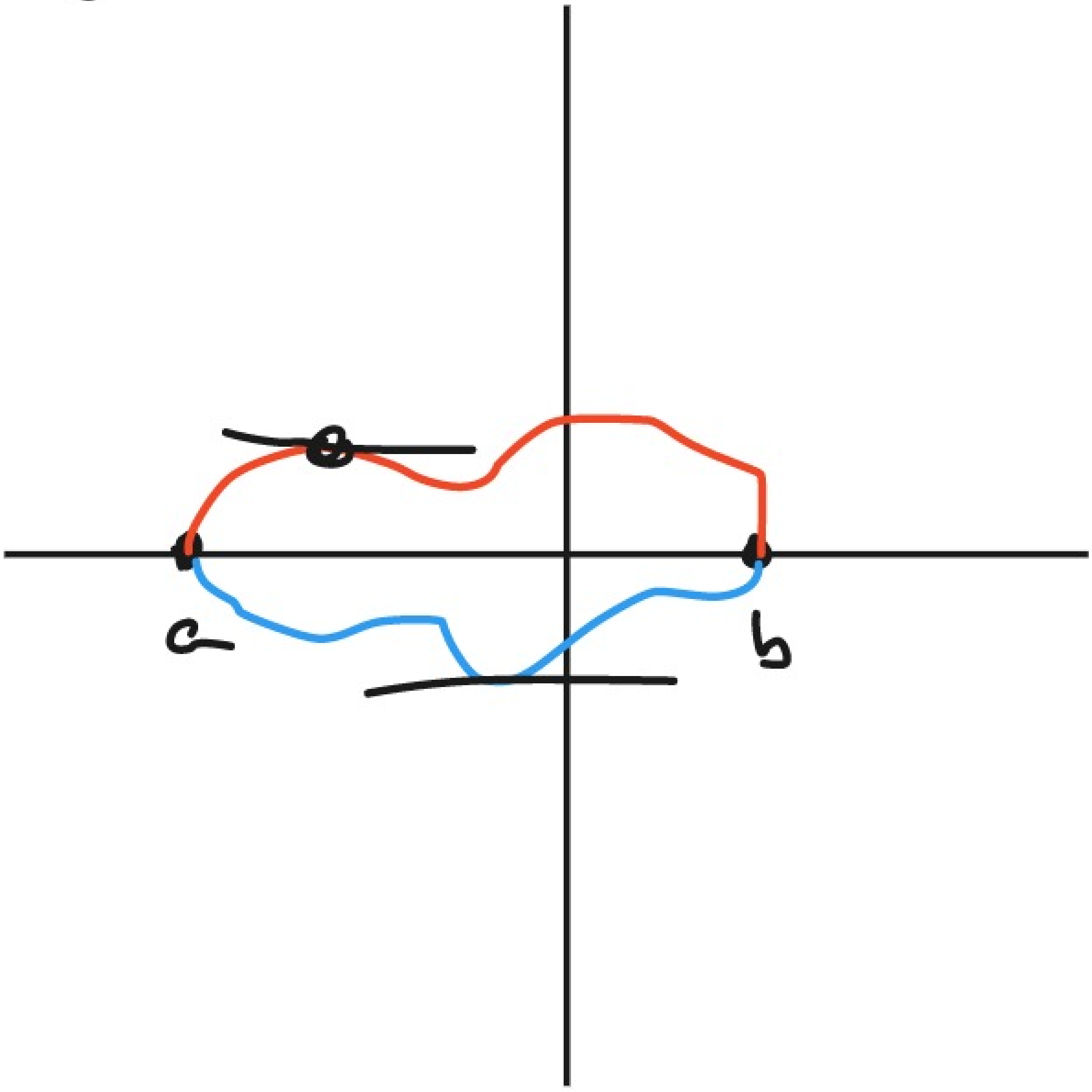
a)



$a \neq b$ e

$$f(a) = 0 = f(b)$$

tc

- $f(x) = 0 \quad \forall x \in [a,b]$

então $\underline{f'(x) = 0}$ $\forall x \in]a,b[$

qqr x nesse caso é raiz

de f'.

- $\exists x \in]a,b[\quad f(x) > 0$

Como f é derivável

existe $y \in]a,x[$ tq

$f'(y) > 0$ (C.C.

f é decrescente $\}$)

Agora, como $f(b) = 0$

e $f(x) > 0$

existe $z \in]x, b[$

t.q. $f'(z) < 0$

f' é contínua, logo, pelo TVI

existe $c \in]y, z[$

tq $f'(c) = 0$

c é a raiz.

b)

H Se f' tem apenas 1 raiz

quero provar que f tem 0 ou 1 ou 2 raízes T

$H \longrightarrow T$

$\neg T + H \rightarrow$ Absurdo

Sugestão da Lúcia

Supor que f tem 3 raízes x, y, z distintas

$x < y < z$

Por a)

existe $c \in]x, y[$

tq $f'(c) = 0$

e $d \in]y, z[$ tq

$f'(d) = 0$

$c \neq d$ e ambas

são raizes de f'

miro

O que é um absurdo.

