

## PCS 2428 / PCS 2059 Inteligência Artificial

Prof. Dr. Jaime Simão Sichman  
Prof. Dra. Anna Helena Reali Costa

Material com contribuições de:  
Prof. Marco Túlio C. Andrade, PCS/EPUSP

### Lógica Nebulosa

1

## Objetivos da aula

- Fornecer noções básicas da Teoria de Conjuntos Nebulosos.
- Mostrar um exemplo simples de projeto de um sistema nebuloso.

2

## Sumário

- Introdução
- Fundamentos
- Operações básicas
- Representação do Conhecimento
- Modelo de Inferência
- Passos de Projeto de um Sistema Nebuloso
- Aplicações Típicas
- Exemplo
- Conclusão

3

## Introdução

- Na vida prática 99% dos problemas são:
  - complexos demais para a aplicação de modelos convencionais ou “clássicos”.
  - definidos de maneira vaga, imprecisa, incerta.
  - definições “qualitativas” normalmente não impedem que se chegue a resultados “quantitativos”.
    - » Estacionar perto da calçada!
    - » Deixar a janela mais ou menos aberta!
- [Zadeh-65]: “Certas classes de objetos não admitem tratamento convencional”.

4

## Introdução

- A lógica nebulosa propõe uma ontologia que permite que um evento seja definido de forma vaga – um grau de verdade.
  - Um evento pode ser/ter “uma certa verdade”.
  - É uma forma de especificar quão bem um objeto satisfaz uma descrição vaga.
- **Lógica Nebulosa e Conjuntos nebulosos** permitem a representação de tal “vagueza”.

5

## Teoria da Probabilidade × Lógica Nebulosa

- **Probabilidade** → **Grau de crença** (*belief*)
  - Ex.: 80% de crença de que A é verdade → em cada 10 casos, A é verdade 8 vezes e falso 2 vezes
  - Fatos (A) são verdadeiros ou falsos.
- **Lógica nebulosa** → **Grau de verdade** (*truth*)
  - Ex.: “João é alto.” Isso é verdade ou falso, sabendo que João mede 1,75m de altura?
  - Não há incerteza no mundo exterior (sabe-se a altura de João), há incerteza no significado lingüístico de “alto”.

6

## Contexto na Disciplina

Linguagem	Compromissos ontológicos	Compromissos epistemológicos
LProposicional	Fatos	V   F   desconhecido
LPO	Fatos, objetos, relações	V   F   desconhecido
Lógica temporal	Fatos, objetos, relações, tempos	V   F   desconhecido
Teoria da probabilidade	Fatos	Grau de crença 0...1
<b>Lógica nebulosa</b>	<b>Grau de verdade</b>	<b>Grau de verdade 0...1</b>

Epistemologia: teoria ou ciência da origem, natureza e limites do conhecimento

7

## Teoria Clássica de Conjuntos × Conjuntos Nebulosos

- **Conjunto**: é definido por um predicado da lógica clássica que caracteriza os elementos que pertencem ao conjunto.
  - Função característica  $\eta_A: U \rightarrow \{0,1\}$ 
    - U: Universo de discurso
    - $\eta$ : associa a cada elemento  $a \in U, A \subset U$ , um valor binário (1 se  $a \in A$ , 0 se  $a \notin A$  – define um conjunto)
- **Conjunto nebuloso**: extensão para tratar graus de pertinência intermediários.
  - Função de pertinência  $\mu_A: U \rightarrow [0,1]$ 
    - $\mu$ : associa a cada elemento  $a \in U, A \subset U$ , um valor do intervalo real fechado  $[0,1]$ , com 1 se  $a \in A$ , 0 se  $a \notin A$  e outros valores para pertinências intermediárias.

8

## Teoria Clássica de Conjuntos (a) × Conjuntos Nebulosos

- $\mu_A(a)$  = grau de pertinência de  $a$  ao conjunto nebuloso  $A$  :
  - Grau de confiança com que uma asseveração vai se cumprir.
  - Grau de certeza de uma afirmativa.
  - Possibilidade de ocorrência de um evento.
  - Propensão em acreditar em uma asserção.

