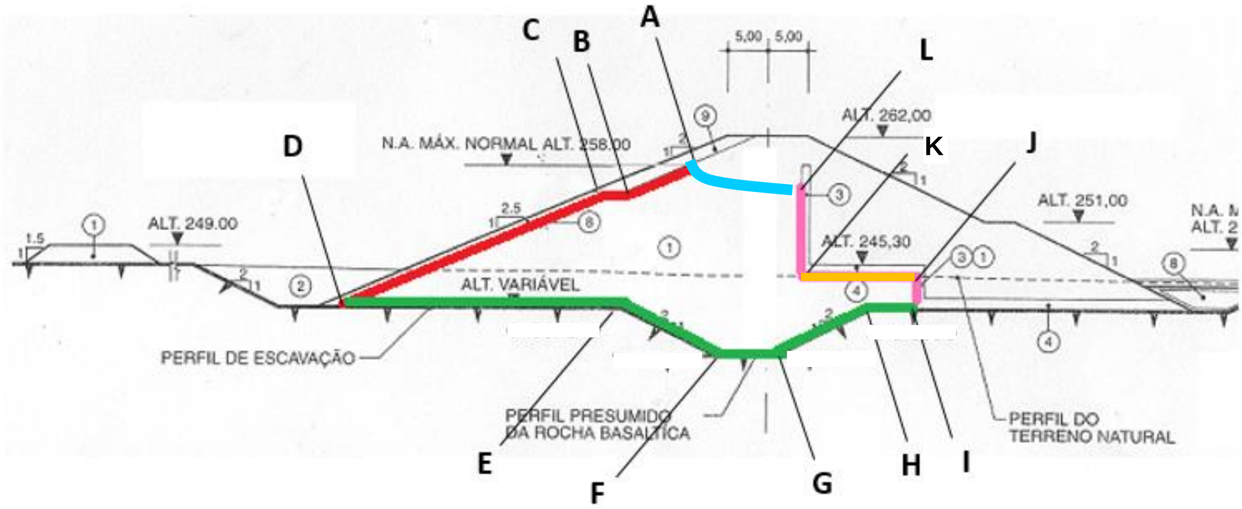


Figura 3

Obs. 1: admitiu-se que os materiais 9, 8, 4, 3 e 2 sejam muito mais permeáveis do que o material 1, e que o perfil da rocha basáltica se estenda por toda a área de fundação em que foi adotada a mesma convenção gráfica. Admitiu-se também NA de jusante no topo da rocha.

ABCD	**Equipotencial máxima**	**$h=h_{montante}$**	
AL	**Linha freática, limite superior do fluxo**	**$u=0 \Rightarrow h=h_e$**	$\partial h/\partial n = 0$
DEFGHI	**Linha de fluxo inferior**	$\partial h/\partial n= 0$	
IJ	**Linha livre**	**$u=0 \Rightarrow h=he$**	
JK	**Linha livre / Equipotencial**	**$u=0 \Rightarrow h=h_e$**	**$h=h_{dreno\ horiz.}$**
KL	**Linha livre**	**$u=0 \Rightarrow h=he$**	

Obs. 2: É importante notar que a posição do ponto "L" é indefinida até que o problema seja resolvido, com determinação da posição da freática.

Obs. 3: Há uma informação truncada, à direita da Figura 3, de um NA de jusante em uma cota mais elevada, talvez 250,00. Isso indicaria que parte do filtro-dreno deve funcionar afogada, um critério de projeto às vezes adotado para evitar a colmatação química ou microbiológica dos filtros-drenos, e o seu consequente desempenho insatisfatório (maiores pressões neutras = menores tensões efetivas e menor resistência). A colmatação nada mais é do que um "entupimento" por formação de um filme muito pouco permeável de compostos de ferro precipitados em ambiente oxidante, daí a preocupação em afogar o filtro-dreno. Em termos de condições de contorno para resolução do problema de fluxo, o NA de jusante na cota 250,00 impõe que IJK + o trecho de KL abaixo da cota 250,00 constituam uma **equipotencial com $h = h_{jusante}$**.

