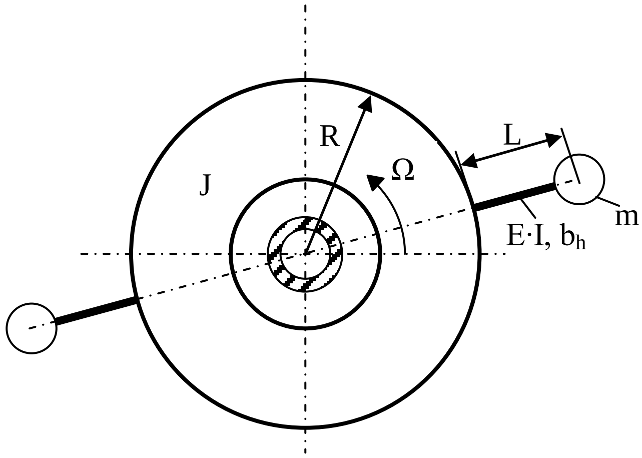
PME 3400 **3ª PROVA** **28/06/18**

Prof. Francisco E. B. Nigro Prof. Demetrio C. Zachariadis

$1^{\underline{a}}$ Com o modelo de parâmetros concentrados representado na figura, pretende-se estudar o comportamento dinâmico de uma roda de pás, que gira livremente em torno de seu eixo vertical. Cada massa ***m*** na extremidade de uma viga uniforme em balanço, de comprimento ***L*** e módulo de rigidez ***E·I***, representa uma palheta, que pode se deformar tangencialmente quando da passagem pelo jato de gases. Esta deformação implica também em dissipação de energia (tanto por histerese do material da palheta, como pelo micro-escorregamento em seu engastamento), que pode ser representada por um coeficiente de histerese b_h. O momento de inércia em relação ao eixo de rotação, do cubo de raio ***R*** da roda de pás sobre o qual são montadas as palhetas, é ***J***. Supondo-se que a roda de pás esteja girando com uma velocidade angular média ***Ω***, e desprezando-se os efeitos da aceleração centrípeta nas palhetas, pede-se:

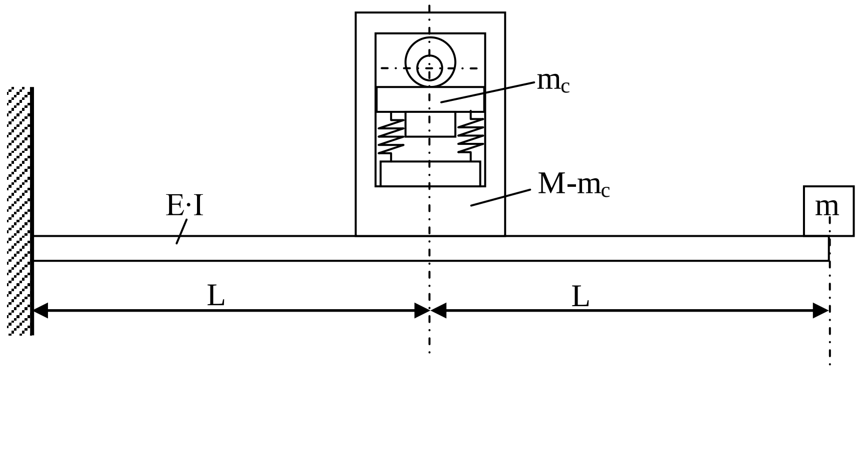
a) Escrever as equações diferenciais do movimento angular da roda e das deformações tangenciais nas extremidades das palhetas.
b) Sendo dado $J = 10 \cdot m \cdot (R + L)^2$, determinar as frequências e modos fundamentais de vibrar do sistema não amortecido.
c) Sendo $b_h = 0{,}1$, estimar os fatores de amortecimento modais do sistema.