9

## Conjuntos Nebulosos: idéia central

- Existe no mundo situações onde os limites entre conjuntos não são claramente definidos:
    - Não são **crisp** (nítidos)
    - São **fuzzy** (nebulosos)
      - Ex: crisp: estado de um FF, sinal de trânsito, etc;
      - fuzzy: velho x novo, quente x frio, etc.
  - Lógica Nebulosa (ou Teoria de Conjuntos Nebulosos) é uma tentativa de tratar conceitos vagos, não incerteza!
- Vago ≠ incerto!**

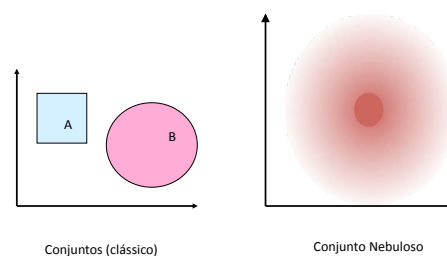
10

## Incerto e Vago

- Modelo Clássico  
Se Temperatura = 100°C, ENTÃO Velocidade = 5 Km/h
- Modelo Impreciso  
Se Temperatura  $\geq 100^\circ\text{C}$ , ENTÃO Velocidade  $\leq 5$  Km/h
- Modelo Incerto  
Se Temperatura  $\geq 100^\circ\text{C}$ , ENTÃO  $p(\text{Veloc.}=5 \text{ Km/h}) = 0,7$
- Modelo Vago  
Se Temperatura = ALTA, ENTÃO Velocidade = BAIXA

11

## Conjuntos × Conjuntos Nebulosos



12

## Aplicações:

- Muitas aplicações de sucesso:
  - Metrô de Sendai – Japão (controle de velocidade).
  - Câmera Reflex Sanyo (mecanismo de foco).
  - Ducha Eletrônica Panasonic (controle de temperatura).
  - Máquinas de Lavar Roupa.
  - Freio ABS.

13

## Histórico:

- 1920: início, com **lógicas multivaloradas** introduzidas por Lukasiewicz
- 1965: Zadeh introduz o uso de Lógica Nebulosa no Controle Moderno
- 1980 em diante: muitas aplicações

14

## Operações Nebulosas Básicas

[Zadeh, 1965]

- Complemento:  $\mu_{\neg A}(x_i) = 1 - \mu_A(x_i)$
- União:  $\mu_{A \cup B} = \max[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)]$
- Interseção:  $\mu_{A \cap B} = \min[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)]$ 
  - União → conectivo lógico OU
  - Interseção → conectivo lógico E

$x$ : valor da variável lingüística  
 $A, B$ : conjuntos nebulosos (termos primários da variável lingüística)

15

## Representação Nebulosa do Conhecimento

- Envolve dois conceitos:
  - Variável lingüística
    - Termos primários
    - Universo de discurso
  - Conjunto de Regras Nebulosas
    - Base de Conhecimento

16

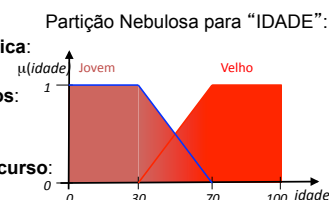
## Representação Nebulosa do Conhecimento - I

- Variável lingüística
  - Representa um conceito ou variável de um problema
  - Seus **termos primários** podem ser representados por conjuntos nebulosos
  - Termos primários formam a partição nebulosa da variável

17

## Representação Nebulosa do Conhecimento - II

- Variável lingüística:
  - Idade
- Termos primários:
  - Jovem
  - Velho
- Universo de discurso:
  - 0 – 100 anos



18

### Representação Nebulosa do Conhecimento - III

- Base de Conhecimento  
*BC: regras de produção*
  - **Se** <antecedente> **então** <conseqüente>
    - *Antecedente*: conjunto de condições
    - *Conseqüente*: ações
- Os conseqüentes das regras disparadas são processados em conjunto para gerar uma resposta determinística para cada variável de saída do sistema.

