

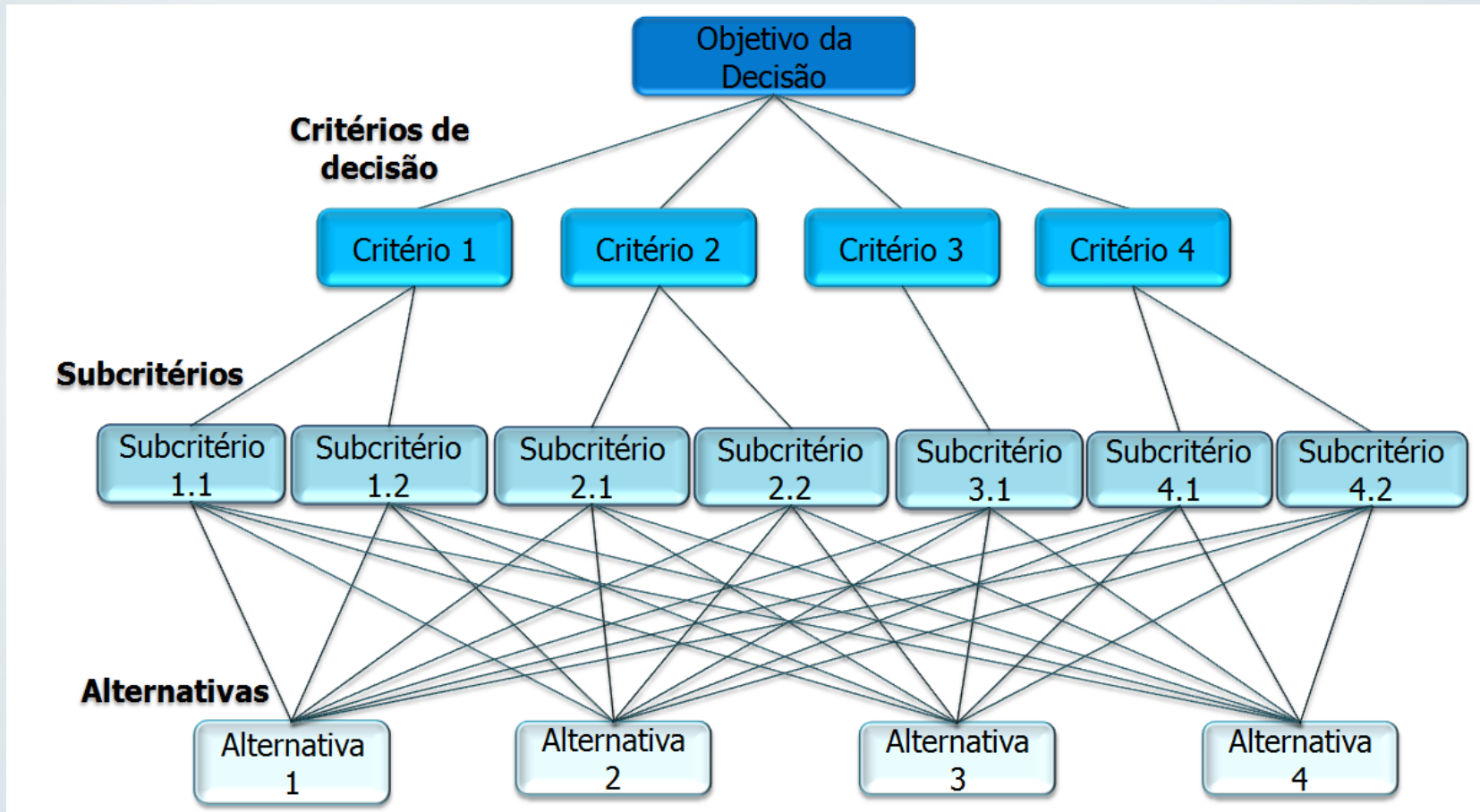
AHP - Analytic Hierarchy Process

SEP 5836 Técnicas de Suporte à Decisão Aplicadas à
Gestão de Desempenho de Cadeias de Suprimento

