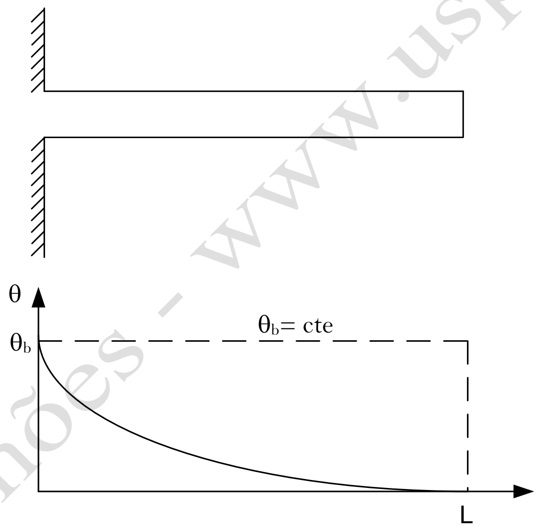
AULA 7 – EFICIÊNCIA E EFETIVIDADE DE ALETAS

Eficiência de Aleta

A teoria desenvolvida na aula anterior é bastante útil para uma análise em detalhes para o projeto de novas configurações e geometrias de aletas, bom como para comparar entre si o desempenho de diferentes tipos de aletas. Para alguns casos simples, existem soluções analíticas, como foi o do caso estudado da aleta de seção transversal constante. Seções geométricas irregulares ou que envolvem condições de contorno mais complexas podem ser resolvidas mediante solução numérica da equação diferencial geral da aleta. Porém, existe um método de seleção de tipos de aletas baseado no chamado método da *eficiência da aleta*. Sendo que a eficiência de aleta, η_A, é definida por

$$\eta_A = \frac{\text{fluxo de calor transmitido p / aleta} - \text{caso real}}{\text{fluxo calor que seria transmitido caso a aleta estivesse à temp.base} - \text{caso ideal}}$$



Pode ser utilizado o comprimento corrigido, dado por: $L_c = L + t/2$

Para o caso estudado na aula anterior da aleta retangular de extremidade adiabática, a aplicação da definição de eficiência de aleta resulta em:

$$\eta_A = \frac{\sqrt{hPkA}\ \theta_b tgh(mL_c)}{hPL_c\theta_b} = \frac{tgh(mL_c)}{mL_c}, \quad \text{com} \quad m = \sqrt{\frac{hP}{kA}}$$

Por outro lado, o perímetro molhado é dado por

$P = 2(b+t) \approx 2b$ (para t << b, aleta fina), sendo $A = bt$, de onde se obtém:

$$mL_c = \sqrt{\frac{2h}{kt}}\, L_c$$

<u>Cálculo do Fluxo de Calor Através da Aleta</u>

Da definição de eficiência de aleta, o fluxo de calor real transferido pela aleta, q_A, pode ser obtido por meio de $q_A = \eta_A q_{max}$, onde o máximo fluxo de calor transferido, q_{max}, é aquele que ocorreria se a aleta estivesse toda à temperatura da base, isto é:

$$q_{max} = hA_a\theta_b,$$

onde, A_a é a área total exposta da aleta e $\theta_b = T_b - T_\infty$

Assim, o fluxo de calor real transferido pela aleta é:

$$\boxed{q_A = \eta_a h A_a \theta_b}$$

Note que a eficiência da aleta, η_a, selecionada sai de uma tabela, gráfico ou equação. Na sequência deste texto há uma série de gráficos para alguns tipos de aletas.

Deve-se usar aleta quando:

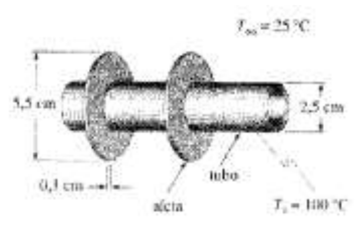
(1) h é baixo (geralmente em convecção natural em gases, como o ar atmosférico)

(2) Deve-se usar um material de condutividade térmica elevado, tais como cobre e alumínio, por razões que veremos adiante.

O alumínio é superior devido ao seu baixo custo e baixa densidade.

