

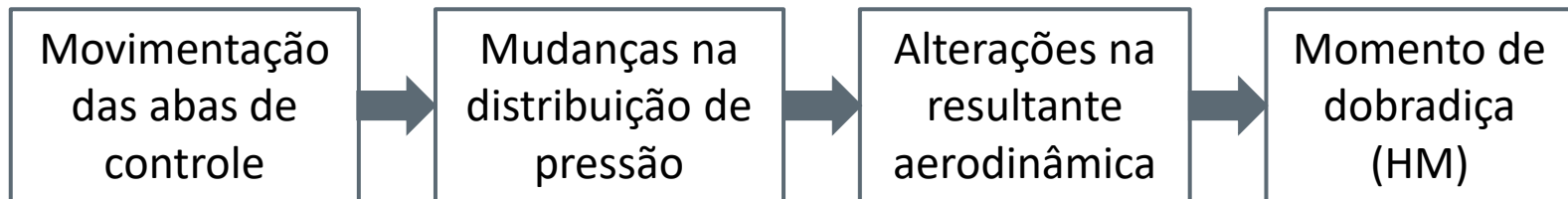
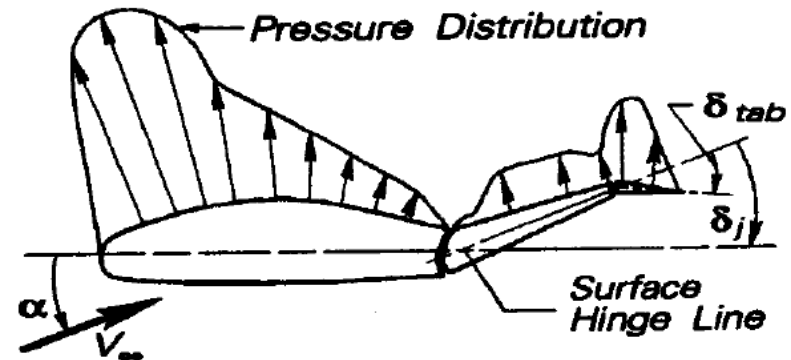
# SAA0187

