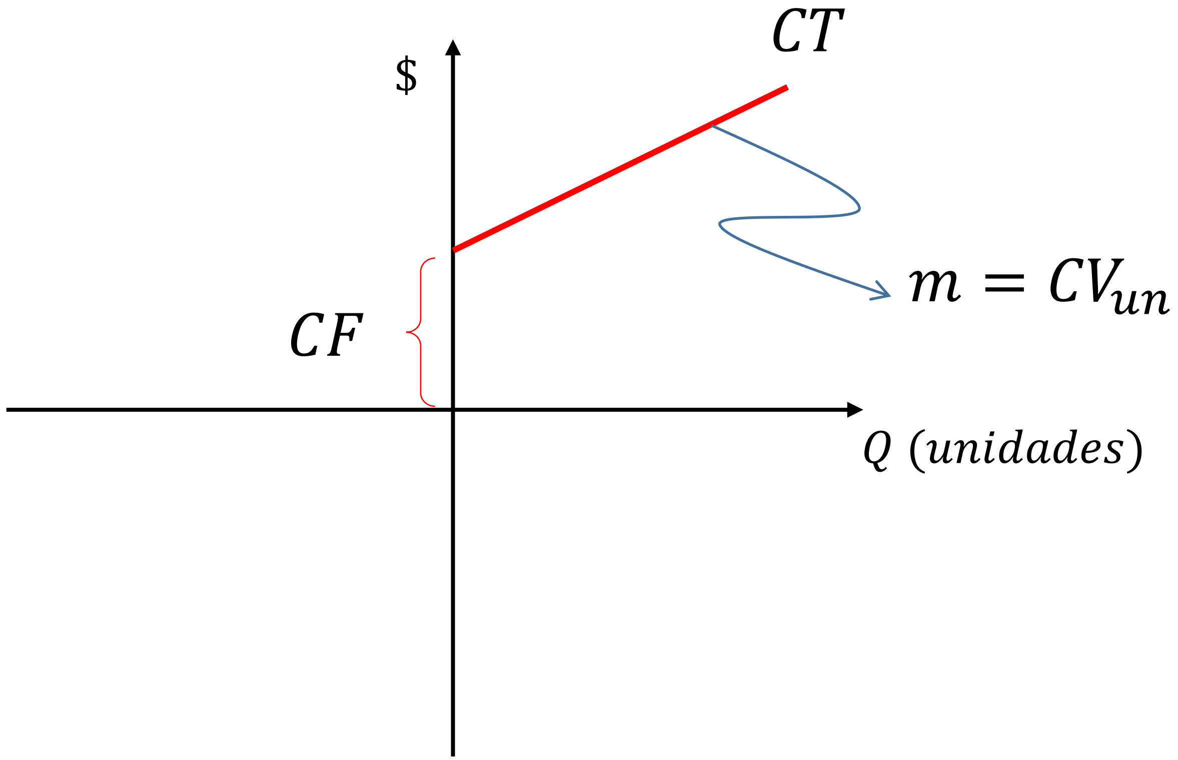
A Derivada

Taxa de Variação

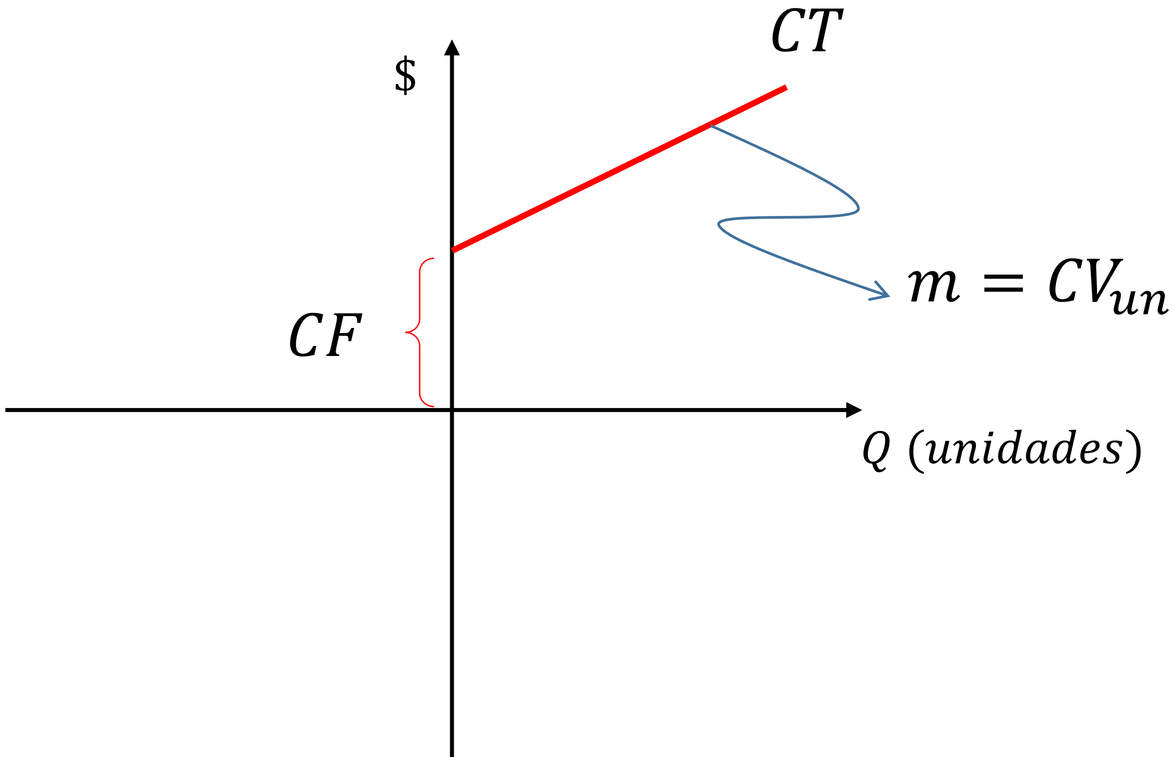


Funções de 1º grau