Exercício 4 (revisão)

Estudar, por exemplo, Massad, capítulo 1 (ou Carlos Pinto, capítulo 7)

Material anisotrópico, geralmente com condutividade hidráulica horizontal maior do que a vertical: $k_x > k_z$

Fluxo em regime permanente: condições de contorno, vazão.

Equação diferencial do fluxo em material anisotrópico: $k_x \times \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \ k_z \times \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$

a) Pode-se fazer a equação anterior recair na equação de Laplace através de uma mudança de variável: $X = x\sqrt{\frac{k_z}{k_x}}$
Utilizando a regra da cadeia na derivação, chega-se a:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Na nova escala é portanto possível resolver como sempre a equação de Laplace, por exemplo traçando uma rede de fluxo como se o material fosse isotrópico.

Para a dedução da condutividade hidráulica equivalente, consultar Carlos Pinto (capítulo 7): $k_{eq} = \sqrt{k_x k_z}$

b) $\mathrm{Q = k \times h \times N_f / N_q}$

	Isotrópico	Anisotrópico
Canais de fluxo (N_f)	1,3	2,5
Quedas de potencial (N_q)	4	4
Fator de forma (N_f/ N_q)	0,325	0,625
Condutividades hidráulicas	k_h=k_v=k	k_v=k / k_h = 9 k
Condutividade hidráulica equivalente	k	3k
Vazão	Q	~ 5,8 Q

Consulte também o capítulo 8 do Braja Das.

c) Pressões: compare a diferença de cota entre o ponto P e o ponto em que a equipotencial que passa por ele encontra a freática (num e noutro caso). Não há diferença. Pontos situados abaixo da freática no material isotrópico têm a mesma pressão neutra se o material for anisotrópico. No entanto, pontos situados acima da freática no material isotrópico sofrem acréscimo de pressão neutra se o material for anisotrópico.
Gradientes hidráulicos: como as perdas de carga entre equipotenciais são idênticas nas duas situações, para comparar os módulos dos gradientes basta comparar a distância entre equipotenciais passando por P, distância essa sempre medida na direção normal às equipotenciais. A relação aproximada é de 3 : 2,5 (isotrópico : anisotrópico), portanto o módulo do gradiente em P é cerca de 20% maior no caso anisotrópico. Mais importante, a direção do vetor gradiente muda significativamente, ficando mais próxima da vertical no meio anisotrópico.

d) No caso anisotrópico a linha freática está muito mais próxima do talude de jusante, o que caracteriza um risco sério de a água encontrar uma saída no talude de jusante, provocando carreamento de material da barragem, erosão tubular regressiva ("piping") e possível ruptura da barragem.

e) A anisotropia decorre da compactação. Não há como evitá-la ou controlá-la. A maneira eficiente de controlar riscos associados à percolação é introduzir filtros-drenos (verticais ou sub-verticais) na zona central da barragem, além dos filtros-drenos horizontais indicados nos desenhos do exercício. Há muito tempo não se fazem barragens de terra sem um filtro-dreno vertical ou sub-vertical que praticamente elimine qualquer possibilidade de o fluxo atingir o talude de jusante.

Exercício 5

a) Se há quadrados na zona 1, para manter a continuidade dos canais de fluxo (conservação de massa!) não há como manter quadrados na zona 2. A rede completa, esboçada na parte inferior da Figura 5, indica que na zona 2 a rede de fluxo é composta por retângulos nos quais a relação entre os lados é igual à relação entre as condutividades hidráulicas ($k_2 \cong 5k_1$). Na Figura 6 a relação deve ser $k_2 \cong 3k_1$. Vazões: $Q_5 \cong \frac{4}{8}k_1h$, $Q_6 \cong \frac{12}{14}k_1h$.

b) Nenhum material da Figura 5 é anisotrópico (ângulos retos!).

c) Nenhum material da Figura 6 é anisotrópico (ângulos retos!).