<u>Exemplo de Aplicação</u>

Em um tubo de diâmetro externo de 2,5 cm são instaladas aletas circulares de alumínio por um processo de soldagem na superfície. A espessura das aletas é de 0,1 cm e o diâmetro externo das mesmas é de 5,5 cm, como ilustrado. Se a temperatura do tubo for de 100°C e o coeficiente de transferência de calor for de 65 W/m^2 K, calcule o fluxo de calor transferido pela aleta.



<u>Solução</u>

Trata-se de aleta circular de alumínio. O valor da condutividade térmica é de 240 W/m°C (obtido por consulta a uma tabela de propriedades termofísicas dos sólidos). Vamos calcular os parâmetros do gráfico correspondente dado na página 63 à frente.

$t = 0{,}001\,m$

$L = \dfrac{(5{,}5-2{,}5)}{2}\times 0{,}01 = 0{,}015\,m \Rightarrow L_c = L + \dfrac{t}{2} = 0{,}0155\,m$

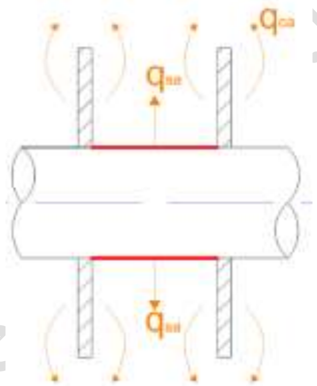
$A_P = L_c t = 0{,}0155\times 0{,}001 = 1{,}55\times 10^{-5}\,m^2 \;\Rightarrow\; L_c^{3/2}\left(h/kA_P\right)^{1/2} = 0{,}0155^{1{,}5}\left(65/240\times 1{,}55\times 10^{-5}\right)^{0{,}5} = 0{,}255$

Para o uso do gráfico (pg.63), precisamos ainda da razão entre o raio externo corrido e o raio interno da aleta.

$\dfrac{r_{2c}}{r_1} = \dfrac{r_2 + t/2}{r_1} = \dfrac{2{,}75+0{,}1/2}{1{,}25} = 2{,}24$ Com esses dois parâmetros no gráfico, obtemos $\eta_A \approx 91\%$. Assim, o fluxo de calor trocado pela aleta é: $q_A = \eta_a h A_a \theta_b = 0{,}91\times 65\times 0{,}00394\times 75 = 17{,}5\,W$, Já que a área exposta da aleta, vale, $A_a = 2\times\pi\left(r_{2c}^2 - r_1^2\right) = 0{,}00394\,m^2$.

Exemplo de Aplicação (cont...)

Admitindo que o passo das instalações da aleta é de 1 cm, qual deve ser o fluxo de calor total transferido pelo tubo, se o mesmo for de 1 m de comprimento.



Solução

O tubo terá 100 aletas. O fluxo de calor trocado por aleta já é conhecido do cálculo anterior. O fluxo de calor da porção de tubos sem aletas será:

$q_{sa} = hA_{sa}(T_s - T_\infty)$, onde A_{sa} é a área do tubo em que não há aletas.

$$A_{sa} = 2\pi\times r_1\times(L_T - N_a\times t) = 2\pi\times 1{,}25\left(100 - 100\times 0{,}1\right) = 706{,}8\,cm^2 = 0{,}07068\,m^2$$

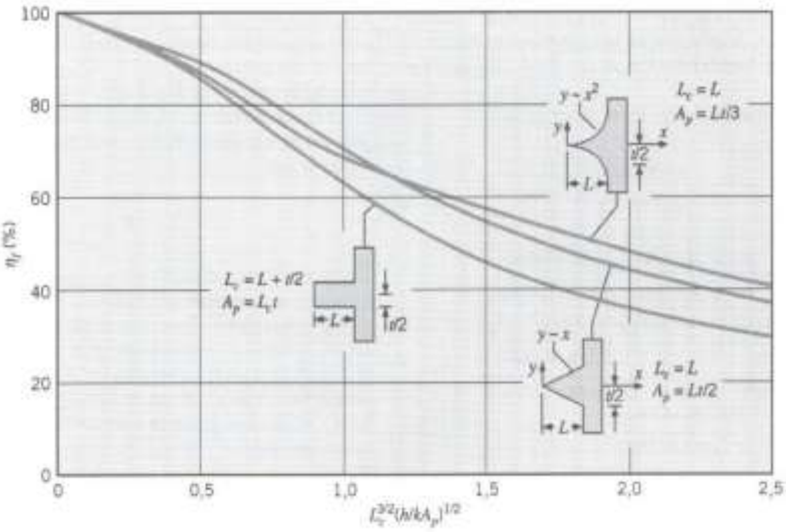
Assim, $q_{sa} = 65\times 0{,}07068(100-25) = 344{,}6\,W$