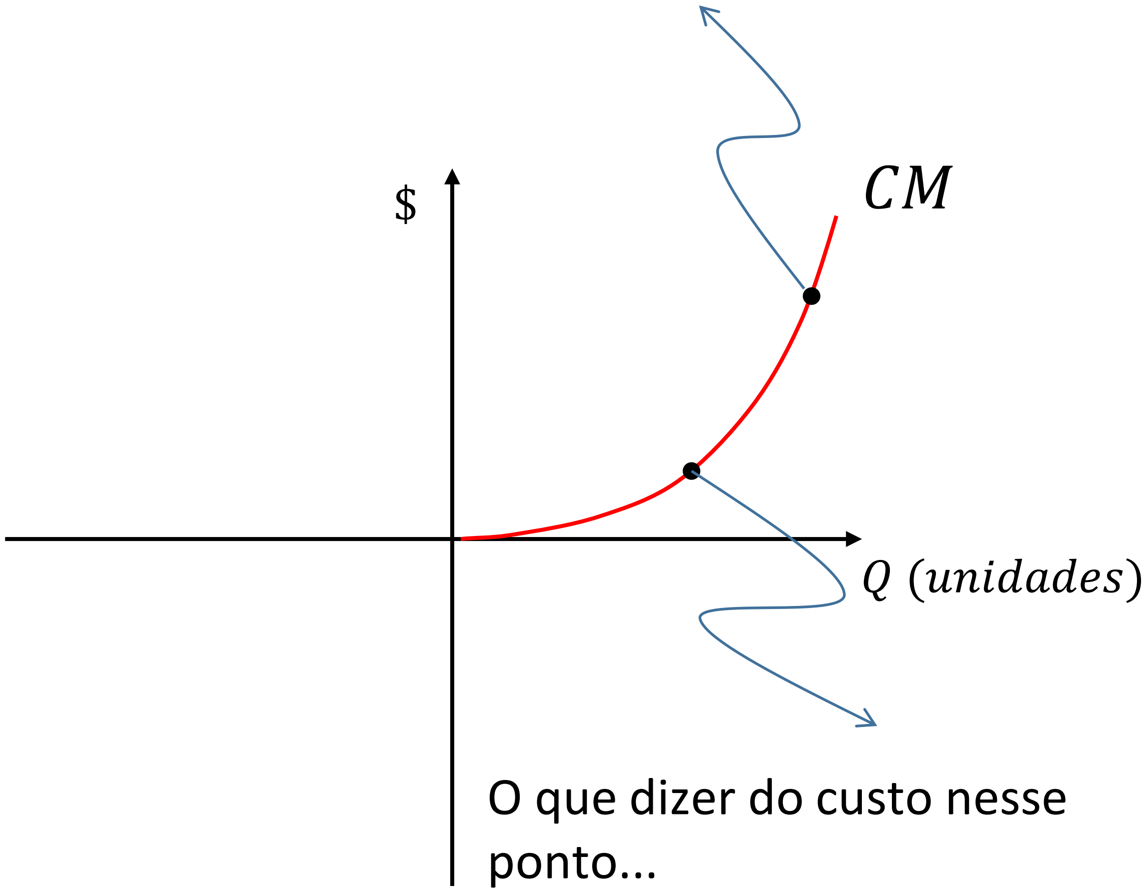
- Taxa de variação (m) constante ao longo de toda a reta
- $m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$

