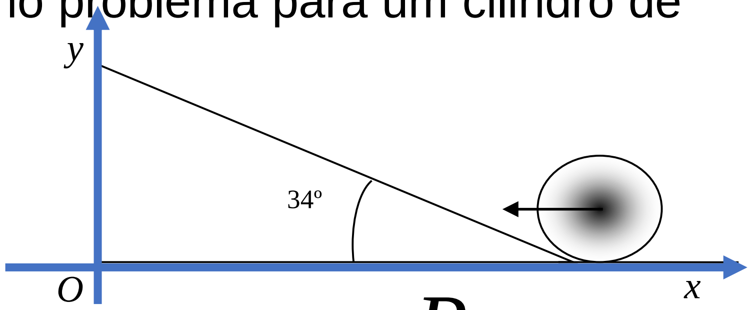
Instituto de Física
Universidade de São Paulo

Disciplina 4300255

Mecânica dos Corpos Rígidos e dos Fluidos

Corpos que rolam
Rolamento sem escorregamento
Rolamento com escorregamento

Problema 7 lista 3. Uma esfera maciça de 4,7 cm sobe rolando uma rampa cujo ângulo de inclinação é de 34,0º. Na base da rampa o centro de massa da esfera tem velocidade translação de 5,2 m/s. a) Que distância a esfera percorre ao subir a rampa? b) Quanto tempo ela leva para voltar à base? c) Quantas voltas a esfera dá durante o trajeto de ida e volta? Sugestão: Repita o mesmo problema para um cilindro de mesmo raio.



a) Há conservação da energia mecânica.
A energia cinética inicial, soma da de translação do CM e rotação em torno ao CM, converte-se em energia potencial.
Como a esfera rola sem escorregar, as velocidades angular e linear guardam entre si a relação: $v_{cm} = R\omega$

Assim pela conservação da energia mecânica e considerando que $U_i = 0$ e $K_f = 0$, como

$$E_f = E_i \qquad\qquad U_f = K_i$$

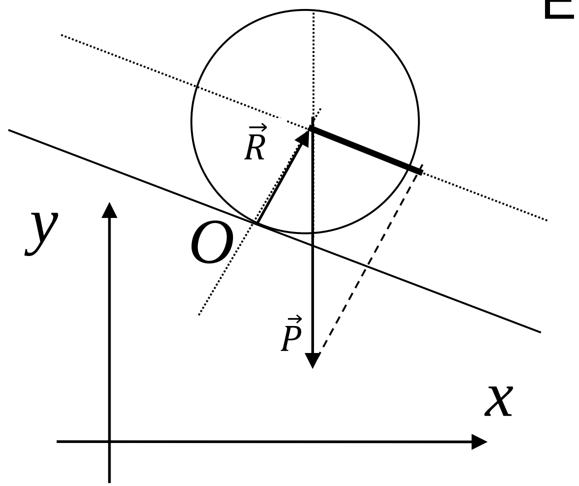
Como a esfera possui velocidade v_{cm} e rola com velocidade ω,

$$K_i = \frac{1}{2} I_{esfera}\omega^2 + \frac{1}{2} m v_{CM}^2$$

Igualando à energia potencial na altura h,

$$mgh = \frac{1}{2} I_{esfera}\omega^2 + \frac{1}{2} m v_{CM}^2 \qquad mgh = \frac{1}{2}\frac{2}{5} mR^2 \frac{v_{CM}^2}{R^2} + \frac{1}{2} m v_{CM}^2$$

Assim: $h = \frac{7}{10}\frac{v_{CM}^2}{g} = \frac{7}{9,8} 5,2^2 = 1,93 \text{ m}$



Então, como

$$sen\ 34° = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow$$

$$\text{hipotenusa} = \text{ distancia no plano inclinado} = \frac{\text{cateto oposto}}{sen\ 34°} = \frac{1{,}93}{0{,}56} = 3{,}65m$$

A esfera percorrerá 3,65 m, subindo a rampa até se deter.

b) Sabemos que inicialmente as velocidades, tanto de translação quanto angular possuem um valor e na altura máxima são nulas, portanto deve haver uma aceleração que faça que elas se alterem. Assim, deve haver uma força resultante que produza essa aceleração.

