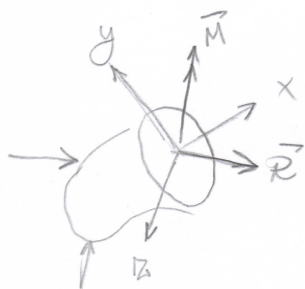


## Tensões e Deformações

Relembrando o que vimos anteriormente:

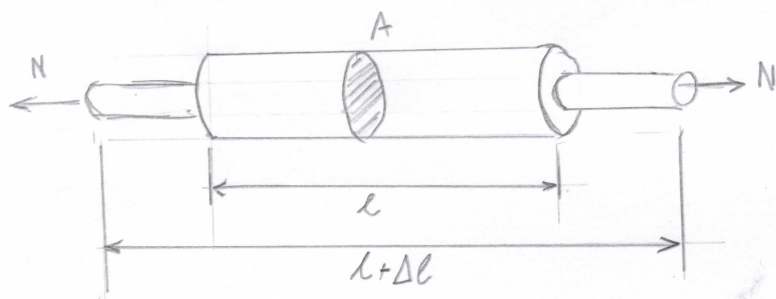


No corte temos as tensões que expressamos por resultantes (esforços solicitantes):



$$\begin{cases} \vec{R} = \vec{N} + \vec{V}_y + \vec{V}_x \\ \vec{M} = \vec{T} + \vec{M}_{fy} + \vec{M}_{fx} \end{cases}$$

## Lei de Hooke



Existe uma proporcionalidade entre  $\frac{N}{A}$  e  $\frac{\Delta l}{l}$ , que depende do material.

Definimos tensão normal como:

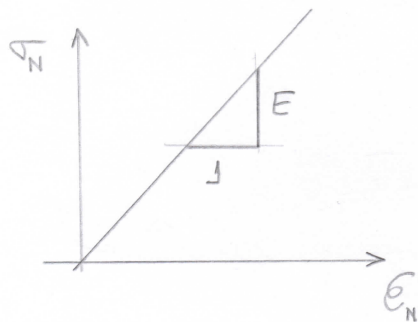
$$\sigma_N = \frac{N}{A} \left[ \frac{N}{m^2} \right] = [Pa] \text{ (Pascal)}$$

$\epsilon$  deformação longitudinal:

$$\epsilon_N = \frac{\Delta l}{l}$$

A relação de proporcionalidade entre essas duas grandezas pode ser expressa como:

$$\sigma_N = E \cdot \epsilon_N \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma_N}{\epsilon_N}} \text{ (Módulo de elasticidade)}$$



Alguns módulos de elasticidade:

Material	$E$ [GPa]	$\nu$
Aço	210	0,3
Alumínio	70	0,25
Concreto	$\approx 25$	0,15
Madeira	$\approx 10$	?
Nylon	$\approx 8$	0,42

$$\begin{aligned} 1 \text{ GPa} &= 10^9 \text{ Pa} \\ &= 10^9 \text{ N/m}^2 \\ &= 10^3 \text{ N/mm}^2 \\ &= 10^3 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$\nu$ : Coeficiente de Poisson

$\epsilon_T$ : deformação transversal

$$\epsilon_T = \frac{\Delta \phi}{\phi} < 0$$

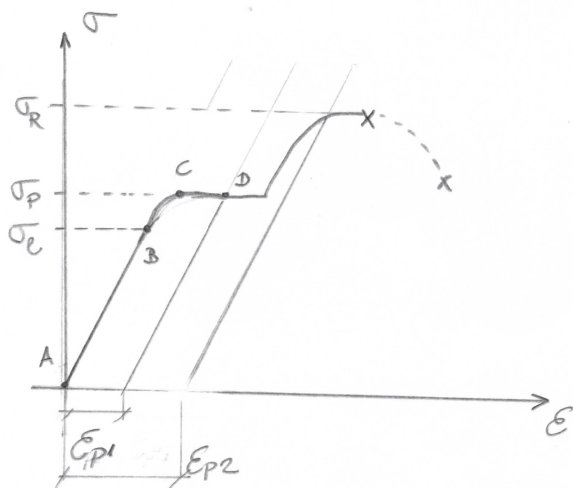


Variações do  
diâmetro

observa-se que:

$$\underline{\underline{\epsilon_T = -\nu \epsilon_N}}$$

A curva de tensão - deformação possui várias regiões:



