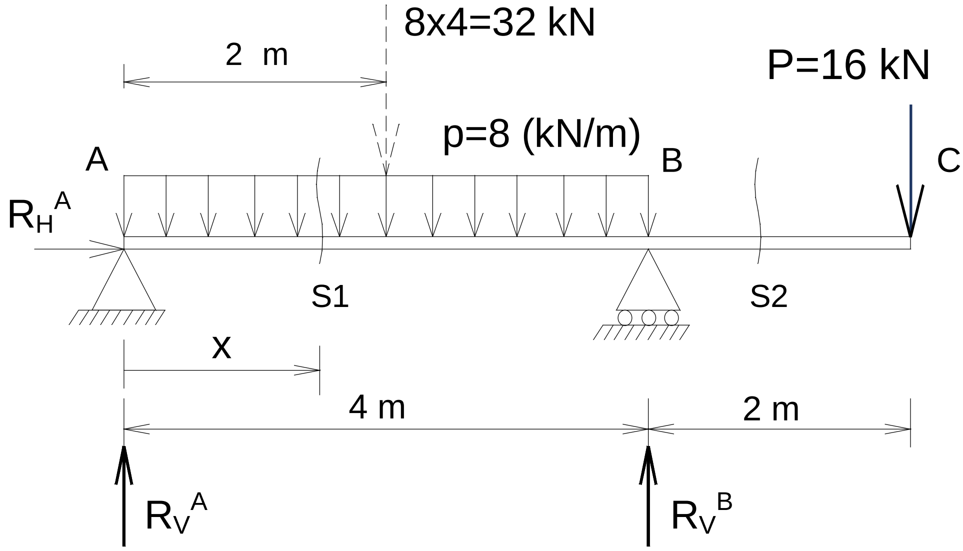
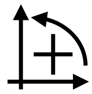
EXERCÍCIO proposto para revisão: Trace os diagramas de estado da viga simplesmente apoiada com balanço à direita, com os carregamentos indicados (conforme modelo matemático na figura, é estrutura plana).



1. **REAÇÕES NOS APOIOS**

No equilíbrio, adota-se a convenção de Grinter



a) Primeira equação para o equilíbrio (**Resultante é zero**)

$\sum F_H = \mathbf{0} = \boldsymbol{R_H^A}$

$\sum F_V = 0 = R_V^B - 32 + R_V^B - 16$

b) Segunda equação para o equilíbrio (**Momento em torno de qualquer eixo é zero**)

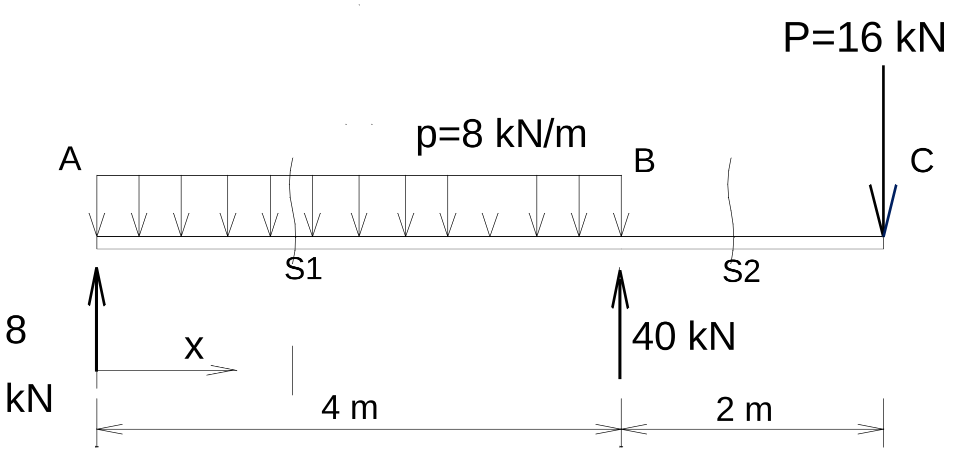
Em torno do eixo ortogonal ao plano da figura, em A:

$\sum M_{(A)} = 0 = -32 . 2 + R_V^B . 4 - 16 . 6 \Longrightarrow \boldsymbol{R_V^B = 40\ kN}$

Em torno do eixo ortogonal ao plano da figura, em B:

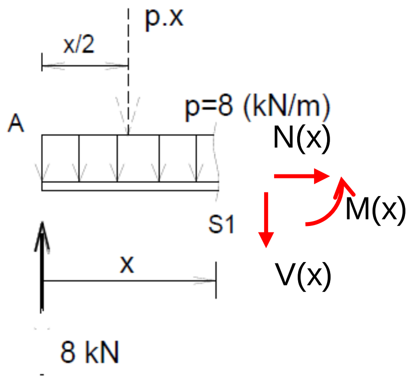
$\sum M_{(B)} = 0 = - R_V^A . 4 + 32 . 2 - 16 . 2 \Longrightarrow \boldsymbol{R_V^A = 8\ kN}$.