O fluxo de calor trocado pelas 100 aletas será $q_{ca} = 100\times 17{,}5 = 1750\,W$

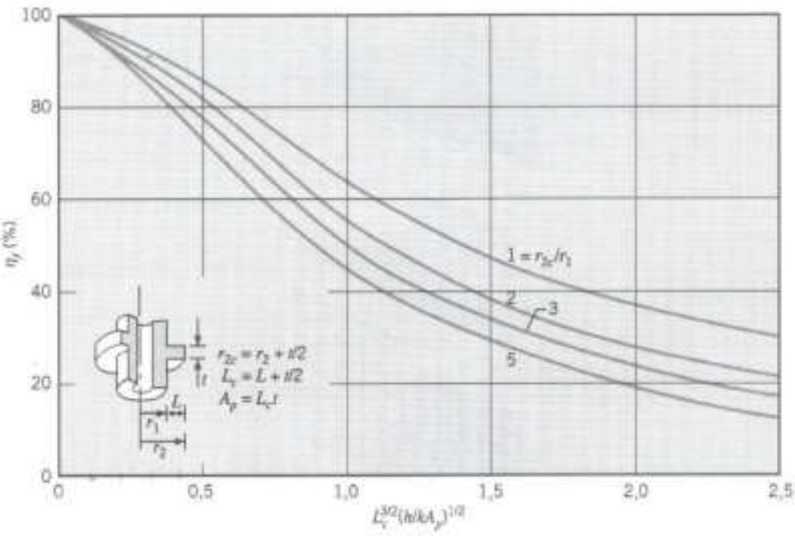
Finalmente, o fluxo total de calor trocado pelo tubo será

$q_T = q_{sa} + q_{ca} = 344{,}6 + 1750 = 2094{,}5\,W$ e $\%\eta = \dfrac{1750}{2095}100\% = 83{,}6\%$

Como se vê, a instalação das aletas aumenta consideravelmente a transferência de calor.



Eficiência de aletas planas (perfis retangular, triangular e parabólico).



Eficiência de aletas anulares de perfil retangular.

A_p – área de seção transversal de aleta

Tipo	A_a área total exposta da aleta	
Retangular	$2bL_c$	b – largura da aleta L_c = L-corrigido t = espessura
Triangular	$2b\left[L^2 + (L/2)^2\right]^{1/2}$	
Parabólica	$2{,}05b\left[L^2 + (L/2)^2\right]^{1/2}$	
Anular	$2\pi b\left[r_{2c}^{\;2} - r_1^{\;2}\right]^{1/2}$	

Fluxo de calor transmitido pela aleta:

$$q = \eta_a h A_a \theta_b$$

Área total da aleta

Eficiencia da aleta (η_f da figura)

$$\theta_b = T_b - T\infty$$

base

A_a é a área total exposta da aleta

Para obter a eficiência da aleta, use os dados geométricos disponíveis e os indicados nos gráficos. Uma vez obtida a eficiência da aleta, calcule o fluxo real de calor através da simples expressão acima.

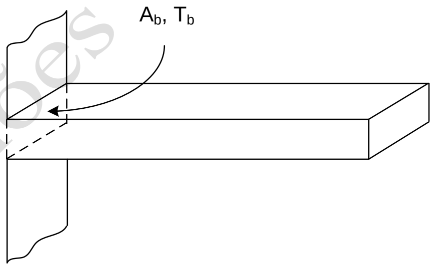
Comentários:

Aleta triangular (y ~ x) requer menos material (volume) para uma mesma dissipação de calor do que a aleta retangular. Contudo, a aleta de perfil parabólico é a que tem melhor índice de dissipação de calor por unidade de volume (q/V), mais é apenas um pouco superior ao perfil triangular e seu uso é raramente justificado em função de maior custo de produção.
A aleta anular é usada em tubos.