Curva de um material  
Dútil "Aço doce"

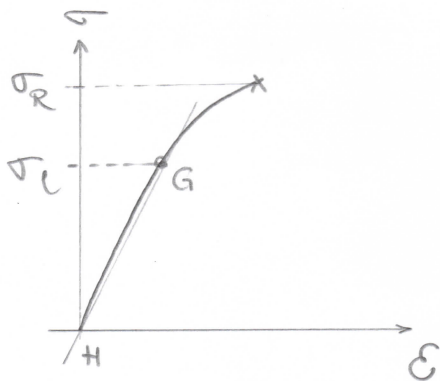
$\sigma_e$ : tensão limite de proporcionalidade  
 $\sigma_p$ : tensão de plastificação - escoamento  
 $\sigma_R$ : tensão de ruptura

A lei de Hooke vale até o  $\sigma_e$ .

Em um ensaio ABCD,  $\epsilon_{ps}$  é a deformação plástica residual.

Em um outro ensaio, com  $\epsilon_{p2}$ , o material é dito encruado.

Material frágil (vidro, concreto, aço encruado, titânio)



GH: trecho linear

Relembrando a fórmula:

$$\sigma_N = E \epsilon_N \Rightarrow \epsilon_N = \frac{\sigma_N}{E}$$

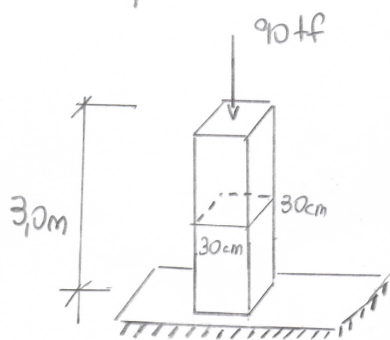
Substituindo, temos:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma_N}{E} = \frac{1}{E} \cdot \frac{N}{A}$$

Logo:

$$\boxed{\Delta l = \frac{Nl}{EA}}$$

Exemplo: calcular o encurtamento do pilar de concreto.



$$E_c = 25 \text{ GPa} = 25 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$N = -90 \text{ tf} \approx -90 \cdot 10^4 \text{ N}$$

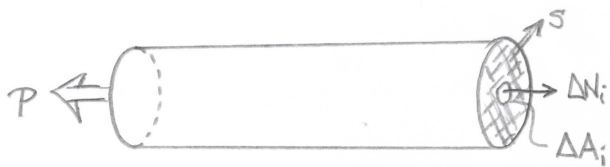
$$A = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09 \text{ m}^2$$

Logo:

$$\Delta l = \frac{-90 \cdot 10^4 \cdot 3}{25 \cdot 10^9 \cdot 0,09} \Rightarrow \Delta l = -\frac{27 \cdot 10^5}{225 \cdot 10^7} = -0,12 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \Delta l = -1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$\text{ou } \boxed{\Delta l = -1,2 \text{ mm}}$

Nota: A tensão  $\sigma_N$  é uma média!



$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta A_i = \int_S dA \quad ; \quad N = \int_S dN$$

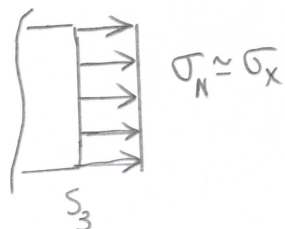
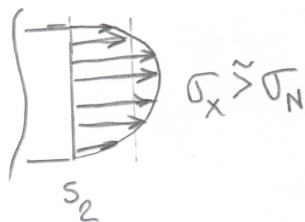
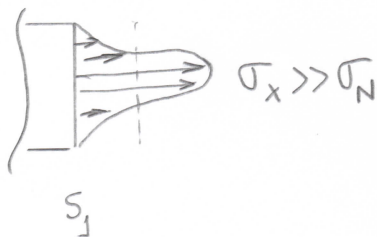
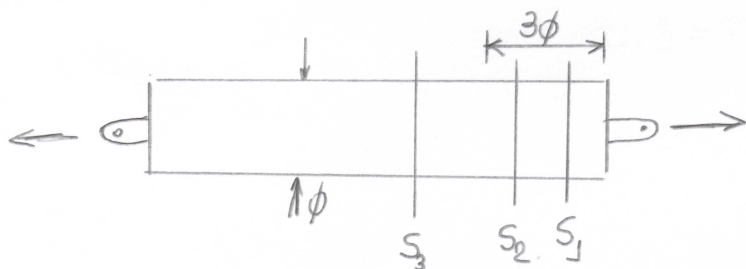
Na área  $dA$  elementar:

$$\sigma_x = \frac{dN}{dA} \quad \therefore dN = \sigma_x dA$$

$$N = \int_S \sigma_x dA \quad \text{se, por hipótese } \sigma_x = \sigma_N, \forall P \in S$$