- Inúmeros exemplos...
  - Km/h (velocidade constante)
  - $/unidades (custos)
  - Unidades/dia (produção)

Taxa de Variação



... em comparação a este?



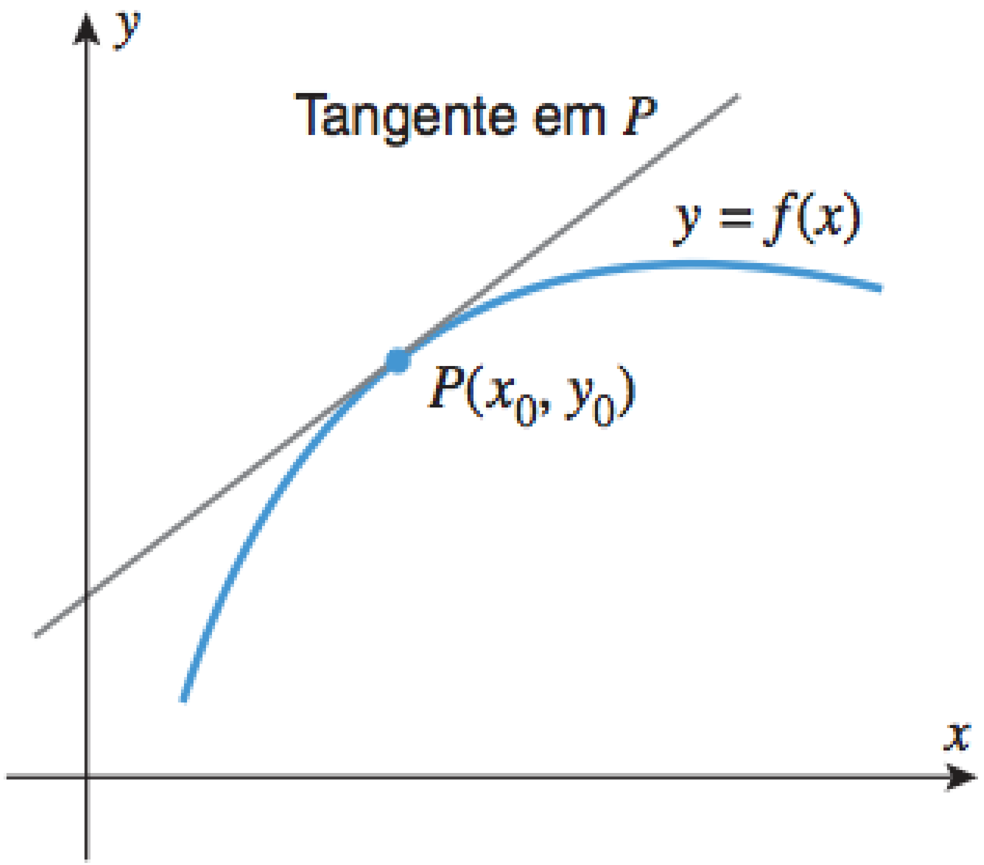
O que dizer do custo nesse ponto...