2ª Questão:

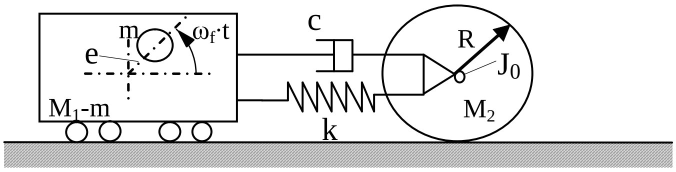
A viga em balanço representada na figura, de seção uniforme com módulo de rigidez ***E·I*** e comprimento total ***2·L***, sustenta uma máquina alternativa, cujo cabeçote de massa m_c tem um movimento harmônico vertical com deslocamento pico a pico ***2·e*** em relação à base $y(t) = e \cdot sen(\omega_f \cdot t)$. O modelo da figura supõe a massa vibratória da viga concentrada em duas seções, a saber: no ponto de instalação da máquina e na extremidade. Dessa maneira, a massa na extremidade vale ***m*** e a massa total no ponto de instalação da máquina, incluindo a massa da máquina completa, vale ***M***. Sabe-se que a flecha de uma viga engastada de seção uniforme submetida a uma força normal ***P*** aplicada a uma distância ***z*** do engastamento é: $\delta(x) = \frac{P}{E \cdot I} \cdot \left[z \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right]$, onde $x \le z$ é a posição longitudinal da seção, medida a partir do engastamento. Para o modelo dinâmico em questão, pede-se:

a) Escrever as equações diferenciais dos movimentos verticais das duas seções da viga com massa concentrada.
b) Sendo dado $M = 15 \cdot m$, determinar as freqüências e modos fundamentais de vibrar do sistema não amortecido.
c) Sendo $\omega_f^2 = 0{,}3 \cdot \frac{E \cdot I}{m \cdot L^3}$, estimar a massa a ser adicionada à extremidade livre da viga para anular a vibração vertical da base da máquina.

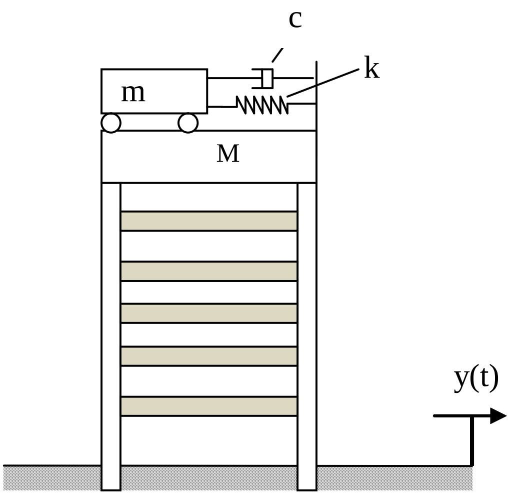


$3^{\underline{a}}$ Questão (3,5 pontos)- A figura representa esquematicamente um veículo sobre rodas, de massa total $\mathbf{M_1}$, que é utilizado para compactar pavimentos pelo uso de uma massa **m** que gira com uma excentricidade **e** em relação a um eixo fixado no veículo com velocidade angular constante $\boldsymbol{\omega_f}$. Sabe-se que a componente vertical da força de inércia rotativa da massa **m** é menor que o efeito do peso do veículo, de modo que suas rodas sempre se mantêm em contacto com o solo. O veículo da massa $\mathbf{M_1}$ reboca um rolo compressor de massa $\mathbf{M_2}$, raio **R** e momento de inércia $\mathbf{J_0}$ em relação a seu eixo, por meio de um acoplamento de rigidez **k** e constante de amortecimento **c**. Pede-se:

a) As equações diferenciais dos movimentos horizontais dos dois veículos, admitindo-se que o pavimento horizontal está suficientemente compactado para que a resistência ao rolamento das rodas seja desprezível e o sistema de propulsão do veículo esteja desacoplado.
b) Determinar as freqüências naturais e os modos fundamentais de vibrar do sistema não amortecido
c) Admitindo-se que ω_f pode assumir diferentes valores, calcular a força dinâmica de tração no acoplamento em função de ω_f e seu valor máximo. Para este quesito, são dados: $\mathbf{M_2=M_1/7}$; $\mathbf{J_0=(3/4)\cdot M_2\cdot R^2}$; e $\mathbf{c=0{,}1\cdot(5\cdot k\cdot M_2)^{0{,}5}}$