## Sistemas Aeronáuticos de Acionamento

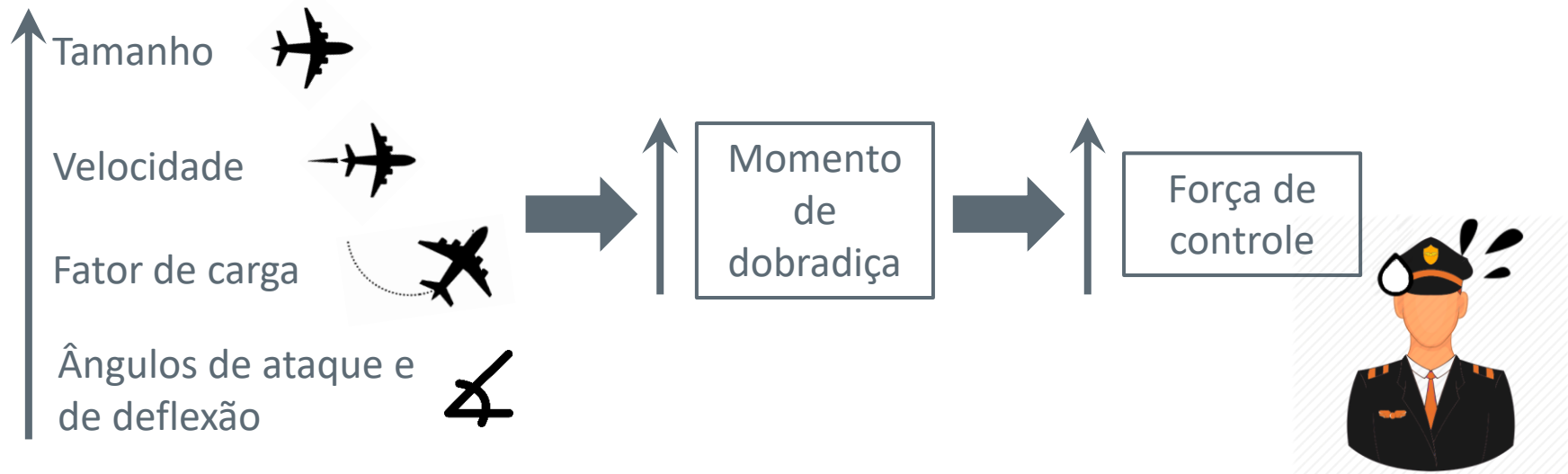
### Momento de dobradiça

Prof. Dr. Jorge Henrique Bidinotto  
[jhbidi@sc.usp.br](mailto:jhbidi@sc.usp.br)

A questão fundamental da movimentação das superfícies reside no conceito de momento de dobradiça, que se relaciona com a distribuição de pressão em torno do aerofólio



A força a ser exercida na coluna de comando para defletir a superfície de controle é diretamente proporcional ao momento de dobradiça



- Na disciplina SAA0184 – Dinâmica de Voo, foi visto o equacionamento para trimagem longitudinal de uma aeronave, na forma:

$$C_{L_{trim}} = C_{L_{\alpha}} \alpha_{trim} + C_{L_{\delta_e}} \delta_{e_{trim}} = C_{L_{\alpha}} \alpha_{trim} - C_{L_{\delta_e}} \frac{(C_{m_0} + C_{m_{\alpha}} \alpha_{trim})}{C_{m_{\delta_e}}}$$

- Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} C_{L_{\alpha}} & C_{L_{\delta_e}} \\ C_{m_{\alpha}} & C_{m_{\delta_e}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{trim} \\ \delta_{e_{trim}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{L_{trim}} \\ -C_{m_0} \end{Bmatrix}$$

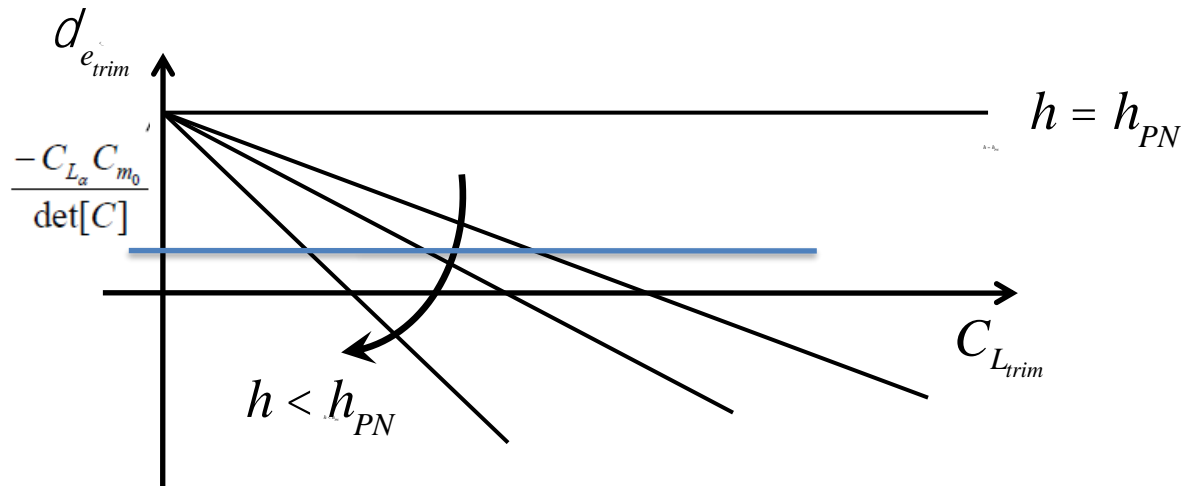
- De onde se determinam os ângulos de trimagem:

$$\alpha_{trim} = \frac{C_{m_0} C_{L_{\delta_e}} + C_{m_{\delta_e}} C_{L_{trim}}}{\det[C]}$$