Efetividade da Aleta

Como visto, a eficiência de aleta é somente um procedimento de seleção de tipos de aletas, já que uma tabela, gráfico ou equação fornece as eficiências das aletas e os cálculos se dão a partir desse ponto. Mas, é preciso continuar com a análise para determinar se, de fato, haverá incremento ou não da transferência de calor com a instalação de aletas. Claro que está informação é crucial para que o engenheiro decida pela instalação de aletas. Para que se possa seguramente tomar uma decisão sobre a vantagem ou não da instalação de aletas, deve-se lançar mão do método da *efetividade de aleta*, ε. Nesse método, compara-se o fluxo de calor através da aleta com o fluxo de calor que o ocorreria caso ela não tivesse sido instalada. Lembrando que caso a aleta não existisse, a transferência de calor em questão ocorreria através da área da base da aleta, A_b. Assim, define-se a efetividade como sendo a razão entre o fluxo de calor através da aleta pelo fluxo de calor através da base da aleta, ou seja:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{q_{aleta}}{q_{s/aleta}} = \frac{q_{aleta}}{hA_b\theta_b}}$$



O fluxo de calor sem a aleta, $q_{\text{s/aleta}}$, é o que ocorreria na base da aleta, conforme ilustração acima. Como regra geral, justifica-se o caso de aletas para $\varepsilon > 2$.

Para aleta retangular da extremidade adiabática

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{hPkA}\ \theta_b tgh(mL_c)}{hA_b\theta_b}$$

Nesse caso: $A = A_b$ e, portanto, $\varepsilon = \dfrac{tgh(mL_c)}{\sqrt{hA/kP}}$

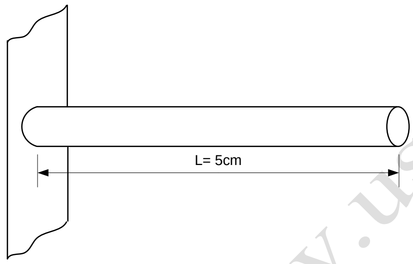
Exemplos de Aplicação

Exemplo de aplicação 1 – Uma aleta de aço inoxidável, seção circular de dimensões L = 5 cm e r = 1 cm, é submetida à três condições de resfriamento, quais sejam:

A – Água em ebulição; h = 5000 W/m^{2}K
B – Ar – convecção forçada; h = 100 W/m^{2}K
C – Ar – Convecção natural; h = 10 W/m^{2}K

Calcule a efetividade da aleta, para os seguintes dados:

- k aço inox = 19 W/m K (obtido de uma tabela de propriedades de transporte)
- Comprimento corrigido: Fórmula $L_C = L + r/2$



Solução:

$$\varepsilon = \frac{tgh(mL_c)}{\sqrt{hA/kP}}\text{, com}$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}} = \sqrt{\frac{h2\pi r}{k\pi r^2}} = \sqrt{\frac{2h}{kr}} = \sqrt{\frac{2h}{19.0,01}} = 3{,}24\sqrt{h} \quad \text{e} \quad mL_c = 3{,}24\sqrt{h}\left(0{,}05 + 0{,}01/2\right)\text{, ou}$$

seja: $mL_c = 0{,}178\sqrt{h}$.

No denominador tem-se: $\sqrt{\frac{hA}{kP}} = \sqrt{\frac{h\pi r^2}{k2\pi r}} = \sqrt{\frac{hr}{2k}} = \sqrt{\frac{h.0{,}01}{2.19}} = 0{,}0162\sqrt{h}$.