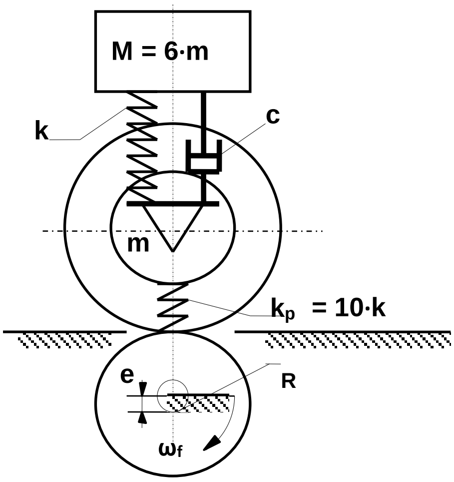
$4^{\underline{a}}$ Questão (3,5 pontos)- Um edifício esbelto com 35 andares (não representados), construído com estrutura metálica, pode sofrer vibrações laterais significativas provocadas por vento, ou eventuais tremores de terra de oscilação horizontal. Particularmente preocupante é o primeiro modo fundamental de vibração lateral do edifício, no qual o último pavimento pode atingir grande amplitude de vibração horizontal. Sabe-se que a freqüência angular de oscilação desse modo é $\boldsymbol{\omega}$, que a massa equivalente do edifício para esse modo, suposta concentrada no último pavimento, é **M** e que o coeficiente de histerese do edifício é $\mathbf{b_h=0{,}1}$. Para absorver eventuais vibrações nesse modo mais crítico, foi construído um dispositivo formado por uma massa **m** que pode se deslocar horizontalmente no topo do edifício, contra um sistema de molas de rigidez equivalente **k** e amortecedores de constante de amortecimento equivalente **c**.



Supondo-se que o edifício está sendo submetido a um tremor de terra que provoca um deslocamento horizontal de suas fundações dado por uma função **y(t)** conhecida, pede-se:

a) As equações diferenciais dos movimentos horizontais do último pavimento do edifício e da massa absorvedora.
b) Supondo conhecidos os valores de $\boldsymbol{\omega}$ e **M** e sabendo que **m=M/20**, calcular o valor de **k** para tornar o absorvedor efetivo na freqüência natural do edifício original.
c) Para o valor de **k** definido no item anterior, calcular as novas freqüências naturais do sistema não amortecido e os correspondentes modos fundamentais de vibração.

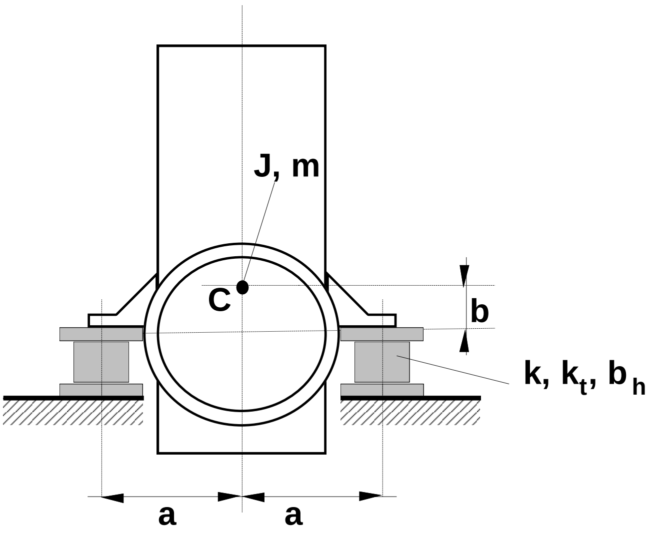
5ª Questão: Um dos processos automáticos para inspecionar a suspensão de um veículo consiste em medir a variação da força de contato entre o pneu e um rolo excêntrico que gira a uma velocidade angular ω_f, enquanto o veículo é mantido parado. Sabendo-se que a suspensão correspondente a cada roda do veículo pode ser representada pelo sistema esquematizado na figura, onde a massa da suspensão (incluindo a roda) é **m**, a rigidez da mola da suspensão é **k**, o coeficiente do amortecedor é **c**, a rigidez de contato do pneu com o rolo é $k_p = 10 \cdot k$, a excentricidade do rolo é **e**, e a massa suspensa do veículo correspondente à roda em questão é $M = 6 \cdot m$. Pede-se:

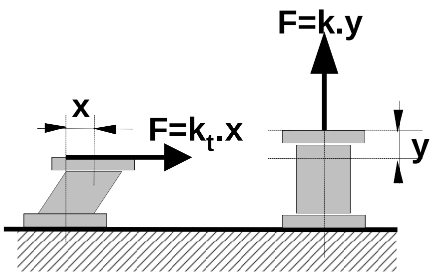


a) Escrever as equações diferenciais dos movimentos verticais do cubo da roda e da massa suspensa **M**, supondo-se que o rolo está girando com velocidade angular ω_f
b) Admitindo-se que o veículo está sem amortecedor, calcular as freqüências naturais do sistema;
c) Sabendo-se que o teste é realizado com velocidades angulares decrescentes, equacionar o valor mínimo de ω_f que provoca o descolamento instantâneo entre a roda e o rolo quando $c = 0$;

6ª **Questão** – A suspensão do motor de combustão interna representado na figura é feita por dois coxins de borracha de coeficiente de histerese $b_h = 0,1$ segundo a geometria apresentada. Sabendo-se que a massa do motor é **m**, que seu momento de inércia em torno do eixo horizontal pelo centro de massa **C** é **J**, e que cada um dos dois coxins tem rigidez longitudinal **k** e rigidez transversal k_t, pede-se:

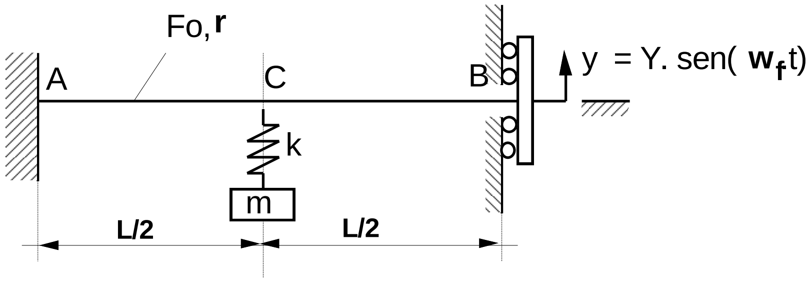
a) As equações diferenciais dos movimentos vertical e horizontal do centro de massa, e do movimento de inclinação do motor.
b) Sendo $J = 2.m.a^2$, $b = a$ e $k_t = k/2$, calcular as frequências naturais e os modos de vibrar do sistema não amortecido, e os fatores de amortecimento modal para o sistema amortecido.





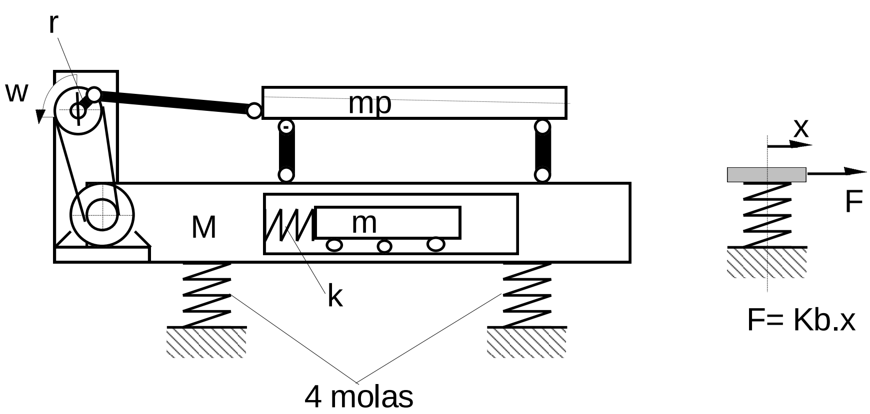
7ª **Questão** – A corda **AB** representada na figura, que tem comprimento **L**, massa por unidade de comprimento ρ, e está submetida a uma força de tração F_0, é excitada por um movimento vertical harmônico do ponto **B**, dado por $y_B = Y. \mathrm{sen}(\omega_f.t)$, onde ω_f é uma freqüência angular variável. Pede-se:

a) As freqüências naturais e modos de vibração transversal da corda..
b) A resposta forçada da corda em função de ω_f para o ponto **C** no centro do vão.
c) Sendo $\omega_f = (3/2).(\pi/L).(F_0/\rho)^{1/2}$, determinar qual a rigidez **k** de um absorvedor de vibração de massa **m** a ser fixado no ponto central da corda, de modo a anular a vibração vertical desse ponto.