- Onde:  $\det[C] = C_{L_{\alpha}} C_{m_{\delta_e}} - C_{L_{\delta_e}} C_{m_{\alpha}}$

$$\delta_{e_{trim}} = - \frac{(C_{m_0} C_{L_{\alpha}} + C_{m_{\alpha}} C_{L_{trim}})}{\det[C]}$$

- Chegando ao diagrama

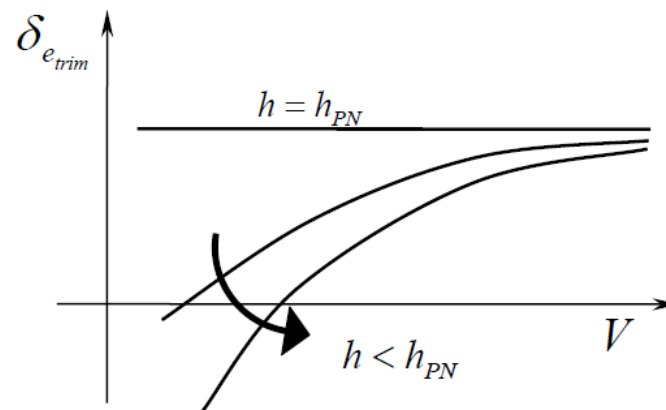


- Da mesma forma, pode-se definir

$$\left( \frac{\partial \delta_e}{\partial C_L} \right)_{trim} = \frac{-C_{m_\alpha}}{\det[C]} = \frac{-C_{L_\alpha}}{\det[C]} (h - h_{PN})$$

$$L_{trim} = W \Rightarrow C_{L_{trim}} = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} \therefore \delta_{e_{trim}} = f(V)$$

- Chegando ao diagrama



- Se for necessário relembrar esses conceitos, assista à videoaula da disciplina SAA0184 – Dinâmica de Voo:

<https://youtu.be/3UpcUXeMCcs>

- O coeficiente de dobradiça pode ser definido como proporcional aos seguintes parâmetros:

$$C_{he} = b_0 + b_1\alpha_s + b_2\delta_e + b_3\delta_t$$

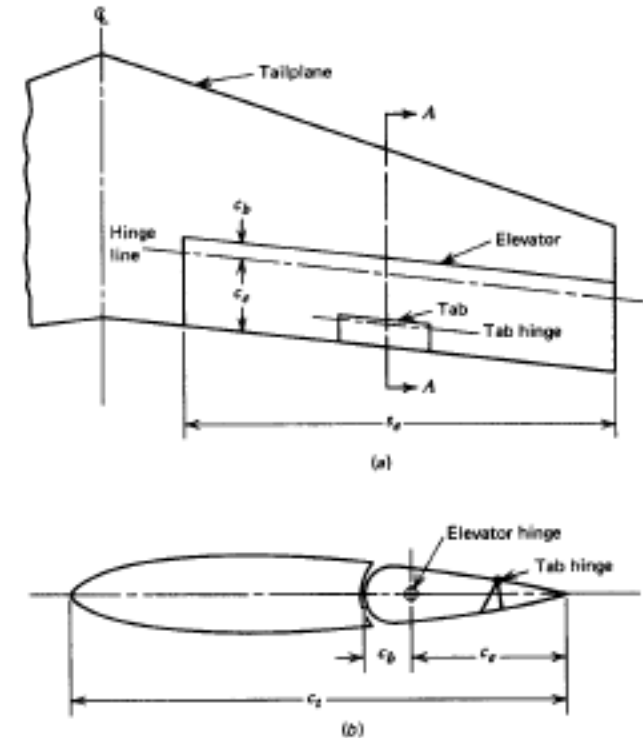
- Onde:

$$b_0 = C_{he_0}$$

$$b_1 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \alpha_s} = C_{he\alpha_s}$$

$$b_2 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_e} = C_{he\delta_e}$$

$$b_3 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_t} = C_{he\delta_t}$$