Taxa de Variação

- Possível mensurar a taxa de variação em qualquer ponto de qualquer curva

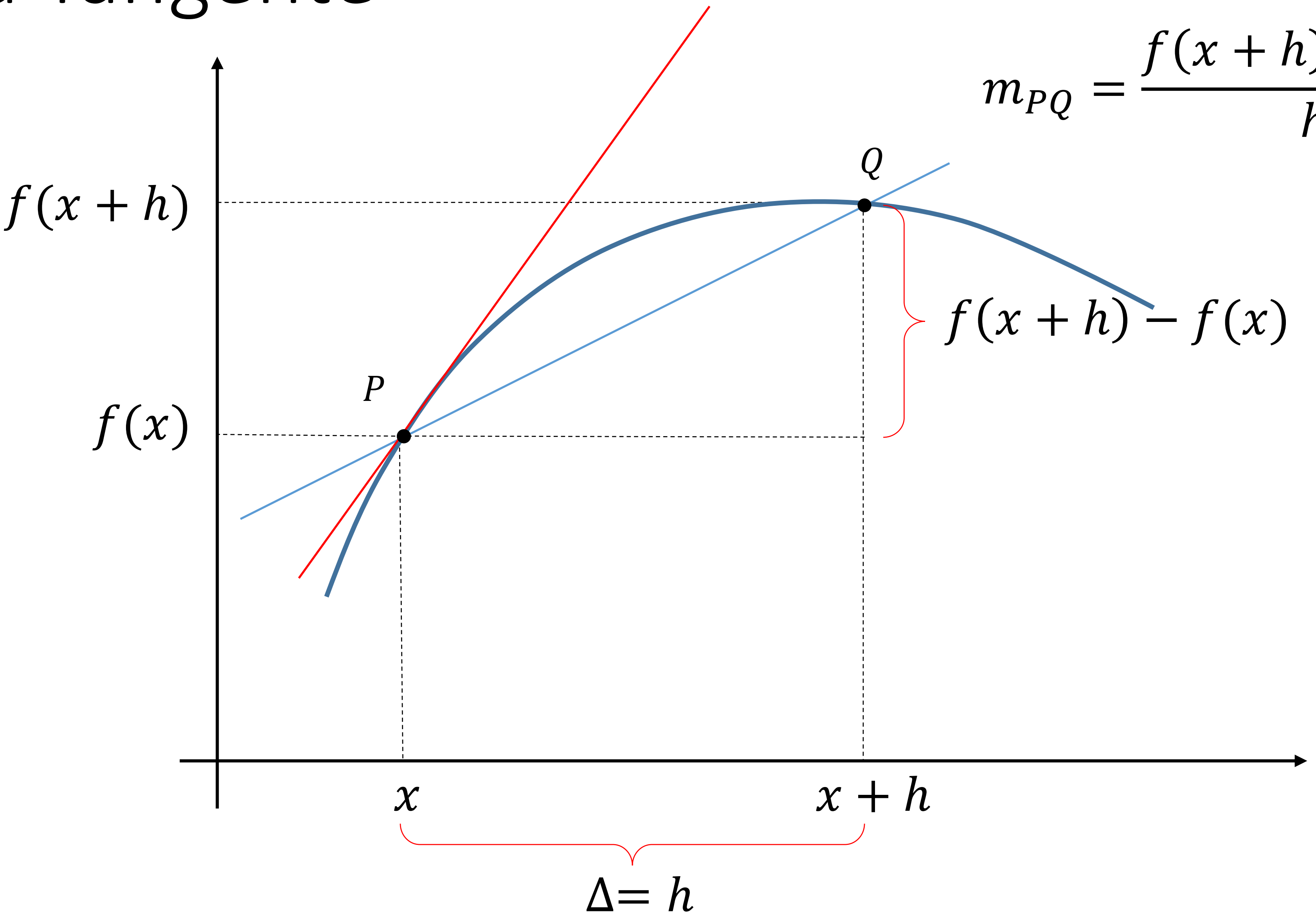
- Para isso, também usa-se a inclinação de uma reta (assim como nas funções afins)

- No caso, é usada a reta tangente à curva em um ponto P no plano xy



Reta Tangente

$$m_{PQ} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



Conceito de Derivada

$$f'(x) = m_t = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Um conceito conhecido...