Método AHP (*Analytic Hierarchy Process*)

- Proposto por Saaty (SAATY, T. L. *The Analytic Network Process. 1 ed. McGraw Hill: New York, 1980*);
- Técnica de ordenação de alternativas a partir da avaliação de desempenho das alternativas considerando múltiplos critérios;
- Representa os elementos do problema de decisão em uma hierarquia de níveis: objetivo, critérios e alternativas;
- É um método compensatório;
- É adequado para situações em que os critérios são avaliados a partir de julgamentos;
- Julgamentos a partir de comparações par-a-par.

Hierarquia do AHP - Exemplo



Método AHP

- Neste método, os “julgamentos de especialistas” são usados para atribuir pesos a diferentes critérios e pontuações das diferentes alternativas.
- Cada nível da hierarquia é decomposto em um conjunto de matrizes comparativas.
- Os elementos são comparados par-a-par com outros elementos e as comparações são utilizadas para deduzir julgamentos (vetor de prioridades).
- A síntese dos julgamentos é obtida como um resultado da recomposição hierárquica com a finalidade de encontrar a melhor decisão.

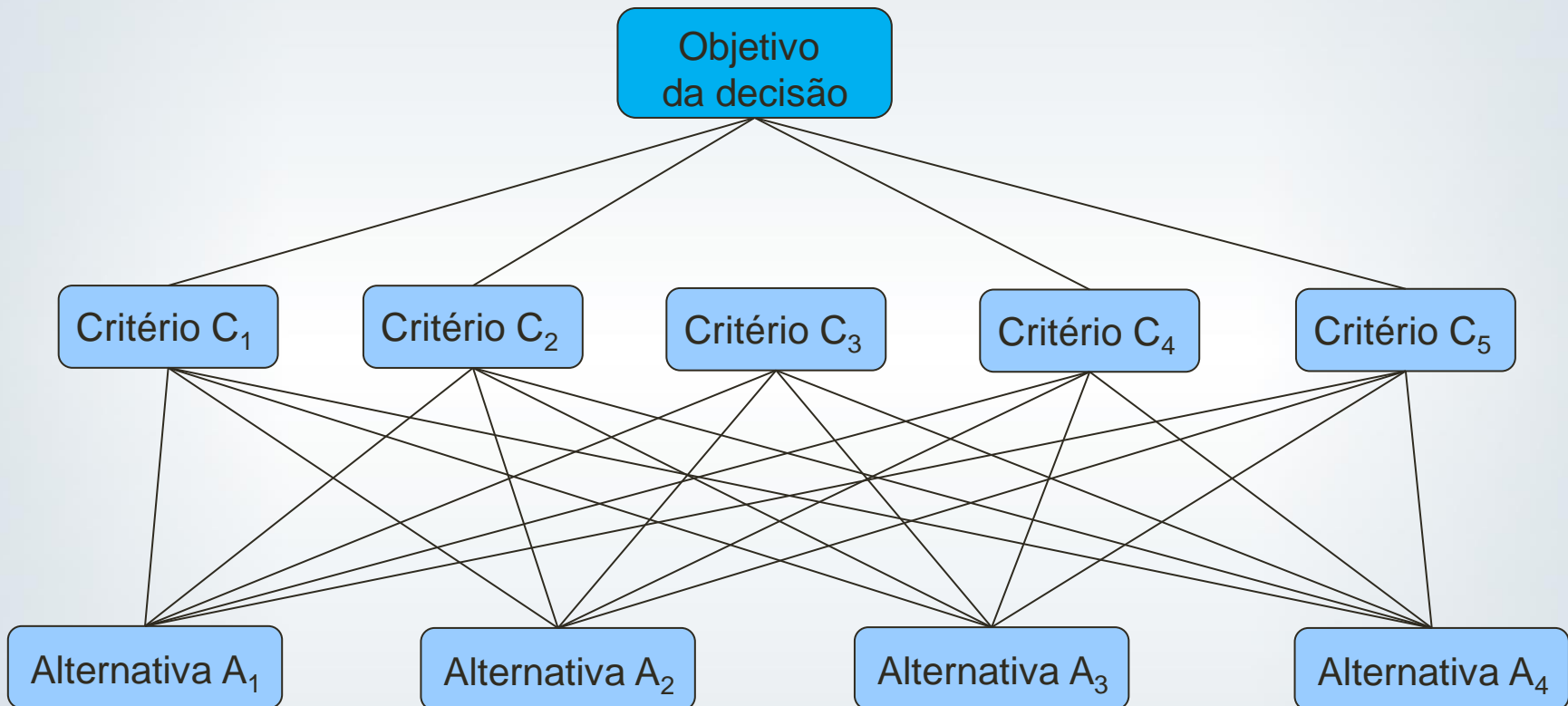
Método AHP – Escala comparativa

- Escala comparativa normalmente usada:

Pontuação Numérica	Julgamento Verbal ou Preferência
1	Igual Importância
3	Importância pequena de uma sobre a outra
5	Importância grande ou essencial
7	Importância muito grande ou demonstrada
9	Importância absoluta
2, 4, 6, 8	Valores Intermediários

- A partir das avaliações par-a-par, definem-se importâncias relativas:
 - Importância relativa dos critérios e sub-critérios (peso dos critérios e sub-critérios);
 - Desempenho relativo das alternativas (avaliação comparativa das alternativas).

AHP - Exemplo



Matriz de comparação dos critérios

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
