

# Lista 6

## Álgebra 1 para licenciatura

### MAT0120

**Entrega: 01/05/2020**

Exercícios retirados do livro: **Números, Uma Introdução a Matemática**. Vocês devem escolher 2 exercícios para serem entregues até a data limite(01/05/2020).

**Exercício 1.** (ex. 2 - pag. 133)

- i. Sejam  $a$  e  $b$  inteiros e  $p$  um primo tal que  $\text{mdc}(a, p) = 1$ . Verificar que uma solução da congruência  $ax \equiv b(\text{mod } p)$  é dada por  $x = a^{p-2}b$ .
- ii. Resolver as congruências  $2x \equiv 1(\text{mod } 31)$ ,  $6x \equiv 5(\text{mod } 11)$  e  $3x \equiv 17(\text{mod } 29)$ .

**Exercício 2.** Seja  $p > 2$  um primo. Provar que  $1^p + 2^p + \dots + (p-1)^p \equiv 0(\text{mod } p)$ .

**Exercício 3.** Seja  $p$  um primo.

- i. Mostre que  $x^2 \equiv (p-x)^2(\text{mod } p)$ , para todo  $x \in \mathbb{Z}$ .
- ii. Mostre que estes são os únicos números congruentes módulo  $p$ , na sequência  $1^2, 2^2, \dots, (p-1)^2$ .

**Exercício 4.** Seja  $a$  um inteiro. Provar que:

- i.  $a^{37} \equiv a(\text{mod } 1729)$ ;
- ii.  $a^{79} \equiv a(\text{mod } 158)$ .

**Exercício 5.** Sejam  $m, n$  inteiros relativamente primos. Provar que  $m^{\phi(n)} + n^{\phi(m)} \equiv 1(\text{mod } mn)$ .

**Exercício 6.** Determinar o inteiro  $r$  tal que  $a = bq + r$ , com  $0 \leq r < b$ , quando

i.  $a = 15!$  e  $b = 17$ ;

ii.  $a = 2(26!)$  e  $b = 29$ .

**Exercício 7.** Reunir os inteiros  $2, 3, \dots, 21$  em pares  $a, b$  tais que  $ab \equiv 1 \pmod{23}$ .

**Exercício 8.** Mostrar que  $18! \equiv -1 \pmod{437}$ .