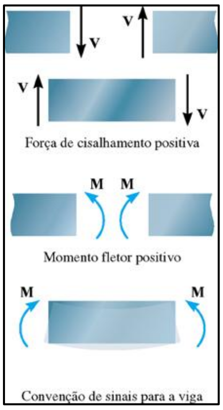
2. **DIAGRAMA DO CORPO LIVRE**



Para determinar os esforços solicitantes na viga ABC, há necessidade de se aplicar o Teorema Fundamental da Resistência dos Materiais (teorema do corte). Mas, onde aplicar o corte? Em seções em que os esforços se modificam, ou seja, antes e depois de os esforços externos (ativos e reativos) serem aplicados ou quando há uma mudança na direção do eixo da estrutura. Portanto, neste exercício, será feito um corte em S1, no trecho AB, onde há os esforços solicitantes devido à "passagem" da carga distribuída, das reações em A e B e da carga concentrada em C no sentido de C para A, pois as cargas "caminham" para os apoios. Outro corte será feito em S2, no trecho BC, onde a carga em C "caminha" para o apoio B. Com esses dois cortes, obtém-se os esforços solicitantes na viga.

3. SEÇÃO S1





Ao aplicar o corte, a estrutura fica dividida sempre em duas partes.

Para obter os esforços solicitantes em S1, apresentam-se três possibilidades:
1ªpossibilidade: Considerando a parte da esquerda, na seção transversal S1, há uma força normal N(x), ortogonal à S1, uma força cortante V(x) no plano de S1 e um momento fletor M(x), tracionando a fibra inferior da seção transversal S1, com x variando de zero (em A) até 4 metros (em B).
Lembrando da convenção de sinais para os esforços solicitantes no caso da viga horizontal **(força normal positiva é a de tração, força cortante positiva faz o corpo rígido girar no sentido horário, momento positivo traciona a fibra inferior do corpo rígido),** lançam-se esses esforços de acordo com a figura.
Para que o corpo esteja em equilíbrio, impõem-se:

- Primeira equação para o equilíbrio (**Resultante é zero**)

$\sum F_H = 0 = N(x)$

$\sum F_V = 0 = 8 - 8.x - V(x) \Longrightarrow \boldsymbol{V(x) = -8.x + 8}$

- Segunda equação para o equilíbrio (**Momento em torno de qualquer eixo é zero**)

Em torno do eixo ortogonal ao plano da figura, em S1:

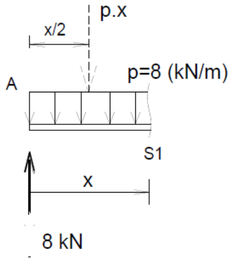
$\sum M_{(S1)} = 0 = -8.x + 8.x.\frac{x}{2} + M(x) \Longrightarrow \boldsymbol{M(x) = -4.x^2 + 8.x}$

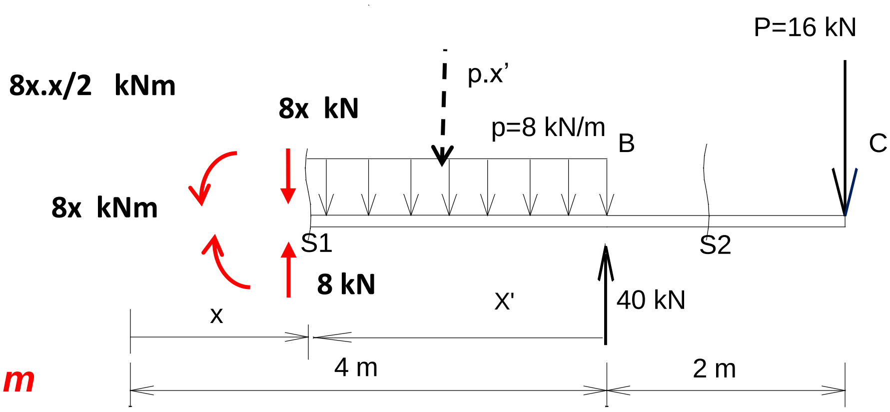
Para traçar os diagramas dos esforços solicitantes no trecho de A $(x = 0)$ até B $(x = 4)$ conclui-se que $V_A = -8.0 + 8 = 8$; $V_B = -8.4 + 8 = -24$; $M_A = -4.0^2 + 8.0 = 0; M_B = -4.4^2 + 8.4 = -32$
Como a função cortante é do 1º grau, o gráfico é uma reta e bastam dois pontos para o seu traçado. A função momento fletor é do 2º grau e, portanto,