Substituindo estes dois resultados na expressão da efetividade, vem:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{tgh(0{,}178\sqrt{h})}{0{,}0162\sqrt{h}}}$$

Agora, analisando os três casos (valores diferentes de *h*)

Caso A *:* h = 5000 W/m^2 K $$\varepsilon = \frac{tgh(0{,}178\sqrt{5000})}{0{,}0162\sqrt{5000}} = \frac{1}{1{,}145} = 0{,}873$$

Caso B : h = 100 W/m^2 K $$\varepsilon = \frac{tgh(0{,}178\sqrt{100})}{0{,}0162\sqrt{100}} = \frac{0{,}945}{0{,}162} = 5{,}833$$

Caso C : h = 10 W/m^{2}K $$\varepsilon = \frac{tgh(0{,}178\sqrt{10})}{0{,}0162\sqrt{10}} = \frac{0{,}510}{0{,}051} = 10{,}0$$

<u>Comentário</u>

- Como visto, a colocação da aleta nem sempre melhora a transferência de calor. No caso A, por exemplo, a instalação de aletas deteriora a transferência de calor, já que ε<1. Um critério básico é que a razão *hA/Pk* deve ser muito menor que 1 para justificar o uso de aletas.

Caso (A) → $\frac{hA}{kP} = 1{,}31$

Caso (B) → $\frac{hA}{kP} = 0{,}026$

Caso (C) → $\frac{hA}{kP} = 0{,}00262$

- <u>Informação importante:</u> A aleta deve ser colocada do lado do tubo de menor coeficiente de transferência de calor, que é também o de maior resistência térmica.

Exemplo de aplicação 2 – Considerando o problema anterior, suponha que a aleta seja constituída de três materiais distintos e que o coeficiente de transferência de calor seja h = 100 W/m^2 ^{o}C. Calcule a efetividade para cada caso.

Das tabelas de propriedades de transporte dos materiais, obtém-se:

A – Cobre → k = 368 W/m K
B – Aço inox → k = 19 W/m K
C – Alumínio → k = 240 W/m K

<u>Solução:</u>

$m=\sqrt{\dfrac{2h}{kr}}=\sqrt{\dfrac{2.100}{k.0{,}01}}=\dfrac{141{,}4}{\sqrt{k}}$ e, portanto, $mL_c=\dfrac{141{,}4}{\sqrt{k}}\left(0{,}05+0{,}01/2\right)=\dfrac{7{,}76}{\sqrt{k}}$

No denominador, agora temos: $\sqrt{\dfrac{hA}{kP}}=\sqrt{\dfrac{hr}{2k}}=\sqrt{\dfrac{100.0{,}01}{2k}}=\dfrac{1}{\sqrt{2k}}$

Substituindo ambos os resultados, obtém-se:

$$\boxed{\varepsilon=\sqrt{2k}\cdot tgh(7{,}76/\sqrt{k})}$$

Caso (A): k = 368 W/m K (cobre) ε = 10,7

Caso (B): k = 19 W/m K (aço inox) ε = 5,8

Caso (C): k = 240 W/m K (alumínio) ε = 10,1

Comentário:

O material da aleta é bastante importante no que tange a efetividade de uma aleta. Deve-se procurar usar material de elevada condutividade térmica (cobre ou alumínio). Geralmente, o material empregado é o alumínio por apresentar várias vantagens, tais como:

(1) É fácil de ser trabalhado e, portanto, pode ser extrudado;
(2) Tem custo relativamente baixo;
(3) Possui uma densidade baixa, o que implica em menor peso final do equipamento;
(4) Tem excelente condutividade térmica.

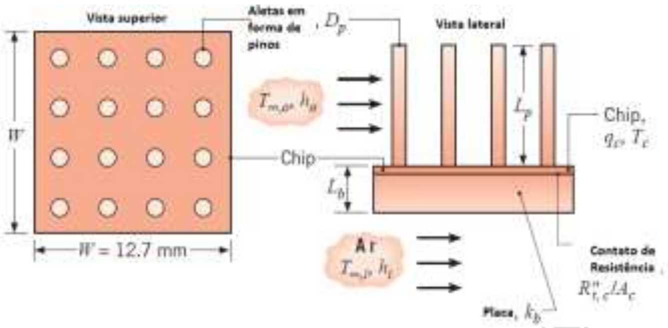
Em algumas situações as aletas podem ser parte do projeto original do equipamento e serem fundidas juntamente com a peça, como ocorre com as carcaças de motores elétricos e os cilindros de motores resfriados a ar, por exemplo. Nesse caso, as aletas são feitas do mesmo material da carcaça do motor.