Analisando o movimento desde o eixo instantâneo de rotação,

$$\sum \tau = I_O \alpha$$

a única força que realiza torque é a força Peso, assim:

$$-mgRsen\theta = I_O \alpha \Rightarrow \alpha = -\frac{mgRsen\theta}{I_O}$$

Dado que a aceleração da bola é devida à gravidade, vemos que o torque produzido pelo peso, desde esse referencial, é negativo, assim, sendo α negativo, e $\omega_f = 0$

$$\omega_f = \omega_0 - \alpha t \Rightarrow t = \frac{(-\omega_0)}{-\alpha}$$

Substituindo α e a inércia rotacional por aquela em relação ao eixo instantâneo de rotação

$$t = \frac{(-\omega_0)}{-\alpha} = \frac{\omega_0 I_e}{mgRsen\theta} = \frac{\omega_0(I_{CM} + mR^2)}{mgRsen\theta} = \frac{\omega_0\left(\frac{2mR^2}{5} + mR^2\right)}{mgRsen\theta}$$

O tempo que leva para voltar à base é: 2,8 s

Se não considerássemos o movimento rotacional, e o torque produzido pelo peso

$$v_{CM} = v_0 - gt\ sen\theta$$

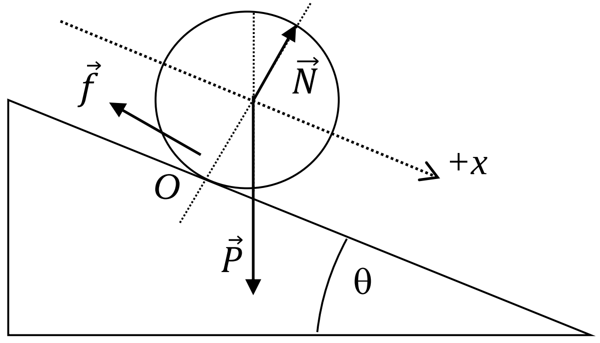
$$t = \frac{v_{CM}}{g\ sen\ 34} = \frac{5,2}{9,8.sen34} = 1,0s$$

c) Como $s = R\phi$, determinamos o ângulo total percorrido em radianos para o movimento de subida e des’cida.

$$\phi = \frac{s}{R} = \frac{2*3,65}{0,047} = 155,34 radianos$$

Sabendo que 2π radianos   =   1 rotação
155,34 radianos   = 24,7 rotações

Problema 8 lista 3. (Tipler Cap 9, E 86) Uma bola roda sem escorregar por um plano inclinado de ângulo θ. O coeficiente de atrito é μ_s. Calcular: a) a aceleração da bola, b) a força de atrito e c) o ângulo máximo do plano inclinado sobre o qual a bola roda sem escorregar.



Pela 2ª lei de Newton, $\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM}$ $\qquad \sum \tau = I_{CM}\,\alpha$

As forças que atuam sobre a bola são o peso, a força normal e a força de atrito, que atua na direção ascendente do plano inclinado. À medida que a bola é acelerada plano abaixo, a velocidade angular de rotação deve aumentar, a fim de não haver escorregamento.

$$mgsen\theta + f = ma_{CM} \qquad -fR = I_{CM}\,\alpha \Rightarrow f = -I_{CM}\frac{\alpha}{R}$$

Buscamos obter α a partir da 2ª lei de Newton considerando o referencial em rotação em torno de um eixo horizontal que passa pelo centro de massa. α relaciona-se com a aceleração pela condição de ausência de escorregamento.

O único torque em relação ao centro de massa é o da força de atrito

$$f = -I_{CM}\frac{a_{CM}}{R.R} = -I_{CM}\frac{a_{CM}}{R^2}$$

Substituindo

$$m\,g\,sen\theta - I_{CM}\frac{a_{CM}}{R^2} = ma_{CM} \Rightarrow ma_{CM} + \frac{2}{5}mR^2\frac{a_{CM}}{R^2} = m\,g\,sen\theta$$

$$\Rightarrow a_{CM}\left(\frac{5+2}{5}\right) = g\,sen\theta \Rightarrow a_{CM} = \frac{5g\,sen\theta}{7}$$

Substituindo

$$f = m(-gsen\theta + a_{CM}) \Rightarrow f = m\left(-gsen\theta + \frac{5gsen\theta}{7}\right) = mgsen\theta\left(-1 + \frac{5}{7}\right) = mgsen\theta\left(\frac{-7+5}{7}\right) = -\frac{2}{7}mgsen\theta$$

Como $f \leq \mu N \Rightarrow f \leq \mu mg \cos\theta$ substituindo *f* pela expressão acima:

$$\frac{2}{7} mgsen\theta \leq \mu mg\cos\theta \Rightarrow \frac{sen\theta}{\cos\theta} \leq \frac{7}{2}\mu \Rightarrow tg\theta \leq \frac{7}{2}\mu$$

Observamos que a inclinação máxima do plano para bola não escorregar dependerá do coeficiente de atrito. Assim, os valores de θ para diferentes coeficientes de atrito podem ser achados na seguinte tabela.