para o esboço é importante ter 3 pontos. Assim, obtém-se também o momento fletor no ponto de abscissa 1. Não por acaso, mas porque é o ponto crítico, sabendo que
$\frac{dV}{dx} = -p$ e $\frac{dM}{dx} = V$. Essas relações entre a força cortante (V), momento fletor (M) e carga distribuída por comprimento (p) só valem nas condições deste exercício, ou seja, sentido de x para direita, sentido da carga distribuída para baixo. Desta forma, o momento fletor máximo ocorre no ponto em que a força cortante é zero.

$$M_{(x=1)} = -4.1^2 + 8.1 = 4$$

2ª possibilidade:

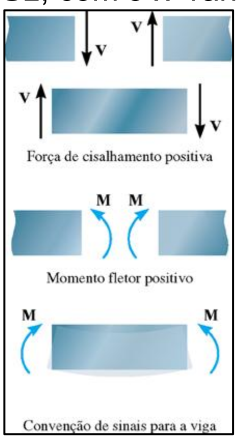


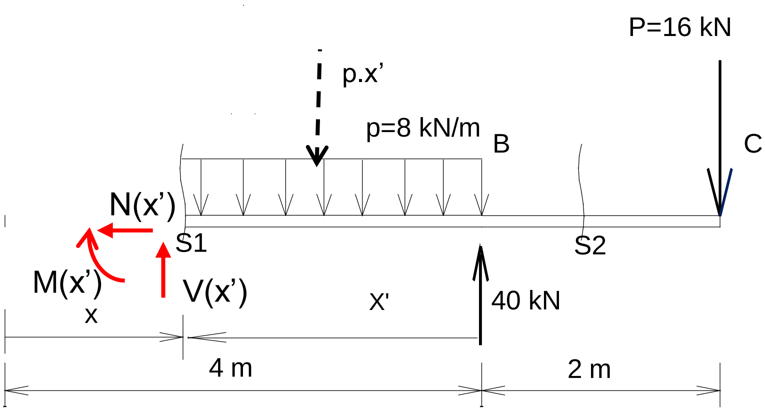


V(x)=(- 8x + 8) kN

M(x)=(- 4x² + 8x) kN.m

3ª possibilidade: Considerando a parte da direita, na seção transversal S1, há uma força normal N(x'), ortogonal à S1, uma força cortante V(x') no plano de S1 e um momento fletor M(x'), tracionando a fibra inferior da seção transversal S1, com o x' variando de zero (em B) até 4 metros (em A).





Lembrando da convenção de sinais para os esforços solicitantes no caso da viga horizontal **(força normal positiva é a de tração, força cortante positiva faz o corpo rígido girar no sentido horário, momento positivo traciona a fibra inferior do corpo rígido),** lançam-se esses esforços de acordo com a figura.
Para que o corpo esteja em equilíbrio, impõem-se:

- Primeira equação para o equilíbrio (**Resultante é zero**)

$\sum F_H = 0 = -N(x') \Longrightarrow N(x') = 0$

$\sum F_V = 0 = V(x') - 8.x' + 40 - 16 \Longrightarrow V(x') = 8.x' - 24$

- Segunda equação para o equilíbrio (**Momento em torno de qualquer eixo é zero**)

Em torno do eixo ortogonal ao plano da figura, em S1:

$\sum M_{(S1)} = 0 = -M(x') - 8.x'.\frac{x'}{2} + 40.x' - 16.(x' + 2) \Longrightarrow$

$\Longrightarrow M(x') = -4.x'^2 + 24.x' - 32$

Para traçar os diagramas dos esforços solicitantes no trecho de B $(x' = 0)$ até A $(x' = 4)$ conclui-se que $V_B = 8.0 - 24 = -24$; $V_A = 8.4 - 24 = 8$; $M_B = -4.0^2 + 24.0 - 32 = -32$; $M_A = -4.4^2 + 24.4 - 32 = 0$