Exercícios Resolvidos: Exercícios adaptados do livro fundamentos de transferência de calor e massa, Incropera

7.1 Como mais e mais componentes são colocados em um circuito integrado individual (*chip*), a taxa de calor que é dissipada tende a aumentar. Por outro lado, esse aumento está limitado pela temperatura máxima permitida de operação do *chip*, que é aproximadamente 75°C. Para maximizar a dissipação de calor propõe-se utilizar uma matriz 4x4 de aletas de cobre em forma de pino que podem ser fixadas através de processos metalúrgicos à superfície externa de um chip quadrado de 12,7 mm de lado.

(a)Esboce o circuito térmico equivalente para a montagem pino-*chip*-placa, admitindo condições de estado estacionário unidimensional e resistência de contato desprezível entre os pinos e o chip. Numa forma variável, enumere as resistências apropriadas, temperaturas e taxas de calor.

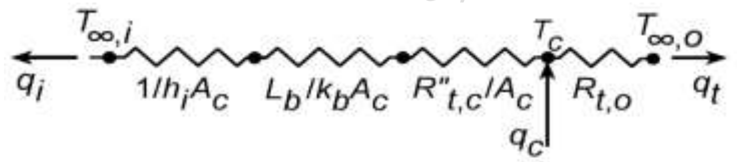
(b)Para as seguintes condições: $R_{t,c}=10^{-4}\ m^2K/W$, $L_b= 5\ mm$, $k_b = 1\ W/m^oC$, $T_{\infty,0}= T_{\infty,i} = 20°C$; $h_i=40W/m^{2o}C$, $h_0=250W/m^{2o}C$, qual é a máxima taxa na qual o calor pode ser dissipado no chip quando os pinos estão no lugar? Isto é, qual é o valor de q_c para $T_c=75°C$? O diâmetro e o comprimento do pino são $D_p=1{,}5\ mm$ e $L_p=15\ mm$.



Hipóteses:

1. Regime permanente
2. Condução unidimensional
3. A resistência de contato entre o chip e pino é desprezível
4. Propriedades físicas são constante
5. A resistência térmica do chip é desprezível
6. A temperatura no chip é uniforme

Solução: a) O esquema da resistência térmica é dado pela figura abaixo:



Tendo a dissipação de calor pela a placa inferior, q_i, e a dissipação e calor pelas aletas, q_t.

A energia dissipada pela placa é dada por: $q_i = \dfrac{T_c - T_{\infty,i}}{\left(\frac{1}{h_i} + R''_{t,c} + \frac{L_b}{k_b}\right)/A_c}$

Já a energia dissipada pelas aletas é dada por: $q_t = \dfrac{T_c - T_{\infty,0}}{R_{t,0}}$

A resistência das aletas é dada por $R_{t,0} = (\eta_0 h_0 A_t)^{-1}$, onde $\eta_0 = 1 - \frac{NA_a}{A_t}(1-\eta_a)$;

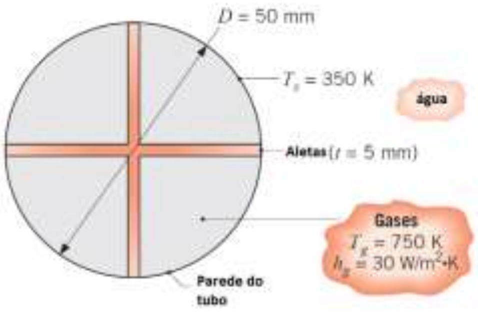
$A_t = NA_a + A_b$ e $A_a = \pi D_p L_c = \pi D_p (L_p + \frac{D_p}{4})$.

b) Fazendo alguns cálculos para aleta e substituindo os valores na equações acima, obtemos q_c.