C_1	1	2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	3
C_2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	2
C_3	4	5	1	$\frac{1}{2}$	5
C_4	5	7	2	1	4
C_5	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	1

Pontuação Numérica	Julgamento Verbal ou Preferência
1	Igual Importância
3	Importância pequena de uma sobre a outra
5	Importância grande ou essencial
7	Importância muito grande ou demonstrada
9	Importância absoluta
2, 4, 6, 8	Valores Intermediários

Cálculo da importância relativa dos critérios

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	Peso (W _{ci})
C ₁	1	2	¼	1/5	3	6,45
C ₂	1/2	1	1/5	1/7	2	3,84
C ₃	4	5	1	½	5	15,50
C ₄	5	7	2	1	4	19,00
C ₅	1/3	½	1/5	1/4	1	2,28

$$W_{c_i} = \sum_{j=1}^n a_{ij}$$

$$W_{c_1} = 1 + 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + 3 = 6,45$$

$$W_{c_3} = 15,5$$

$$W_{c_4} = 19$$

$$W_{c_2} = 3,84$$

$$W_{c_5} = 2,28$$

Cálculo da importância relativa dos critérios (normalizada)

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	Peso (Wci)	Peso Norm. (Wcni)
C ₁	1	2	1/4	1/5	3	6,45	0,137
C ₂	1/2	1	1/5	1/7	2	3,84	0,082
C ₃	4	5	1	1/2	5	15,50	0,329
C ₄	5	7	2	1	4	19,00	0,404
C ₅	1/3	1/2	1/5	1/4	1	2,28	0,048

$$Wcni = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}}$$

$$Wcn_1 = \frac{6,45}{6,45 + 3,84 + 15,5 + 19 + 2,28} = 0,137$$

$$Wcn_2 = 0,082$$

$$Wcn_3 = 0,329$$

$$Wcn_4 = 0,404$$

$$Wcn_5 = 0,048$$

Matriz de comparação das alternativas (Critério C_1)

Critério C_1	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	1	1/2	1/7	5
A_2	2	1	1/4	7
A_3	7	4	1	9
A_4	1/5	1/7	1/9	1

Pontuação Numérica	Julgamento Verbal ou Preferência
1	Igual Importância
3	Importância pequena de uma sobre a outra
5	Importância grande ou essencial
7	Importância muito grande ou demonstrada
9	Importância absoluta
2, 4, 6, 8	Valores Intermediários