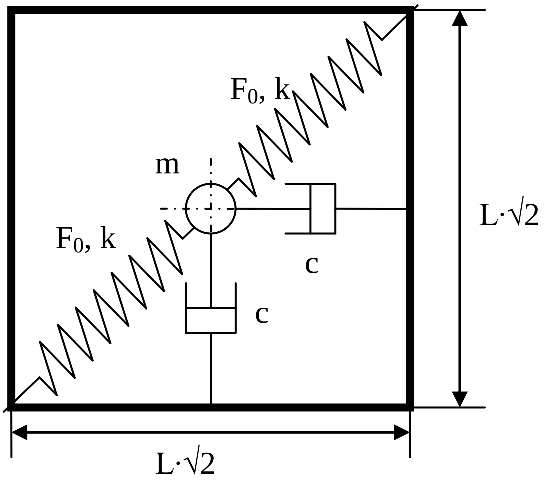
$8^{\underline{a}}$ **Questão** – A peneira vibratória representada esquematicamente na figura tem movimento essencialmente na direção horizontal, provocado por um sistema biela-manivela que gira a **30 rad/s.** Sabendo-se que o raio da manivela é **r= 20 mm,** que o comprimento da biela é muito maior que **r**, que a massa da peneira com carga é **mp= 1500 kg**, que a massa da estrutura da peneira é **M=7500 kg**, que a massa do absorvedor dinâmico é **m= 300 kg**, e que a rigidez lateral de cada uma das quatro molas de apoio é **Kb= 80 N/mm**, pede-se:

d) Escrever as equações diferenciais dos movimentos horizontais da base da peneira e do absorvedor dinâmico;
e) Calcular o esforço transmitido ao solo, para uma situação em que o absorvedor está bloqueado na estrutura da peneira.
f) Calcular a rigidez **k** do absorvedor dinâmico que minimiza o esforço transmitido ao solo;
g) Determinar o deslocamento do absorvedor dinâmico, de modo a permitir o projeto de seu alojamento.



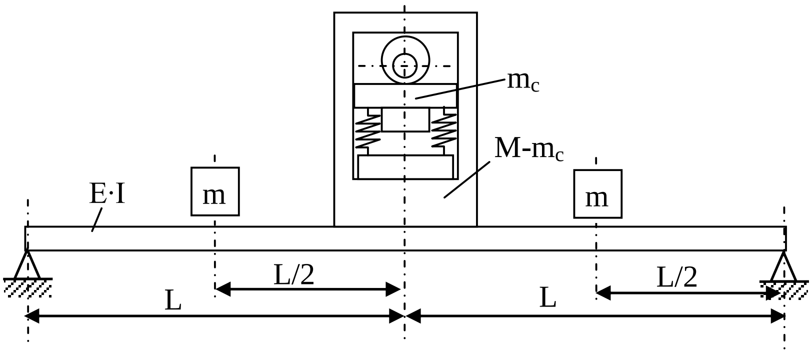
$3^{\underline{a}}$ **Questão** –A suspensão representada, que deve proteger o equipamento de massa **m** de vibrações, é formada de duas molas de rigidez **k** pré-tensionadas com uma força $\mathbf{F_0}$ e dois amortecedores de constante elástica **c**, dispostos conforme a figura. Supondo-se que a caixa quadrada da embalagem esteja fixa, que a amplitude do movimento de **m** é muito menor que **L** e que **m·g** << $\mathbf{F_0}$, pede-se:

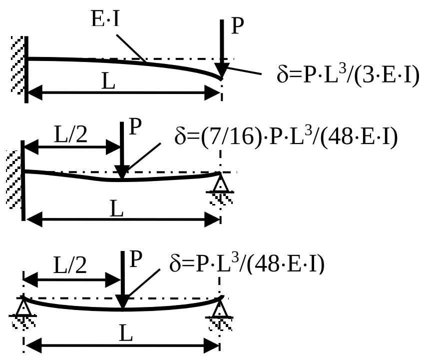
a) Determinar as equações diferenciais do movimento da massa **m** em relação à embalagem.
b) Sendo dados $\mathbf{F_0= k\cdot L/2}$ e $\mathbf{c=\sqrt{(k\cdot m)}}$, calcular as freqüências fundamentais de vibração da massa **m**, os correspondentes modos de vibrar e os fatores de amortecimento modais.
c) Para as mesmas relações entre parâmetros fornecidas no quesito anterior e supondo-se que a massa seja inicialmente deslocada $\mathbf{Y_0}$ verticalmente para cima e liberada para vibrar, determinar a equação do movimento vertical da massa **m** em função do tempo.