$P = \pi D$; $m = \sqrt{\frac{h_0 P}{K_a A_{ca}}}$; $\eta_a = \frac{\tanh mL_c}{m\, L_c}$; $A_{Ca} = \frac{\pi D_p^2}{4}$;$A_c = A_b = w^2$; $k_a = 400\,\frac{W}{mK}$

Resolvendo as equações obtemos que $q_t = 16{,}35\ W$ e $q_i = 0{,}2957\ W$, consequentemente $q_c = 16{,}64\ W$

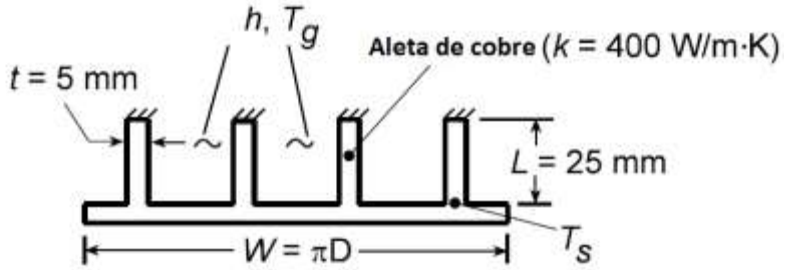
7.2 Água é aquecida por meio de um tubo de cobre de *50 mm* de diâmetro submerso em um tanque. Gases quentes de combustão (T_g*=750 K*) escoam no interior do tubo. Para aumentar a transferência de calor para água, quatro aletas planas de seção transversal uniforme formando um cruzamento são inseridas em cada tubo. As aletas possuem 5 mm de espessura e também são feitas de cobre (k *= 400 W/m^{o}C*). Se a temperatura da superfície do tubo é T_s *=350 K* e o coeficiente de transferência de calor por convecção do lado do gás é h_g *= 30W/m^{2o}C*, qual a taxa de transferência de calor para á água por metro de tubo?



Hipóteses:

1. Regime permanente
2. Condução unidimensional
3. Propriedades físicas constantes
4. A radiação térmica é desprezada
5. O coeficiente de convecção são constantes
6. O tubo cilíndrico pode ser adotado como uma placa plana com aletas retangulares e com a superfície da ponta adiabática

Solução:



A taxa de transferência de calor por unidade de tubo:

$$q'_t = \eta_0 h A'_t (T_g - T_s)$$

$$\eta_0 = 1 - \frac{NA'_f}{A'_t}(1 - \eta_a)$$

$$NA'_a = 4\,(2L) = 8(0{,}025\,m) = 0{,}20\,m$$

$$A'_t = NA'_a + A'_b = 0{,}20\,m + (\pi D - 4t) = 0{,}20\,m + (\pi \text{ x } 0{,}05m - 4 \text{ x } 0{,}005\,m) = 0{,}337\,m$$

Para aletas com a ponta adiabática temos,

$\eta_a = \frac{q_a}{q_{max}} = \frac{M \tanh(mL)}{h(2L \text{ x } 1)(T_g - T_s)}$, lembrando que, $A_c = L \text{ x } t$, e neste problema está sendo calculado por metro de tubo, ou seja, $L = 1\,m$.

$$M = \sqrt{hPKA_c}\theta_b = [2h(1\,m + t)k\,(1\,m \text{ x } t)]^{\frac{1}{2}}(T_g - T_s)$$

$$\approx \left[30\frac{W}{m^2K}(2\,m)400\frac{W}{mK}(0{,}005\,m^2)\right]^{\frac{1}{2}}(400\,K) = 4382W$$

$$mL = \sqrt{\frac{hP}{kA_c}} = \left\{\frac{2h(1\,m + t)}{k\,(1\,m \text{ x } t)}\right\}^{1/2} L = \left[\frac{30\frac{W}{m^2K}(2\,m)}{400\frac{W}{mK}(0{,}005\,m^2)}\right]^{1/2} 0{,}025\,m = 0{,}137$$

E ainda temos que $\tanh(mL) = 0{,}136$

$$\eta_a = \frac{4382\,W\,(0{,}136)}{30\frac{W}{m^2K}(0{,}05\,m^2)(400\,K)} = \frac{595\,W}{600\,W} = 0{,}992$$

$$\eta_0 = 1 - \frac{0{,}2}{0{,}337}(1 - 0{,}992) = 0{,}995$$

$$q'_t = 0{,}995\left(30\frac{W}{m^2K}\right)0{,}337\,m\,(400\,K) = 4025\frac{W}{m}$$