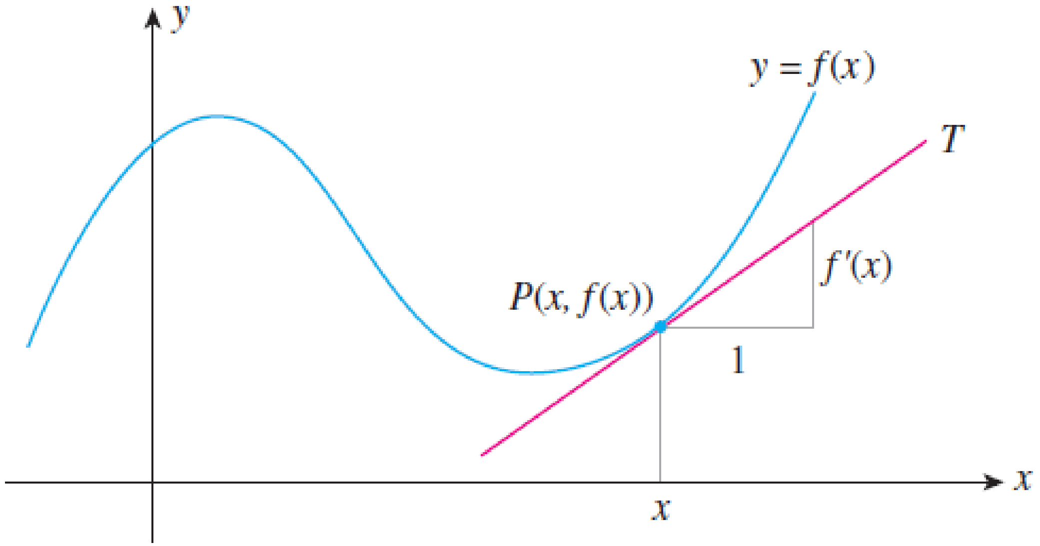
- O precisamos ter em mente é que...
  - A reta secante aos pontos $P(x, f(x))$ e $Q(x+h, f(x+h))$ representa a velocidade média entre os dois pontos
  - A **inclinação** da reta tangente ao ponto $P(x, f(x))$ representa a velocidade instantânea neste ponto

Exemplos

- Para as funções abaixo
  - $f(x) = 3x - 2$ → ache a inclinação da reta tangente no ponto $P(3,7)$
  - $f(x) = x^2$ → ache a inclinação e a própria reta tangente no ponto $P(1,1)$
  - $f(x) = \frac{2}{x}$ → ache a inclinação em $P(2,1)$ e a equação da reta tangente
  - $f(x) = \sqrt{x}$ → ache a inclinação da reta tangente em $x = 1$, $x = 4$ e $x = 9$
  - $f(x) = x^2 - 4x$ → ache o(s) ponto(s) com a reta tangente horizontal

Então a tal da derivada...

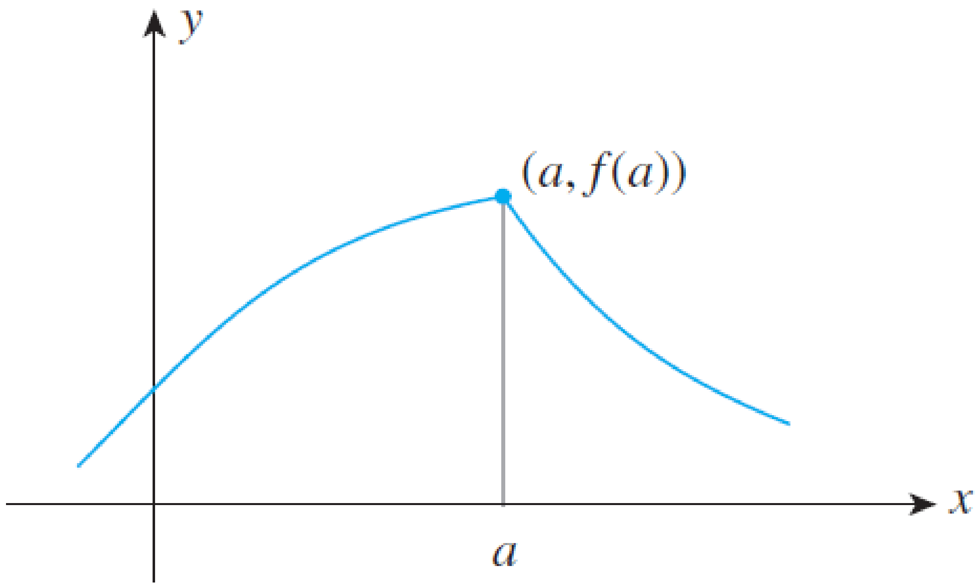
- Derivada de uma função $f'(x)$
  - Inclinação da reta tangente ao gráfico de f em qualquer ponto $(x, f(x))$
  - Esta inclinação representa taxa de variação de f em x
  - f varia a uma taxa de $f'(x)$ unidades para cada mudança de uma unidade em x a partir do ponto x (lembram do coeficiente angular de funções afins?)