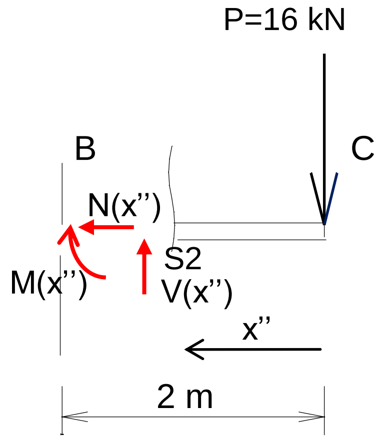
Como a função cortante é do 1^o grau, o gráfico é uma reta e bastam dois pontos para o seu traçado. A função momento fletor é do 2^o grau e, portanto, para o esboço é importante ter 3 pontos. Assim, obtém-se o momento fletor no ponto de abscissa 3, $M_{(x'=3)} = -4.3^2 + 24.3 - 32 = 4$

Observe que as funções de x e as funções de x' são diferentes, mas os valores das forças cortantes e dos momentos fletores são iguais.

4ª possibilidade: Pode-se traçar os diagramas sem determinar as funções. A ideia é fazer cortes em seções próximas aos apoios, às cargas concentradas, às mudanças de direções dos eixos das barras poligonais. Ao analisar o apoio A, observa-se que há uma força vertical (para cima) de 8 kN e nenhum momento fletor porque A é uma articulação fixa e, permitindo a rotação, o momento é zero. A força de 8 kN é a força cortante (positiva porque faz o corpo rígido girar no sentido horário) e o momento fletor em A é zero. Ao aplicar o Teorema Fundamental da Resistência dos Materiais (teorema do corte) numa seção muito próxima ao apoio B, no trecho AB, e descartando a parte da esquerda e considerando apenas a parte da direita, para que haja equilíbrio, todos os esforços atuantes na parte da esquerda descartada devem ser reduzidos (transferidos, mecanicamente equivalentes) para a seção transversal próxima de B. Assim, 8 kN aplicados em A equivalem a 8 kN (para cima) além de um momento de (8 kN).(4 m) = 32 kNm (tracionando a fibra inferior da seção) aplicados nessa seção. A resultante da carga distribuída aplicada no trecho AB é 32 kN que reduzida (transferida) para a seção próxima ao apoio B resulta em 32 kN (para baixo) e um momento de (32 kN).(2m)=64kNm tracionando a fibra superior da seção transversal próximo ao apoio B. Somando-se algebricamente tem-se uma força vertical (para baixo, girando o corpo rígido no sentido anti-horário) de 8 kN - 32 kN=-24 kN e um momento fletor de 32kNm – 64 kNm = - 32 kNm tracionando a fibra superior. Observe que os resultados obtidos nesta 3ª possibilidade são os mesmos na 1ª e 2ª possibilidades.

O traçado dos diagramas é possível com o conhecimento desses valores junto às cargas e aos apoios e a análise do grau dos polinômios (V(x), M(x)).

4. SEÇÃO S2



Para obter os esforços solicitantes em S2, pode-se isolar a parte da esquerda ou da direita e impor o equilíbrio da mesma forma como foi feito na seção S1. Apresentam-se duas possibilidades:

1ª possibilidade: Neste exercício, é mais inteligente, isolar a parte da direita. Assim, considerando a parte da direita, na seção transversal S2, há uma força normal N(x''), ortogonal à S2, uma força cortante V(x'') no plano de S2 e um momento fletor M(x''), tracionando a fibra inferior da seção transversal S2, com o x'' variando de zero (em C) até 2 metros (em B).

Lembrando da convenção de sinais para os esforços solicitantes no caso da viga horizontal **(força normal positiva é a de tração, força cortante positiva faz o corpo rígido girar no sentido horário, momento positivo traciona a fibra inferior do corpo rígido),** lançam-se esses esforços de acordo com a figura.