- O coeficiente de dobradiça pode ser definido como proporcional aos seguintes parâmetros:

$$C_{he} = b_0 + b_1\alpha_s + b_2\delta_e + b_3\delta_t$$

- Onde:
  - $b_0$  – coeficiente de momento de articulação causado pelo arqueamento da superfície fixa onde a superfície articulada está instalada;
  - $b_1$  – taxa de variação do coeficiente de momento de articulação com a variação do ângulo de ataque da superfície fixa;
  - $b_2$  – taxa de variação do coeficiente de momento de articulação com a variação do ângulo da superfície articulada;
  - $b_3$  – taxa de variação do coeficiente de momento de articulação com a variação do ângulo de compensadores.

- Para o profundor,  $\alpha_s = \alpha_t$ , portanto é conveniente se escrever tudo em função de  $\alpha$

$$C_{he} = b_0 + b_1\alpha + b_2\delta_e + b_3\delta_t$$

- E a relação entre  $\alpha$  e  $\alpha_t$ , já conhecida, é:

$$\alpha_t = \alpha \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) - (\varepsilon_0 + i_t) \left[ 1 - \frac{a_t S_t}{a S} \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \right]$$

Onde:

$$a = C_{L\alpha}$$

$$a_t = C_{L\alpha_t}$$

- Sendo assim definidas as equações:

$$C_{he_0} = -b_1(i_t + \varepsilon_0) \left[ 1 - \frac{a_t S_t}{a S} \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \right]$$

$$C_{he_0} = b_1 \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right)$$

- A rigidez em arfagem até aqui estudada considera que os controles estão fixos em uma posição. Entretanto o sistema também deve ser analisado na condição de manche livre, ou seja, a superfície de controle estará livre e encontrará uma posição de equilíbrio. Nessa posição:

$$C_{he} = 0$$

- Esta posição é dada por:

$$\delta_{e_{free}} = \frac{-1}{C_{he_{\delta_e}}} (C_{he_0} + C_{he_{\alpha}} \alpha)$$

- A sustentação e o momento de arfagem em função do profundor livre são definidos como

$$\begin{aligned} C_{L_{free}} &= C_{L_{\alpha}} \alpha + C_{L_{\delta_e}} \delta_{e_{free}} \\ C_{m_{free}} &= C_{m_0} + C_{m_{\alpha}} \alpha + C_{m_{\delta_e}} \delta_{e_{free}} \end{aligned}$$

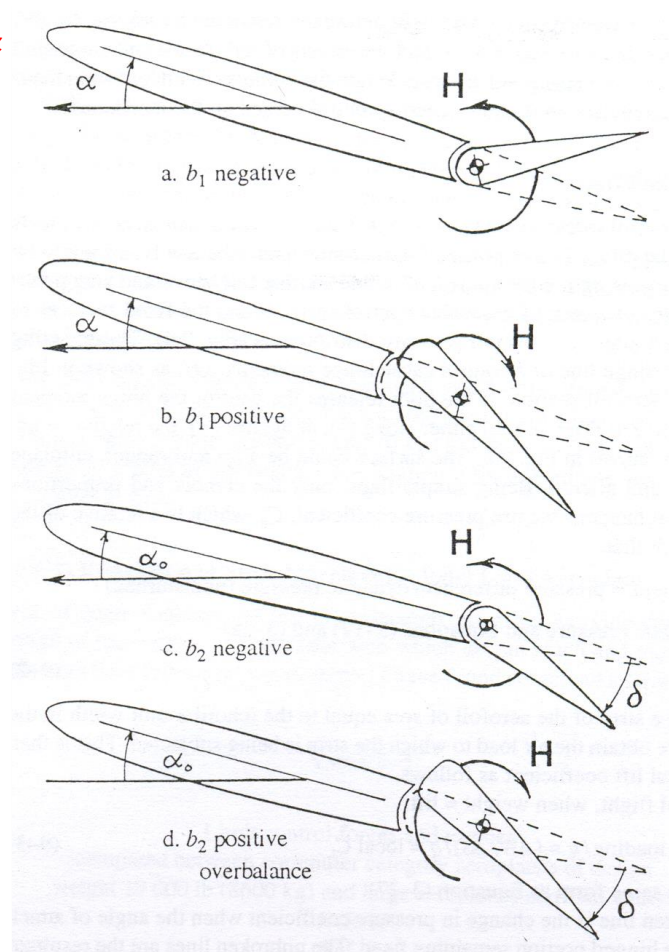
- Utilizando a posição de equilíbrio do profundor livre:

$$C_{L_{free}} = \frac{-C_{L_{\delta_e}}}{C_{he_{\delta_e}}} C_{he_0} + \left[ C_{L_{\alpha}} - \frac{C_{L_{\delta_e}} C_{he_{\alpha}}}{C_{he_{\delta_e}}} \right] \alpha \quad a' = C'_{L_{\alpha}}$$

$$C_{m_{free}} = C_{m_0} - \frac{C_{m_{\delta_e}}}{C_{he_{\delta_e}}} C_{he_0} + \left[ C_{m_{\alpha}} - \frac{C_{m_{\delta_e}} C_{he_{\alpha}}}{C_{he_{\delta_e}}} \right] \alpha \quad C'_{m_{\alpha}}$$

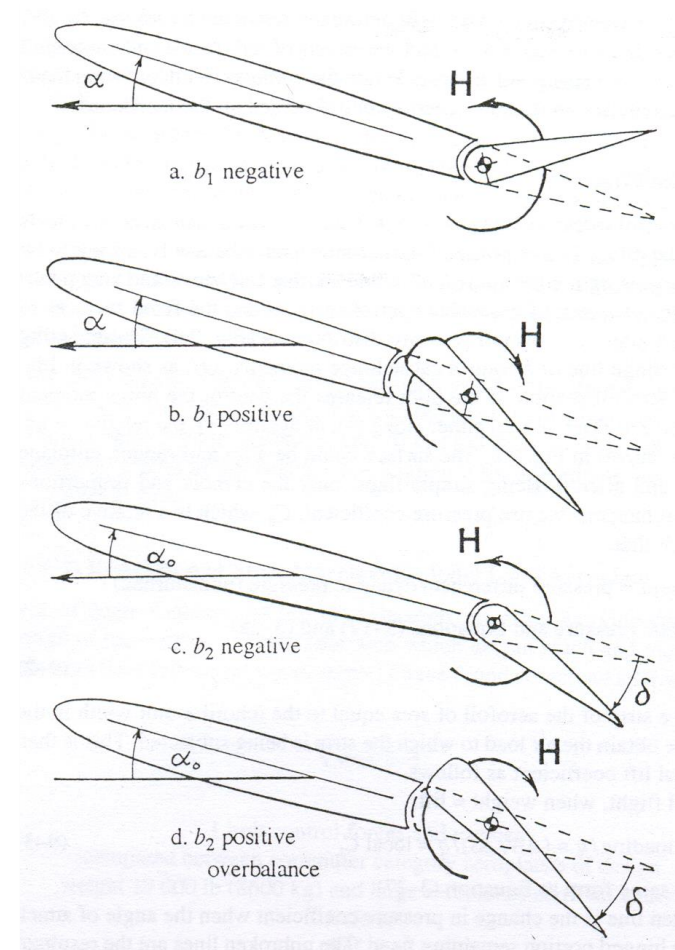
$$a' = C'_{L_{\alpha}} = C_{L_{\alpha}} - \frac{C_{L_{\delta_e}} C_{he_{\alpha}}}{C_{he_{\delta_e}}}$$