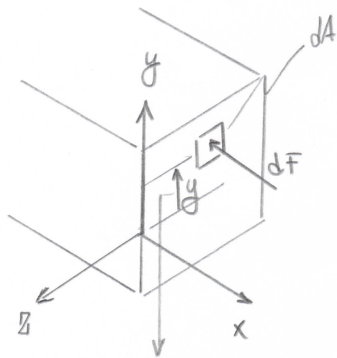
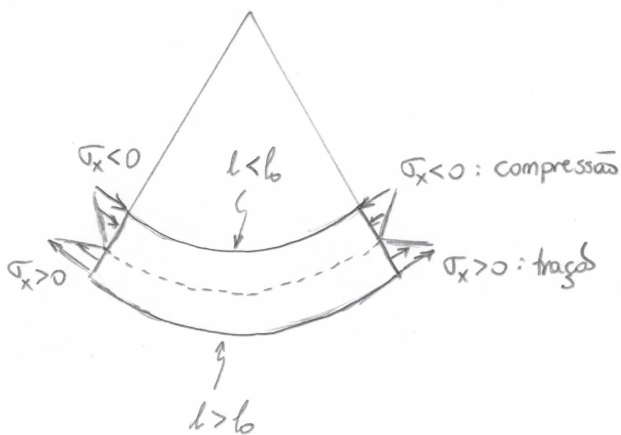
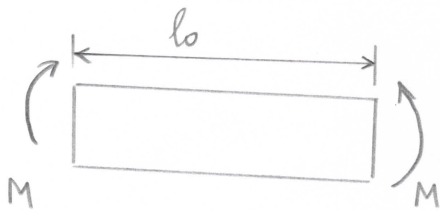
$$N = \sigma_N \int_S dA = \sigma_N \cdot A$$

Exemplos:





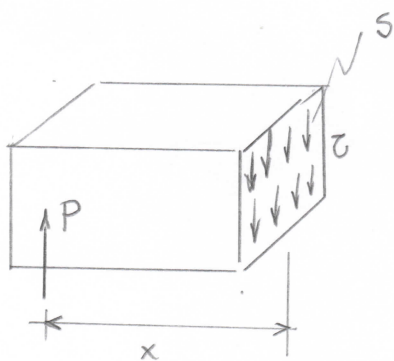
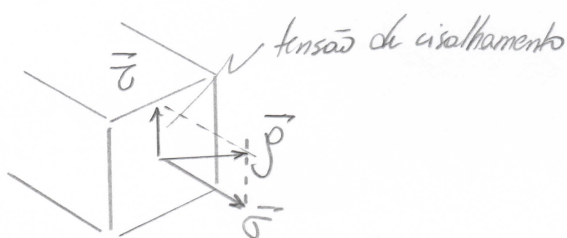
## Tensões normais no fluxo



$$N = \int_S \sigma_x dA = 0$$

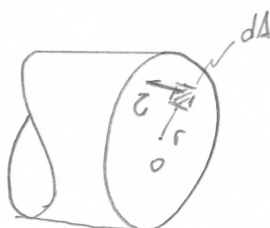
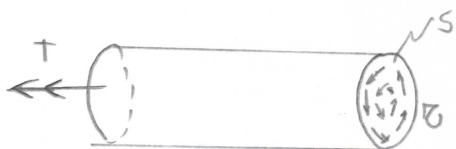
$$M = \int_S y dF = \int_S \sigma_x y dA$$

## Tensões de Cisalhamento



$$V = \int_S \tau dA = P$$

↑  $\tau$  constante  
devidas à força constante



$$T = \int_S \tau r dA$$

↑  $\tau$  constante  
devidas ao momento torçor