μ	tg θ	θ [graus]
0.1	0.35	19.3
0.3	1.05	46.4
0.5	1.75	60.3
0.7	2.45	67.8
0.9	3.15	72.4

aço-aço 0,18 **madeira encerada-neve 0,1**
cobre-aço 0,36 **madeira- madeira 0,1**
borracha concreto 1,0

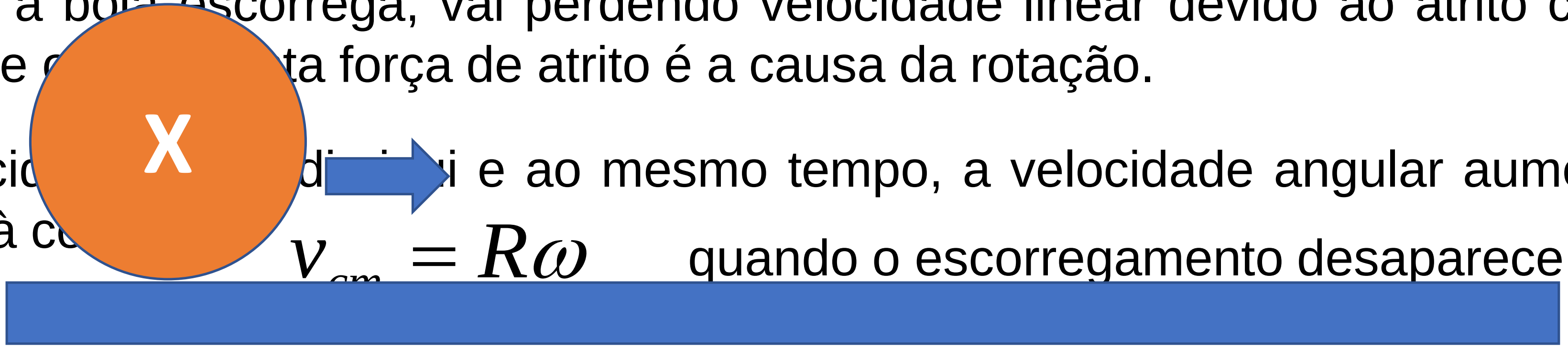
Corpos que rolam
Rolamento com escorregamento

Quando um corpo escorrega ao mesmo tempo em que rola, não vale a condição de ausência de escorregamento.

Imaginemos uma bola que unicamente escorrega, sem rotação inicial.

À medida que a bola escorrega, vai perdendo velocidade linear devido ao atrito cinético ente sua superfície e c ta força de atrito é a causa da rotação.

Assim, a velocid di i e ao mesmo tempo, a velocidade angular aumenta até que se chega à c $v_{cm} = R\omega$ quando o escorregamento desaparece.



Daí por diante a bola rola sem escorregar.

Outro exemplo é o da bola de bilhar ou de boliche que rola com efeito.

Agora vamos a analisar a experiência que vocês entregaram semana passada.
Vamos abrir a página: http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/rotacao/rolamento/index.php

Phys. Educ. 51 (2016) 045001 (10pp) iopscience.org/ped

The rolling with slipping experiment in the virtual physics laboratory—context-based teaching material

Nora L Maidana[1], Monaliza da Fonseca[1,2], Suelen F Barros[1] and Vito R Vanin[1]

[1] Instituto de Física, Universidade de São Paulo, Rua do Matão 1371, CEP 05508-090 Cidade Universitária, São Paulo, SP, Brazil
[2] Colégio Santa Cruz, Av. Arruda Botelho 255, CEP: 05466-000, São Paulo, SP, Brazil

E-mail: nmaidana@if.usp.br

Abstract
The Virtual Laboratory was created as a complementary educational activity, with the aim of working abstract concepts from an experimental point of view. In this work, the motion of a ring rolling and slipping in front of a grid printed panel was recorded. The frames separated from this video received a time code, and the resulting set of images can be visually inspected to determine the object angular and center-of-mass positions at known moments. From the positions versus time table, it is possible to analyse the dynamical evolution of the system and the ensuing physical interpretation of the ring rotation and translation. It is also shown here how this hands-on activity has been assigned to university students, that access the material from the website www.fep.if.usp.br/~fisfoto.