Cálculo da avaliação relativa das alternativas no Critério C_1

Critério C_1	A_1	A_2	A_3	A_4	Peso (WA_i)	Peso Norm. (WAn_i)
A_1	1	1/2	1/7	5	6,643	0,169
A_2	2	1	1/4	7	10,250	0,261
A_3	7	4	1	9	21,000	0,534
A_4	1/5	1/7	1/9	1	1,454	0,037

$$WA_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$$

$$WAn_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}}$$

$$WA_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + 5 = 6,643$$

$$WAn_1 = \frac{6,643}{6,643 + 10,250 + 21,000 + 1,454} = 0,169$$

Cálculo da avaliação relativa das alternativas nos Critérios C_2 e C_3

Critério C_2	A_1	A_2	A_3	A_4	Peso (W_{Ai})	Peso Norm. (W_{Ani})
A_1	1	1/2	5	3	9,50	0,309
A_2	2	1	7	5	15,00	0,488
A_3	1/5	1/7	1	1/3	1,68	0,055
A_4	1/3	1/5	3	1	4,53	0,148

Critério C_3	A_1	A_2	A_3	A_4	Peso (W_{Ai})	Peso Norm. (W_{Ani})
A_1	1	3	2	1/7	6,14	0,173
A_2	1/3	1	1/3	1/8	1,79	0,050
A_3	1/2	3	1	1/7	4,64	0,131
A_4	7	8	7	1	23,00	0,646

Cálculo da avaliação relativa das alternativas nos Critérios C_4 e C_5

Critério C_4	A_1	A_2	A_3	A_4	Peso (W_{Ai})	Peso Norm. (W_{ani})
A_1	1	1/3	1	3	5,33	0,238
A_2	3	1	3	4	11,00	0,491
A_3	1	1/3	1	2	4,00	0,178
A_4	1/3	1/4	1/2	1	2,08	0,093

Critério C_5	A_1	A_2	A_3	A_4	Peso (W_{Ai})	Peso Norm. (W_{ani})
A_1	1	2	1/2	1	4,50	0,233
A_2	1/2	1	1/2	1/2	2,50	0,129
A_3	2	2	1	3	8,00	0,414
A_4	1	2	1/3	1	4,33	0,224

Avaliação global

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Avaliação global	Ordem
Peso critério	0,137	0,082	0,329	0,404	0,048		
A_1	0,169	0,309	0,173	0,238	0,233	0,2127	3º
A_2	0,261	0,488	0,050	0,491	0,129	0,2968	1º
A_3	0,534	0,055	0,131	0,178	0,414	0,2126	4º
A_4	0,037	0,148	0,646	0,093	0,224	0,2781	2º

$$AG_{A_i} = \sum_{j=1}^n Wc_{nj} * WAn_{ij}$$

Análise de consistência das avaliações par-a-par

- Baseado no CR: consistency ratio, calculado por:

Onde:

$$CR = \frac{\lambda_{max} - n}{(n-1) * RI}$$

n: ordem da matriz de comparações

λ_{max} : autovalor máximo da matriz de comparações

RI: random consistency index (tabelado, variável de acordo com a ordem da matriz)

$$\lambda_{max} = Média \left[\frac{D * W_n}{W_n} \right]$$

N	RI
3	0,52
4	0,89
5	1,11
6	1,25
7	1,35
8	1,40
9	1,45

Exemplo: CR da matriz de critérios

1. Cálculo de $\left[\frac{D * W_n}{W_n} \right]$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1/4 & 1/5 & 3 \\ 1/2 & 1 & 1/5 & 1/7 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 1/2 & 5 \\ 5 & 7 & 2 & 1 & 4 \\ 1/3 & 1/2 & 1/5 & 1/4 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,137 \\ 0,082 \\ 0,329 \\ 0,404 \\ 0,048 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,442 \\ 4,539 \\ 5,253 \\ 6,225 \\ 6,219 \end{bmatrix} = \lambda$$