$9^{\underline{a}}$ **Questão** – A viga bi-apoiada representada na figura, de seção uniforme com módulo de rigidez ***E·I***, coeficiente de dissipação por histerese ***b*** e comprimento total ***2·L***, sustenta, no centro do vão, uma máquina alternativa cujo cabeçote de massa ***m*$_c$** tem um movimento harmônico vertical em relação à base dado por: $y(t) = e \cdot sen(\omega_f \cdot t)$. A massa vibratória da viga é desprezível quando comparada à massa total da máquina ***M***. Sendo dadas as deformações de vigas de módulo de rigidez uniforme ***E·I*** e comprimento ***L*** (para os casos engastada, engastada-apoiada, ou bi-apoiada),submetidas a uma carga ***P***, conforme figura, pede-se:

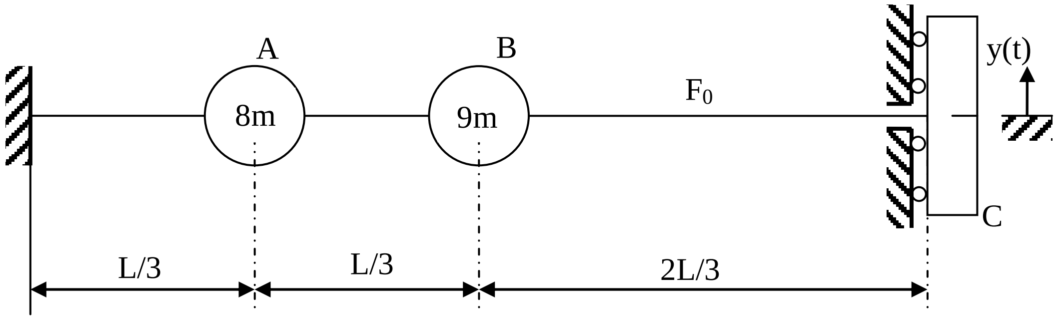
d) Escrever a equação diferencial do movimento vertical da base da máquina de massa ***M***.
e) Determinar a freqüência natural de oscilação do sistema.
f) Determinar a amplitude do movimento em regime permanente em função da freqüência de excitação ω_f, e representar esquematicamente a curva de resposta para ***b=0,1***..
g) Supondo-se a frequência de operação da máquina constante, $\omega_f^2 = \dfrac{11}{2} \cdot \dfrac{E \cdot I}{M \cdot L^3}$**,** e o coeficiente de dissipação por histerese nulo, determinar o valor das duas massas m, a serem adicionadas à viga a uma distância ***L/2*** dos apoios, que anula o movimento vertical da base da máquina.





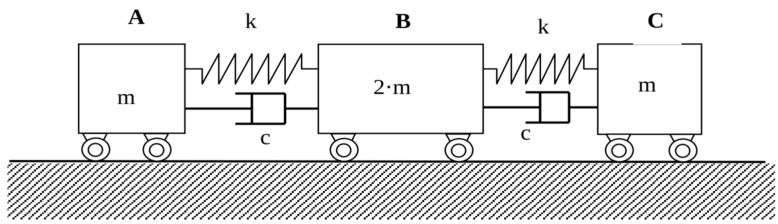
3ª Questão: O sistema representado na figura, formado por duas massas **A** e **B**, com valores **8·m** e **9·m** respectivamente, presas em um fio pré-tensionado com uma força **Fo**, está inicialmente em repouso, com a sapata **C** mantida na posição **y(t)=0**. No instante **t=0** a sapata é deslocada instantaneamente para uma posição **Y_0 << L** e mantida nessa posição. Pede-se:

a) Determinar as equações diferenciais dos movimentos verticais das massas **A** e **B**.
b) Calcular as freqüências fundamentais e os correspondentes modos de vibrar do sistema.
c) Determinar as vibrações verticais das massas **A** e **B** em função do tempo.
d) Supondo que no instante $\boldsymbol{t = 4 \cdot \pi \cdot \sqrt{m \cdot L / F_0}}$ a sapata **C** retorne instantaneamente para a posição inicial e aí permaneça, calcular a evolução da vibração vertical das massas **A** e **B**.