$$C'_{m_{\alpha}} = C_{m_{\alpha}} - \frac{C_{m_{\delta_e}} C_{he_{\alpha}}}{C_{he_{\delta_e}}}$$



$$C'_{m_\alpha} = \left[ \underset{\boxed{<0}}{C_{m_\alpha}} - \frac{\overset{\boxed{<0}}{C_{m_{\delta_e}}} \overset{\boxed{<0}}{C_{h_{e\alpha}}}}{\underset{\boxed{<0}}{C_{h_{e\delta_e}}}} \right] \alpha \rightarrow \boxed{b_1 < 0}$$

Normalmente espera-se redução de estabilidade com os comandos livres



- Assim como foi definido o ponto neutro para comandos fixos, podemos definir para comandos livres

$$C'_{m_\alpha} = C'_{L_\alpha} (h - h_{PN_{free}}) \quad \text{com}$$

$$a' = C'_{L_\alpha} = C_{L_\alpha} - \frac{C_{L_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{C_{he_{\delta_e}}}$$

$$C'_{m_\alpha} = C_{m_\alpha} - \frac{C_{m_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{C_{he_{\delta_e}}}$$

- De onde podemos definir o ponto neutro com comandos livres

$$h_{PN_{free}} = h_{PN} + \frac{C_{he_\alpha} C_{L_{\delta_e}}}{a' C_{he_{\delta_e}}} (h_{PN} - h_{n_{wb}}) - \frac{a_e C_{he_\alpha}}{a' C_{he_{\delta_e}}} \bar{V}_H$$

- e a estabilidade é reduzida já que

$$h_{PN} > h_{PN_{free}}$$

- Determinamos anteriormente o ângulo de profundor para manter a aeronave trimada ( $\delta_{e_{trim}}$ )
- Determinamos também o ângulo de equilíbrio do profundor para a condição de comandos livres ( $\delta_{e_{free}}$ )
- Se para uma determinada condição de vôo  $\delta_{e_{trim}} \neq \delta_{e_{free}}$  é necessário que o piloto aplique um esforço no manche para manter a aeronave trimada.
- O uso de compensadores leva à condição em que  $\delta_{e_{trim}} = \delta_{e_{free}}$

- Quando  $C_m$  e o momento de dobradiça forem zero (aeronave trimada e superfície de controle na posição de equilíbrio)

$$\delta_{t_{trim}} = \frac{-1}{C_{he\delta_t}} \left[ C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{\det[C]} (C_{he\alpha} C_{L\delta_e} - C_{L\alpha} C_{he\delta_e}) + \frac{C_{L_{trim}}}{\det[C]} (C_{he\alpha} C_{m\delta_e} - C_{m\alpha} C_{he\delta_e}) \right]$$

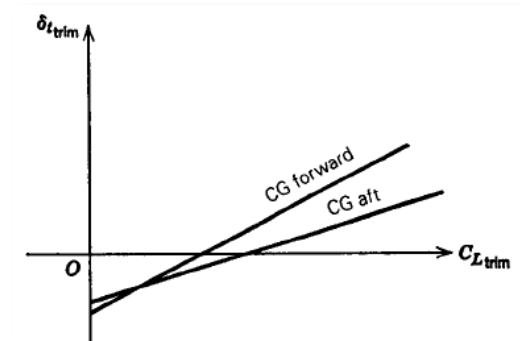
$$= f(C_{L_{trim}})$$

- Com a condição de comandos livre pode se provar que

$$C_{he\alpha} C_{m\delta_e} - C_{m\alpha} C_{he\delta_e} = -a' C_{he\delta_e} (h - h_{PN})$$