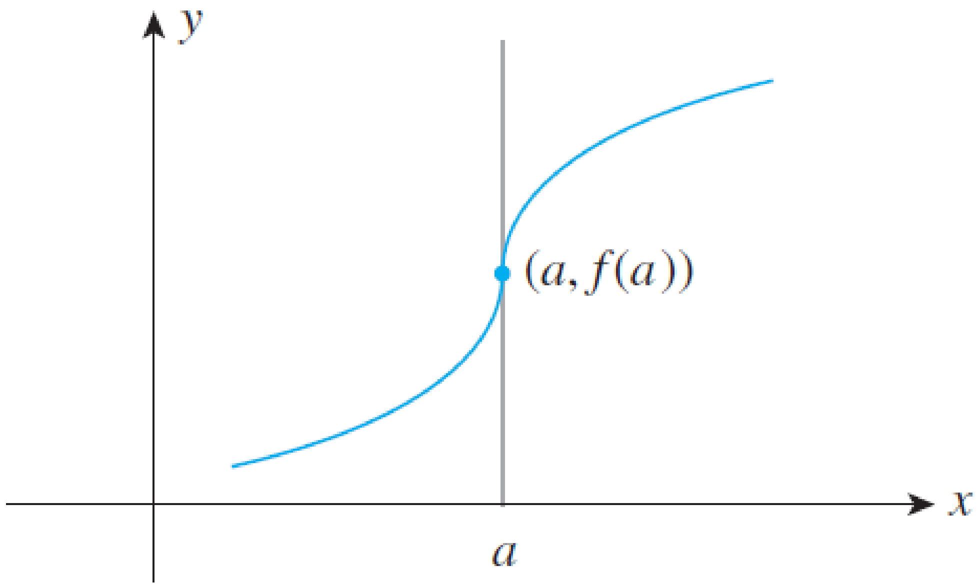


Mais uma vez:
$f'(x)$ determina a **inclinação da reta tangente**... E não a própria reta!!!!!
Em suma, $f'(x)$ não é a equação da reta tangente!!!!