19

### Modelo de Inferência Nebulosa I

- Mais simples do que os mecanismos clássicos:
  - Existe apenas forward chaining
  - Não se faz o matching do conseqüente de uma regra com os antecedentes de outra
  - Somente existem inferências diretas de um único nível
  - Todas as regras são disparadas

20

### Modelo de Inferência Nebulosa II

- **Modelo de Mamdani** (1974).
- Regra típica:

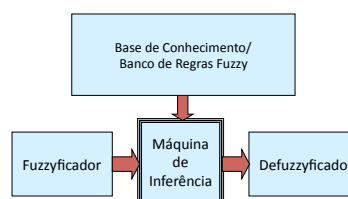
“Se a temperatura está alta e aumentando, então aumente um pouco o resfriamento”

**Se** temp = Alta e delta-temp = Positivo,  
**então** delta-resfr = PositivoPequeno.

21

### Modelo de Inferência Nebulosa III

- Diagrama típico de um modelo de inferência Mamdani:



22

### Aplicações Típicas

- Sistemas de apoio à decisão
  - Representam o conhecimento e experiência
  - A partir da entrada de dados, podem:
    - Inferir evolução temporal
    - Verificar variações importantes
    - Gerar sugestões
- Aproximação de funções
  - Aproximação de funções não-lineares
- Controle de processos
  - Uso em sistemas altamente não-lineares, de difícil modelagem

23

### Projeto de um Sistema Nebuloso

- **Passo 1**- Definição do universo de discurso das variáveis de entrada e de saída.
- **Passo 2**- Partição dos universos de discurso definidos.
  - Criação dos termos primários e graus de pertinência
- **Passo 3**- Definição das regras que compõem a BC.
- **Passo 4**- Definição da técnica de defuzzyficação
  - Centro de área, valor máximo, etc.

24

### Exemplo1: Apoio à Decisão

- Projeto e funcionamento de um sistema para determinação do consumo de combustível de um automóvel.
- Passo (1): Variáveis de entrada = velocidade (Vel), pneu (Pneu)  
Variável de saída = consumo (Con)
- Passo (2): Vel = [Baixa, Média, Alta]; Pneu = [Velho, Novo]  
Con = [Baixo, Médio, Alto]

OBS:  $\sum \mu(x)$ : limitado em 1 no universo de discurso

### Exemplo1: Apoio à Decisão I

- Passo (3):
  - Regra 1: Se Vel = B e Pneu = V, então Con = A.
  - Regra 2: Se Vel = B e Pneu = N, então Con = M.
  - Regra 3: Se Vel = M e Pneu = V, então Con = M.
  - Regra 4: Se Vel = M e Pneu = N, então Con = B.
  - Regra 5: Se Vel = A e Pneu = V, então Con = A.
  - Regra 6: Se Vel = A e Pneu = N, então Con = M.
- Passo (4):
  - Adotar centro de área.

### Exemplo1: Apoio à Decisão II

- Para Velocidade = 35 km/h e Pneu = 1mm, qual o Consumo?
- Fuzzificação:
  - $\mu_B(35) = 0,75, \mu_M(35) = 0,25, \mu_A(35) = 0,0$
  - $\mu_V(1) = 0,5, \mu_N(1) = 0,5$