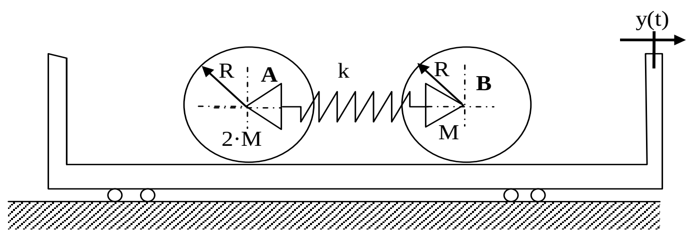
$1^{\underline{a}}$ Questão (3,5 pontos)- O sistema representa um "modelo diferente de treminhão" trafegando em uma pista reta e horizontal. Sabendo-se que a massa do módulo central, **2·m**, é o dobro da dos outros módulos, que os engates tem mesma rigidez **k** e coeficiente de amortecimento **c**, e ignorando-se as resistências aerodinâmica e de rolamento, pede-se:

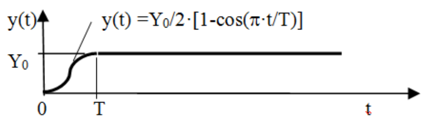
a) Escrever as equações diferenciais dos movimentos horizontais de cada módulo do "treminhão";
b) Calcular as frequências naturais do sistema não amortecido;
c) Sendo **c=(k·m)**^{½}determinar os modos de vibrar e os fatores modais de amortecimento;
d) Determinar as expressões gerais que permitam calcular a evolução no tempo das posições horizontais dos três módulos do "treminhão".



$2^{\underline{a}}$ Questão (3,0 pontos)- O sistema apresentado na figura é formado de dois cilindros homogêneos de raio **R**, centros **A** e **B**, e massas **2M** e **M** respectivamente, que rolam sem escorregar, com resistência ao rolamento desprezível, sobre uma estrutura que pode ser deslocada y(t) horizontalmente. Os centros dos cilindros estão ligados entre si por uma mola de rigidez k, conforme indicado na figura. Pede-se:

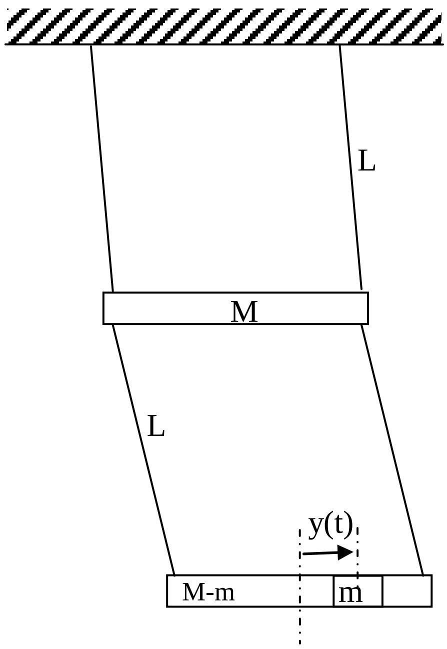
d) Deduzir as equações diferenciais dos movimentos horizontais dos centros **A** e **B** dos cilindros em relação à estrutura.
e) Determinar as frequências naturais e os modos fundamentais de vibrar do sistema.
f) Se um deslocamento y(t), conforme indicado na figura, for aplicado à estrutura a partir do sistema em repouso (onde T é um parâmetro que se deseja alterar para estudar a resposta do sistema), definir novas variáveis no tempo, combinação linear das variáveis do item a), de modo a desacoplar as equações diferenciais e explicar como você calcularia a fresposta do sistema à excitação dada.