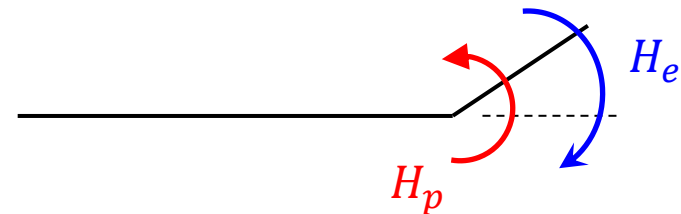
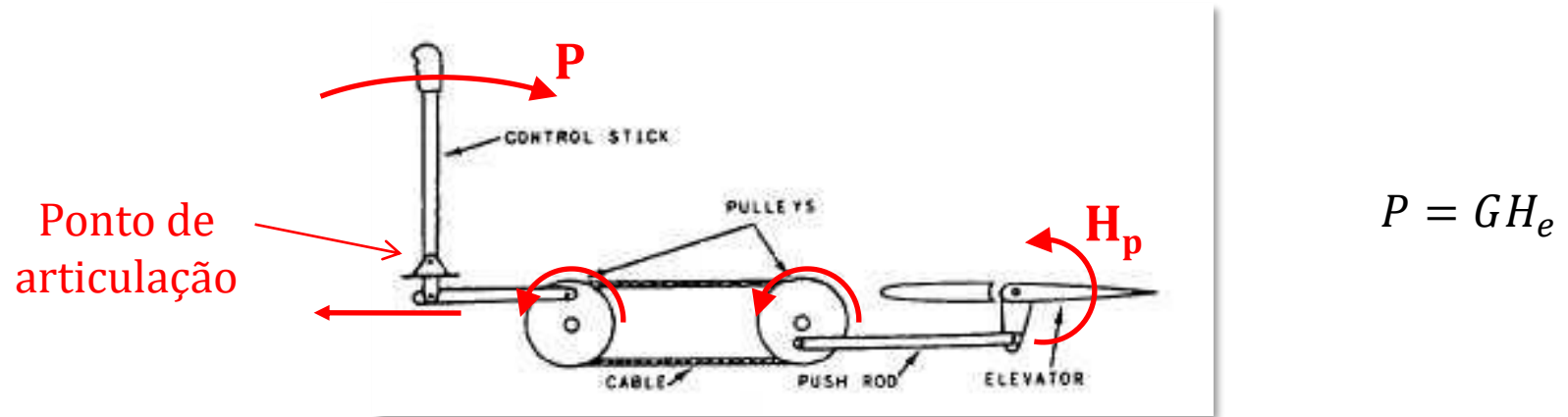
- Logo:

$$\delta_{t_{trim}} = \frac{-1}{C_{he\delta_t}} \left[ C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{\det[C]} (C_{he\alpha} C_{L\delta_e} - C_{L\alpha} C_{he\delta_e}) - a' \frac{C_{he\delta_e}}{\det[C]} (h - h_{PN}) C_{L_{trim}} \right]$$