Para que o corpo esteja em equilíbrio, impõem-se:

- Primeira equação para o equilíbrio (**Resultante é zero**)

$\sum F_H = 0 = N(x'')$

$\sum F_V = 0 = V(x'') - 16 \Longrightarrow V(x'') = 16$

- Segunda equação para o equilíbrio (**Momento em torno de qualquer eixo é zero**)

Em torno do eixo ortogonal ao plano da figura, em S2:

$\sum M_{(S2)} = 0 = -16.x'' - M(x'') \Longrightarrow M(x'') = -16.x''$

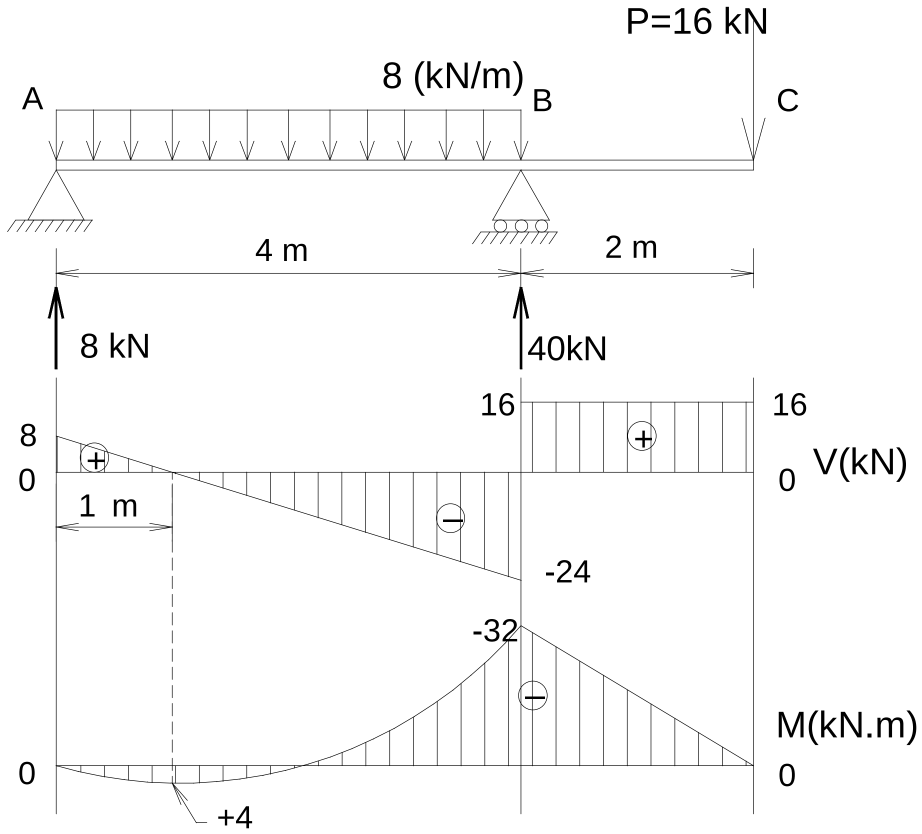
Para traçar os diagramas dos esforços solicitantes no trecho de C $(x'' = 0)$ até B $(x'' = 2)$ conclui-se que $V_C = 16$; $V_B = 16$; $M_C = 0$; $M_B = -16.2 = -32$

Como a função cortante é constante, a função momento fletor é do 1º grau e, portanto, para o esboço basta ter 2 pontos. O que confirma o controle que se pode fazer, sabendo que $\frac{dV}{dx} = -p$ e $\frac{dM}{dx} = V$. Mesmo que essas relações entre a força cortante (V), momento fletor (M) e carga distribuída por comprimento (p) só valham com o sentido de x para direita e sentido da carga distribuída para baixo, pode-se descobrir o formato das curvas a partir do grau do polinômio que caracteriza esses esforços solicitantes.

2ª possibilidade: Considerando a parte da direita, na seção transversal da extremidade livre tem-se a força vertical (para baixo) de 16 kN. Portanto em C, 16 kN é a força cortante que faz o corpo rígido girar no sentido horário sendo, portanto, positivo. Não há força normal nem momento fletor em C. Ao reduzir (transferir) a força vertical (para baixo) de 16 kN para a seção próxima ao apoio

B, no trecho CB, obtém-se a força cortante de 16 kN no plano da seção e um momento fletor de 16 kN. 2m = 32kNm, tracionando a fibra superior.

5. DIAGRAMAS DOS ESFORÇOS SOLICITANTES



Observe que:

1. No trecho AB, como a carga distribuída por comprimento é constante, a função força cortante é do 1º grau (reta) e a função momento fletor é do 2º grau (parábola). Assim, tendo os valores em A e B, pode-se traçar os diagramas. Como para traçar a parábola é necessário descobrir a concavidade, aplica-se a regra do barbante: como a carga distribuída neste exercício é para baixo, ao esticar um barbante do momento em A até o momento em B, esse barbante pela ação da carga distribuída fica com a concavidade para cima.
2. Para obter os esforços solicitantes e traçar os diagramas de estado pode-se optar por qualquer uma das possibilidades descritas.