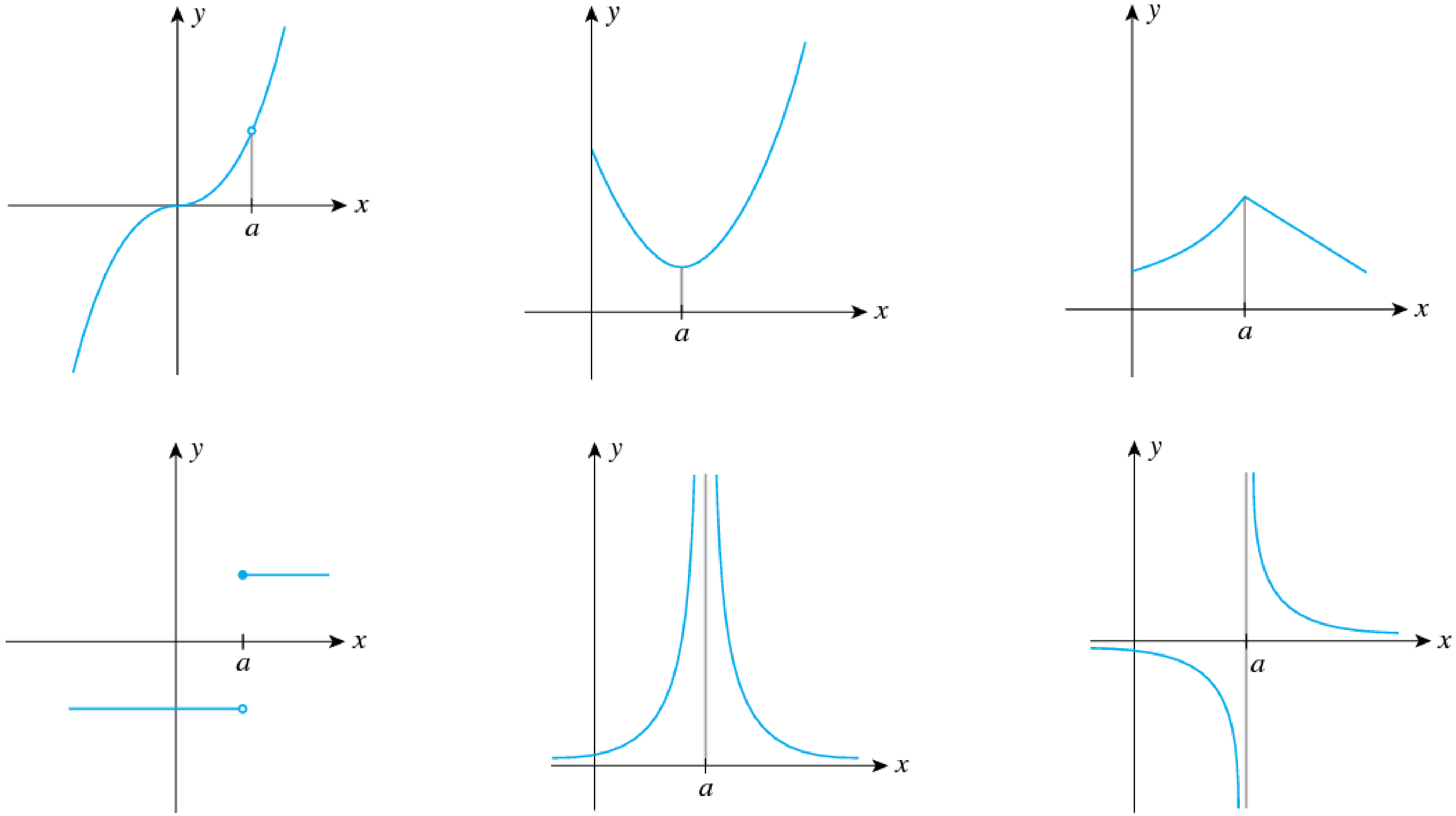
Diferenciabilidade e Continuidade

- Para ser diferenciável em um ponto x específico é necessário que $f(x)$ seja contínua nesse ponto...
- Mas continuidade não implica necessariamente diferenciabilidade





Limite em a? Contínua? Diferenciável em a?



Mais exemplos

- Seja $f(x) = \frac{1}{x-1}$

  - Ache $f'(x)$
  - Ache a equação da reta tangente em $(-1, -\frac{1}{2})$
  - Esboce o gráfico de f e da reta tangente

- $Cia. Aloha$
  - $C(x) = -10x^2 + 300x + 130 \ (0 \leq x \leq 15)$
  - $Calcule\ C'(x)$
  - $Qual\ a\ taxa\ de\ variação\ do\ custo\ para\ uma\ produção\ de\ 10\ pranchas\ por\ dia$

Mais exemplos

- Seja lucro em função de gastos com publicidade (em US$ 1000) dado por
- $P(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 7x + 30\ (0 \leq x \leq 50)$
  - Ache $P'(x)$
  - Qual a variação do lucro de a empresa gasta \$10.000 ($x = 10$)
  - E para \$30.000 ($x = 30$)

Mais exemplos

- Seja a função demanda de um produto em milhares de US$ dada por
- $p = f(x) = -0{,}1x^2 - x + 40$
  - Qual a variação do preço se a quantidade demandada for de 5.000 unidades ($x = 5$)