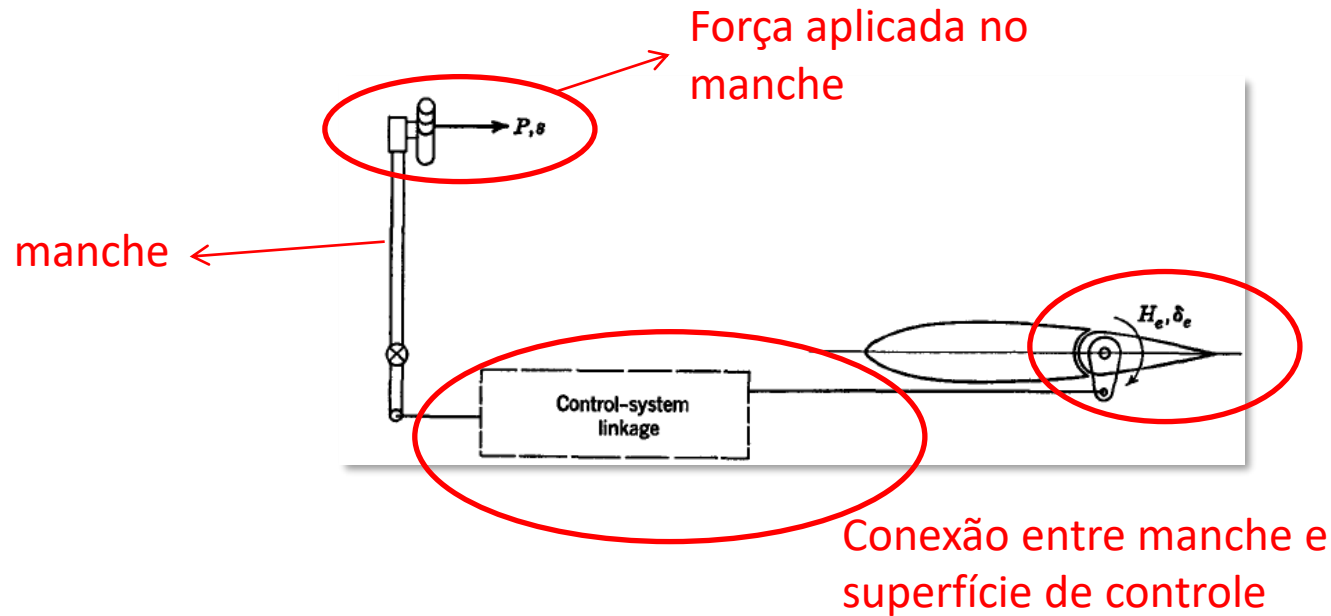




- Para manter uma determinada superfície de controle em uma determinada posição (ângulo) em uma condição de voo qualquer é necessário equilibrar o momento aerodinâmico na articulação, aplicando-se um torque mecânico ( $H_p$ ) ou mesmo aerodinâmico de mesma intensidade e sentido oposto.



# Momento de dobradiça



- Considerando um deslocamento pequeno e quase-estático a partir de uma condição de equilíbrio:  $Pds + dW_b + H_e d\delta_e = 0$

$P$  – Força aplicada pelo piloto

$s$  – deslocamento do manche

$W_b$  - trabalho realizado pelo sistema auxiliar (hidráulico, por exemplo)

$H_e$  - momento de articulação

$\delta_e$  - deslocamento da superfície (profundor, por exemplo)

- Para um sistema reversível ( $G_1$ ) um movimento da superfície de controle resulta diretamente de um movimento realizado no manche pelo piloto.
- Para um sistema irreversível ( $G_2$ ) diminui o valor de  $G$ , ou seja, reduz a força que o piloto tem que aplicar ao manche

$$H_e = \frac{1}{2} \rho V^2 C_{he} S_e \bar{c}_e$$

- O valor do coeficiente de momento de dobradiça para uma posição qualquer do compensador

$$C_{he} = C_{he_0} + C_{he_\alpha} \alpha_{trim} + C_{he_{\delta_e}} \delta_{e_{trim}} + b_3 \delta_t = b_3 (\delta_t - \delta_{t_{trim}})$$

- Da expressão anteriormente determinada:

$$\delta_{ttrim} = \frac{-1}{C_{he\delta_t}} \left[ C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{\det[C]} (C_{he\alpha} C_{L\delta_e} - C_{L\alpha} C_{he\delta_e}) - a' \frac{C_{he\delta_e}}{\det[C]} (h - h_{PN}) C_{Ltrim} \right]$$

- Pode-se determinar o momento de articulação como:

$$C_{he} = b_3 \delta_t + C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{\det[C]} (C_{he\alpha} C_{L\delta_e} - C_{L\alpha} b_2) - \frac{a' b_2}{\det[C]} (h - h_{PN}) C_{Ltrim}$$

$$b_0 = C_{he_0}$$

$$b_1 = C_{he\alpha_s}$$

$$b_2 = C_{he\delta_e}$$

$$b_3 = C_{he\delta_t}$$

# FIM