### Inferência no Modelo de Mamdani

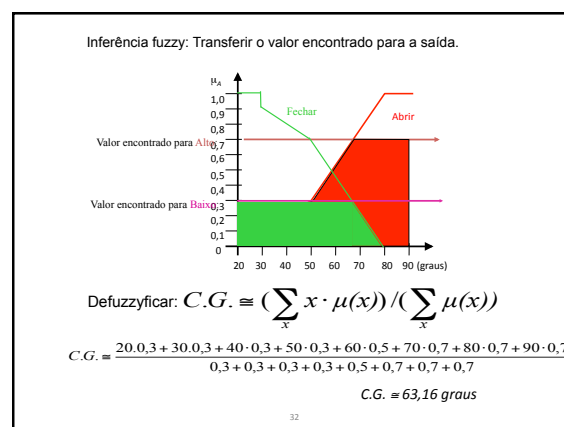
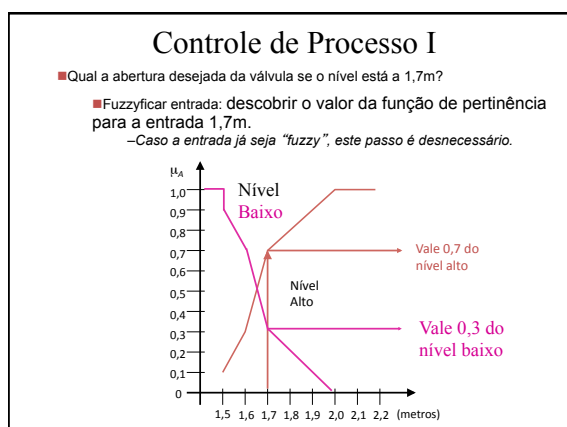
- Regra semântica: **máx- min**
  - Antecedentes:** Intersecção nebulosa entre os graus de pertinência das entradas atuais nos termos primários  $\rightarrow$  **coeficiente de disparo**  $D^k$  para cada regra k.  
 $D^k = \min [\mu_{A1k}(x_1), \mu_{A2k}(x_2), \dots, \mu_{Apk}(x_p)]$
  - Todas as regras com  $D^k > 0$ , disparam.
  - Conseqüentes:** limitados pelo coeficiente de disparo nos seus valores máximos dos conjuntos de saída.
  - Operação global de união compõe um conjunto nebuloso para cada variável de saída (informações de todas as regras)  
 $\mu_{B^i}(y) = \max [\min(D^k, \mu_{Bk}(y))], \forall y \in U_{y_i}$

### Exemplo1: Apoio à Decisão III

- Inferência:
  - $D^1 = \min[\mu_B(35), \mu_V(1)] = 0,5$  (Con=A)
  - $D^2 = \min[\mu_B(35), \mu_N(1)] = 0,5$  (Con=M)
  - $D^3 = \min[\mu_M(35), \mu_V(1)] = 0,25$  (Con=M)
  - $D^4 = \min[\mu_M(35), \mu_N(1)] = 0,25$  (Con=B)
  - $D^5 = \min[\mu_A(35), \mu_V(1)] = 0,0$  (Con=A)
  - $D^6 = \min[\mu_A(35), \mu_N(1)] = 0,0$  (Con=M)
  - A:  $\max(0,5; 0) = 0,5$ ;
  - B:  $\max(0,25; 0) = 0,25$ ;
  - M:  $\max(0,5; 0,25; 0) = 0,5$ ;
- Defuzzificação:
  - Usando centro de área:  
Con  $\approx 11,5$  km/l

### Exemplo2: Controle de Processo

- Sistema de controle do nível de água em um tanque através de uma válvula de escape.
- Se "nível de água estiver alto" então "abrir a válvula".
- Se "nível de água estiver baixo" então "fechar a válvula".



## Conclusão

- Atualmente: mudança de enfoque
  - Integração com outras tecnologias em sistemas de maior porte e uso mais geral (Ex. junto com abordagem conexionista – sistemas neuro-fuzzy, uso de aprendizagem para aprender o conjunto de regras da BC)
  - Arquiteturas híbridas, decisões cooperativas com outros módulos

33

## Referências Bibliográficas da Aula

- Almeida, P.E.M. e Evsukoff, A.G. (2003) Sistemas Fuzzy. Cap.7 In: Sistemas Inteligentes: fundamentos e aplicações. Rezende S.O.(ed.). Ed. Manole, Barueri, SP.
- Mamdani, E. H. (1974) Application of fuzzy algorithm for control of simple dynamic plant. Proc. IEEE Control Science 121(12), 1585-1588.
- Russel, S. e Norvig, P. (1995) Artificial Intelligence: a modern approach. Prentice-Hall.
- Zadeh, L. A. (1965) Fuzzy sets. *Information and Control* 8, 28-44.

34