Cálculo de Probabilidades

1 Variáveis aleatórias discretas

1.1 binomial

Se $Y \sim Bin(n, p)$ então

$$P(Y = y) = \frac{n!}{y!(n-y)!} p^y (1-p)^{n-y}, \quad y = 0, 1, \ldots, n,$$

em que n é o número de ensaios de Bernoulli e $0 < p < 1$ é a probabilidade de sucesso.

Seja k uma constante pertencente ao suporte da variável aleatória:

a) $P(Y = k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k} =$ `dbinom(k,n,p)`
b) $P(Y \leq k) = P(Y = k) + P(Y = k-1) + \ldots + P(Y = 0) =$ `pbinom(k,n,p)`
c) $P(Y < k) = P(Y = k-1) + P(Y = k-2) + \ldots + P(Y = 0) =$ `pbinom(k-1,n,p)`
d) $P(Y > k) = P(Y = k+1) + P(Y = k+2) + \ldots + P(Y = n) = 1 - P(Y \leq k) =$ `1-pbinom(k,n,p)`
e) $P(Y \geq k) = 1 - P(Y < k) =$ `1-pbinom(k-1,n,p)`

1.2 Poisson

Se $Y \sim Pois(\lambda)$ então

$$P(Y = y) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}, \quad y = 0, 1, \ldots,$$

em que $\lambda > 0$.

Seja k uma constante pertencente ao suporte da variável aleatória:

a) $P(Y = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} =$ `dpois(k,lambda)`
b) $P(Y \leq k) = P(Y = k) + P(Y = k-1) + \ldots + P(Y = 0) =$ `ppois(k,lambda)`
c) $P(Y < k) = P(Y = k-1) + P(Y = k-2) + \ldots + P(Y = 0) =$ `ppois(k-1,lambda)`
d) $P(Y > k) = P(Y = k+1) + P(Y = k+2) + \ldots + P(Y = n) = 1 - P(Y \leq k) =$ `1-ppois(k,lambda)`
e) $P(Y \geq k) = 1 - P(Y < k) =$ `1-ppois(k-1,lambda)`

1.3 Geométrica

Se $Y \sim geo(p)$ então

$$P(Y = y) = p(1-p)^y, \quad y = 0, 1, \ldots,$$

em que $0 < p < 1$.

Seja k uma constante pertencente ao suporte da variável aleatória:

a) $P(Y = k) = p(1-p)^k =$ `dgeom(k,p)`

b) $P(Y \leq k) = P(Y = k) + P(Y = k-1) + \ldots + P(Y = 0) =$ `pgeom(k,p)`

c) $P(Y < k) = P(Y = k-1) + P(Y = k-2) + \ldots + P(Y = 0) =$ `pgeom(k-1,p)`

d) $P(Y > k) = P(Y = k+1) + P(Y = k+2) + \ldots + P(Y = n) = 1 - P(Y \leq k) =$ `1-pgeom(k,p)`

e) $P(Y \geq k) = 1 - P(Y < k) =$ `1-pgeom(k-1,p)`

2 Variáveis aleatórias contínuas

2.1 exponencial

Se $Y \sim \exp(\lambda)$ então

$$f(y) = \lambda \exp(-\lambda y), \quad y > 0$$

em que $\lambda > 0$.

Sejam a e b constantes pertencentes ao suporte da variável aleatória:

a) $P(Y \leq a) = P(Y < a) = \int_0^a \lambda \exp(-\lambda y) dy =$ `pexp(a,lambda)`

b) $P(Y > a) = P(Y \geq a) = 1 - P(Y < a) =$ `1-pexp(a,lambda)`

c) $P(a \leq Y \leq b) = P(a < Y < b) = \int_a^b \lambda \exp(-\lambda y) dy =$ `pexp(b,lambda)-pexp(a,lambda)`

2.2 normal

Se $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ então

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\mu)^2\right], \quad -\infty < y < \infty,$$

em que $\sigma^2 > 0$, $-\infty < \mu < \infty$ e $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

Sejam a e b constantes pertencentes ao suporte da variável aleatória:

a) $P(Y \leq a) = P(Y < a) = \int_{-\infty}^a \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\mu)^2\right] dy =$ `pnorm(a,mu,sigma)`

b) $P(Y > a) = P(Y \geq a) = 1 - P(Y < a) =$ `1-pnorm(a,mu,sigma)`

c) $P(a \leq Y \leq b) = P(a < Y < b) = \int_a^b \lambda \exp(-\lambda y) dy =$ `pnorm(b,mu,sigma)-pnorm(a,mu,sigma)`

★ **Observação**: o mesmo pode ser utilizado para outras distribuições de probabilidade implementadas no `R`.