$$\begin{bmatrix} 0,137 \\ 0,082 \\ 0,329 \\ 0,404 \\ 0,048 \end{bmatrix}$$

Exemplo: CR da matriz de critérios

2. Cálculo de $\lambda_{max} = Média \left[\frac{D * W_n}{W_n} \right]$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 4,442 \\ 4,539 \\ 5,253 \\ 6,225 \\ 6,219 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_{max} = \frac{4,442 + 4,539 + 5,253 + 6,225 + 6,219}{5} = 5,335$$

$$CR = \frac{\lambda_{max} - n}{(n-1) * RI} = \frac{5,335 - 5}{(5-1) * 1,11} = 0,07$$

N	RI
3	0,52
4	0,89
5	1,11
6	1,25
7	1,35
8	1,40
9	1,45

Uma matriz com boa consistência tem $CR < 0,1$

Avaliação por dois ou decisores

- No AHP, a agregação é feita pela média geométrica:

$$\left(\prod_{k=1}^m a_{ij} \right)^{1/m} = \sqrt[m]{a_{ij_1} * a_{ij_2} * \dots * a_{ij_m}}$$

m: quantidade de decisores.

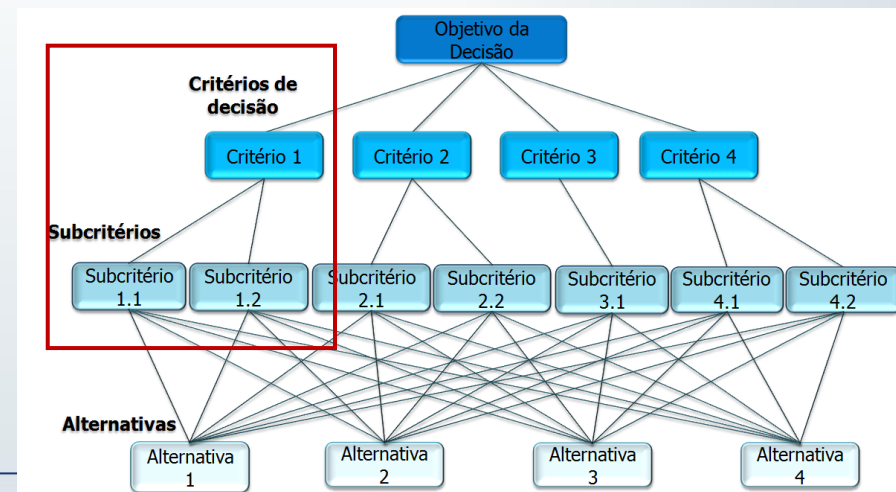
- Para 2 decisores:

$$\sqrt{a_{ij_1} * a_{ij_2}}$$

para $i, j = 1, \dots, n$

Avaliação com 3 níveis (critérios, sub-critérios e alternativas)

- Calcula-se os pesos dos critérios e sub-critérios em matrizes distintas.
- Cada conjunto de subcritérios deve ser ponderado usando o peso do critério hierarquicamente acima.
- Avalia-se as alternativas em cada critério a partir da avaliação das alternativas em cada sub-critério;
- No cálculo do desempenho global, as pontuações das alternativas são ponderadas usando o pesos dos subcritérios.



Avaliação global com critérios e sub-critérios

- Avaliação global dada por:

$$AG_{A_i} = \sum_{j=1}^n \sum_{k_j=1}^{l_j} Wc_{n_j} * Wc_{n_j k_j} * WAn_{i j k_j}$$

Onde:

J: no. De critérios;

Kj: número de sub-critérios do critério j;

i: no. De alternativas.

Atividade

- Problema : avaliação de equipes de trabalho pelo líder: a equipe (4 pessoas) será avaliada nos seguintes critérios:
 - Engajamento/comprometimento;
 - Relacionamento interpessoal;
 - Cumprimento de prazos de entregas;
 - Capacidade técnica
- Atividade:
 - Usar AHP para definir pesos dos critérios e desempenho relativo dos integrantes da equipe.