1. Introduction

In science education, it is important to contextualize the problem and/or the phenomenon before approaching the content related to its solution and/or explanation in the classroom [1]. As any resource used in teaching, an information and communication technology (ICT) tool needs a planned didactic sequence to build the student learning process. Bruner [2], exposed the idea of 'learning by doing', stating that the student has to interact with the object of study to gain experience and develop skills. Computer-based activities can, in many ways, contribute to achieve these objectives in physics education.

Tools based on ICT are being increasingly used in all scientific areas, as well as in the development of didactic activities [3, 4], among which are the Virtual Laboratories. In physics, simulations are often applied [5–8], but here we will discuss the use of videos of real arrangements. Recorded images of the motion of objects are frequently analyzed with the help of sensors or computer programs [9–15]. Delen [16] studied the effects of online video-based environments on learning activities making a broad analysis of the compiled works.

Our proposal relies on mechanics dealing just with position and time, and both variables can be cast in an image. Hence, from a video, it

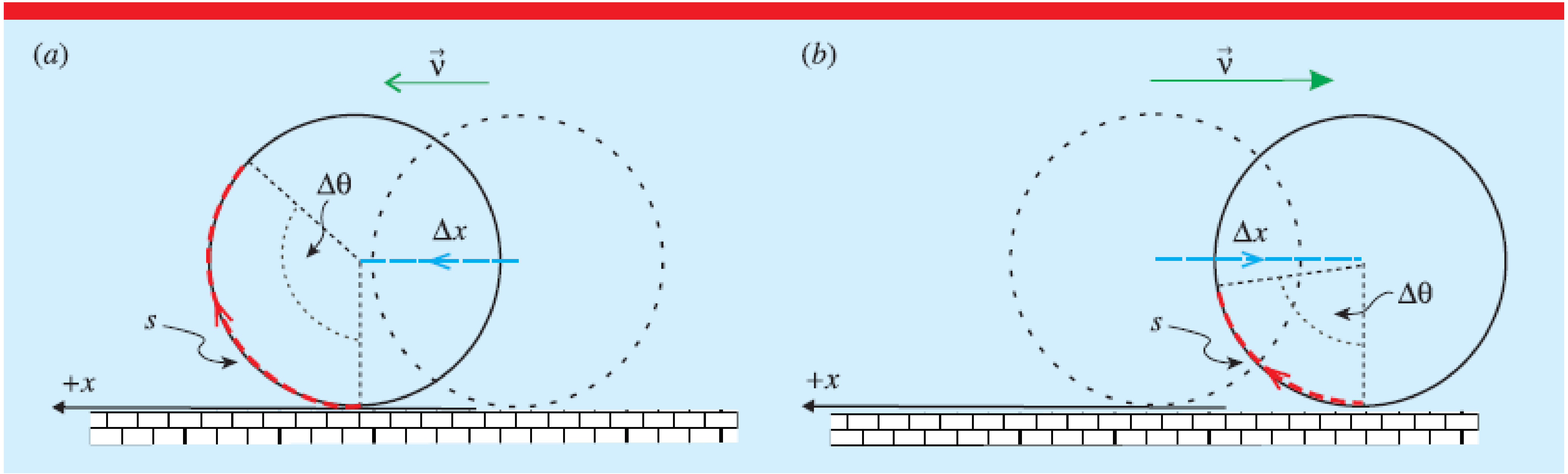
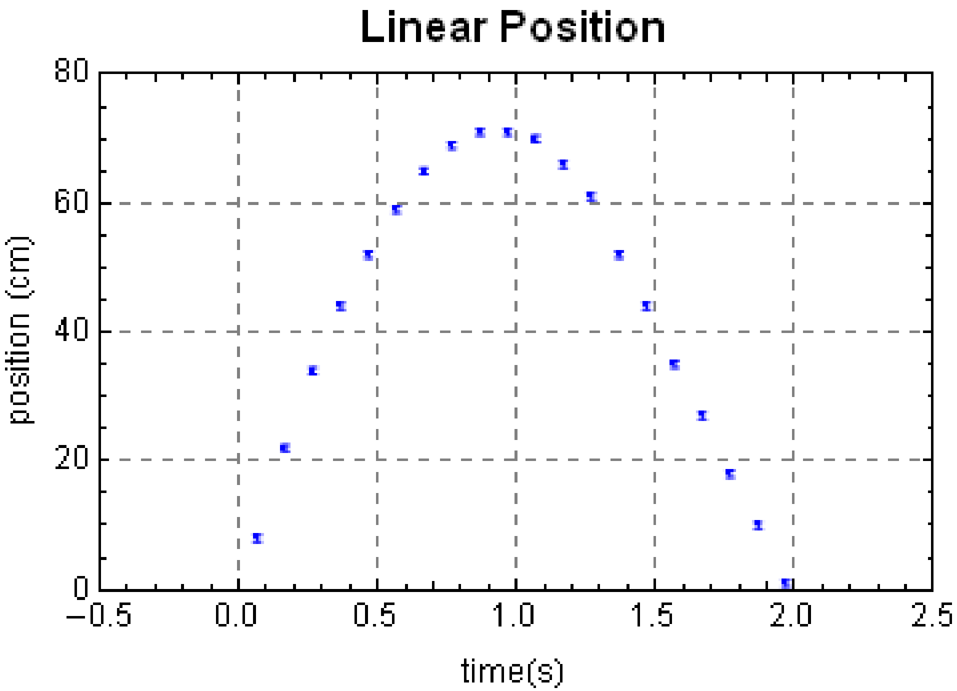
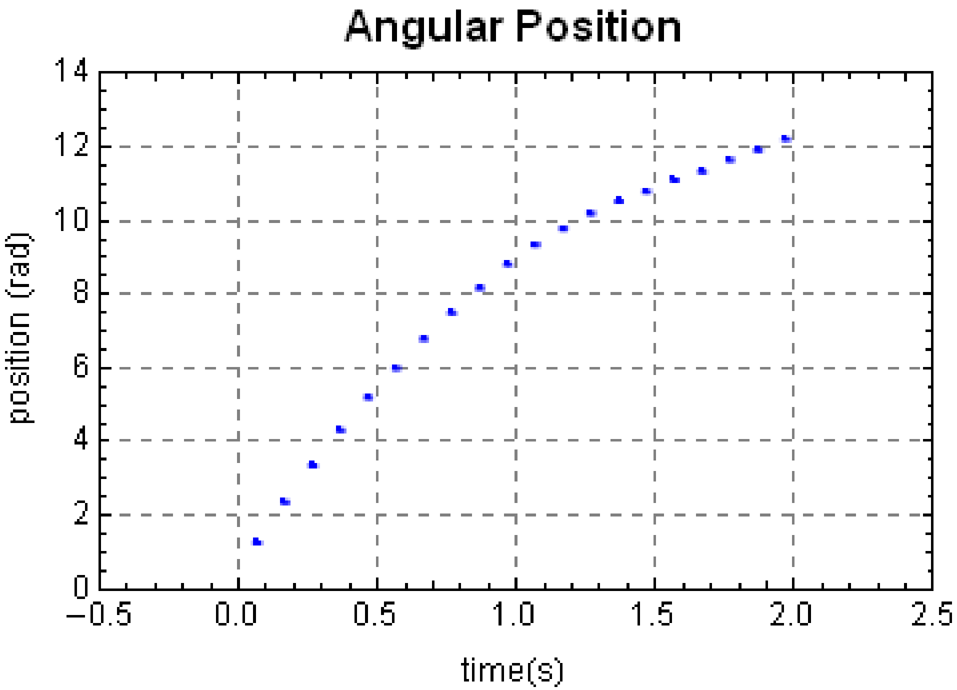


Figure 1. Schematic drawing of a ring rolling around an axis parallel to the floor and slipping on a horizontal surface while displacing to: (a) the left and (b) the right. The ring spins clockwise while displacing a distance Δx (in dashed blue line). The highlighted dashed red arc S represents the portion of the ring edge that contacts with the floor between the positions pictured in dashed and solid lines.

Rolamento com escorregamento

Posições vs tempo





Análise de resultados

Rolamento com escorregamento

velocidade vs tempo