$$e^x > x \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Updownarrow$$

$$\underbrace{e^x - x}_{f} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\left(\overbrace{e^x - x}^{f}\right)' = e^x - 1$$

$$f'(0) = 0$$

$$f'(x) < 0 \quad \text{Se } x < 0$$

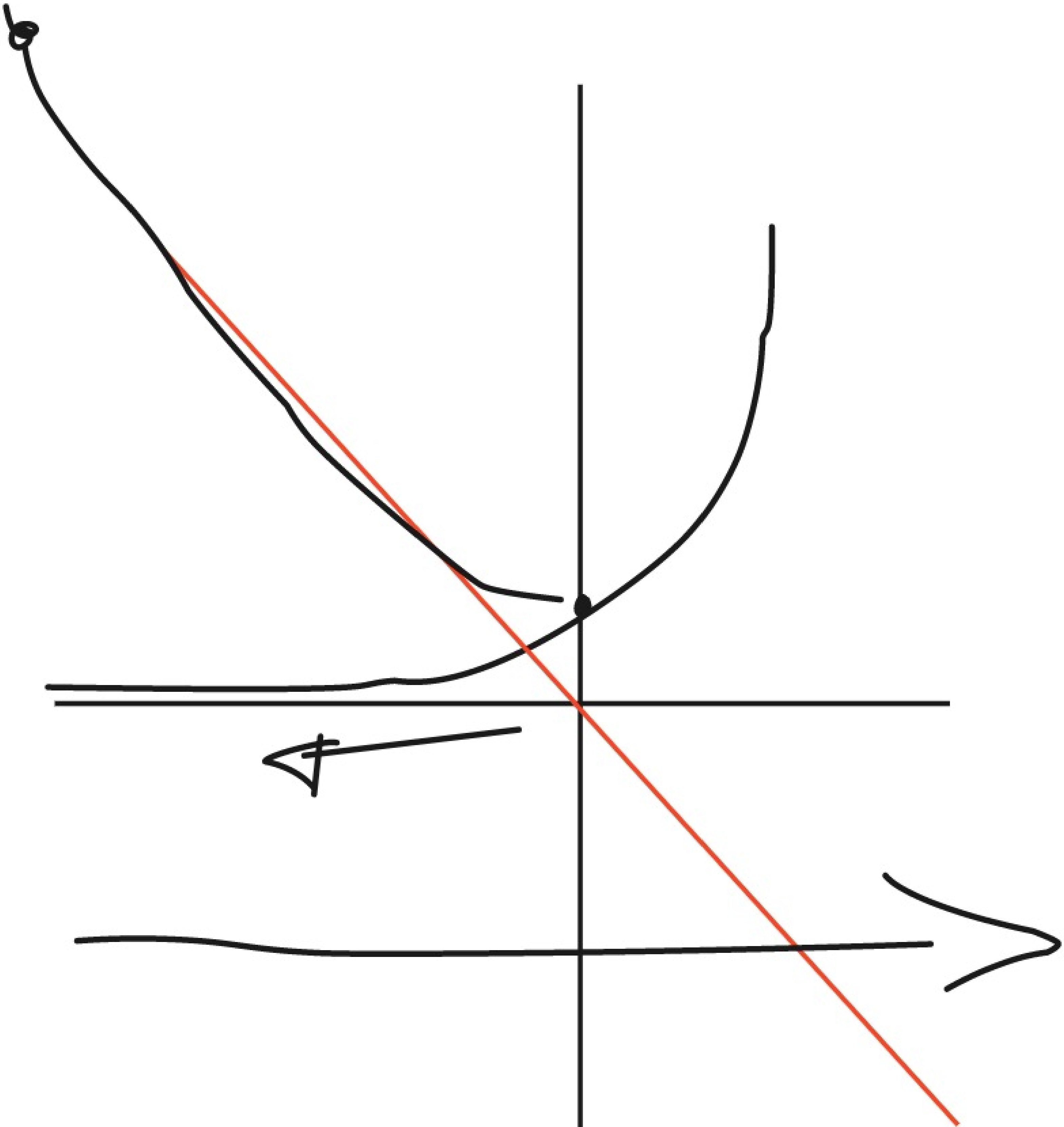
$f'(x) > 0$ se $x > 0$

$$\boxed{f(0) = 1}$$

· Como f é cresc.

em $x \geq 0$ e $f(0) = 1$

$f(x) \geq 1 \ \forall x \geq 0$



- Como f é decresc. em $x < 0$ e $f(0) = 1$

então $\underline{f(x) \geq 1}$ $\forall x < 0$

logo