$3^{\underline{a}}$ Questão (3,5 pontos)- O pêndulo duplo representado na figura, construído de modo a que as massas não sofram qualquer rotação, possui em sua plataforma inferior um atuador eletromagnético cujo núcleo de massa **m** pode ter sua posição horizontal **y(t)** controlada conforme desejado. Sabendo-se que os fios inextensíveis têm comprimento **L** e que a massa total de cada plataforma é **M**, pede-se:

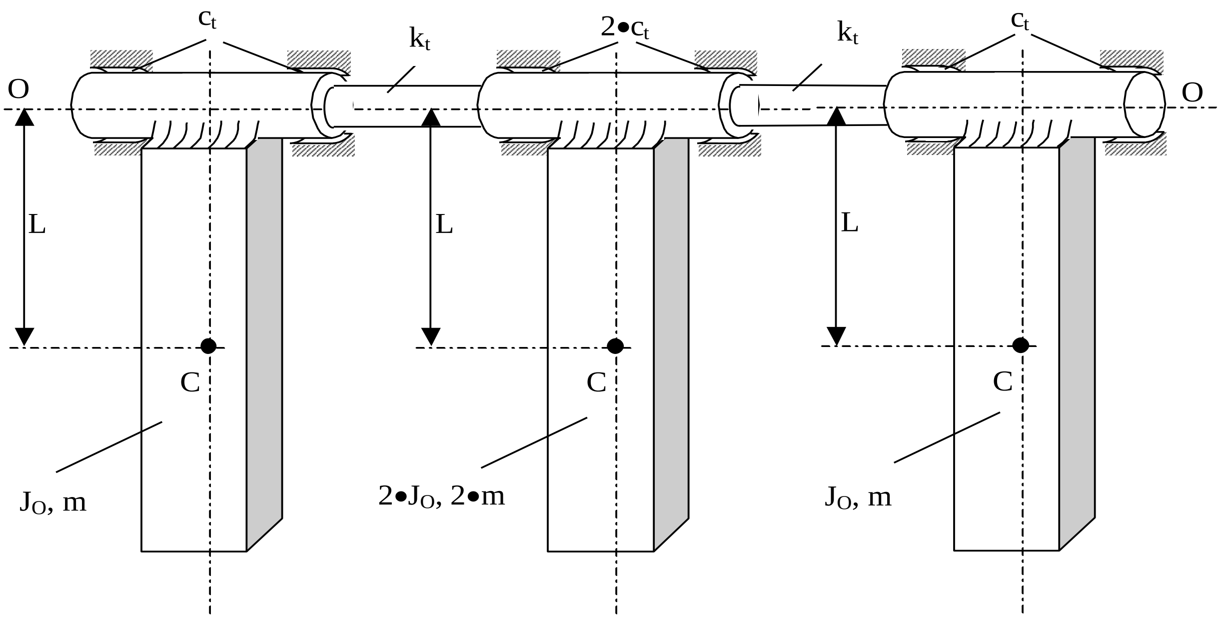
d) As equações diferenciais do movimento do sistema no plano da figura, admitindo-se pequenas amplitudes.
e) As frequências naturais e os modos de vibrar do sistema, admitindo-se **y=0**.
f) Sendo dado **y(t)=Y·sen(**ω_f**·t)**, calcular a resposta em regime permanente do sistema.
g) Estando o sistema excitado harmonicamente com frequência ω_f conforme o item anterior, se você tivesse que projetar um absorvedor dinâmico de vibrações para neutralizar o efeito



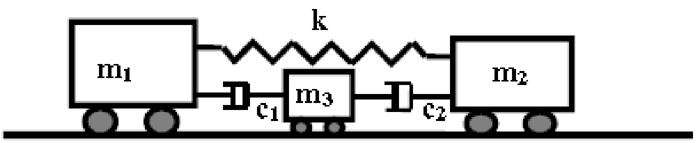
da excitação no sistema, como você o faria? Se a massa do absorvedor fosse $\mathbf{m_{abs}}$, qual deveria ser sua rigidez?

3ª Questão: O sistema representado é constituído de três pêndulos físicos com as propriedades de inércia e constantes de amortecimento torcional dadas na figura, cujos eixos foram interligados por barras de torção de rigidez $\mathbf{k_t}$ conhecida. Pede-se:

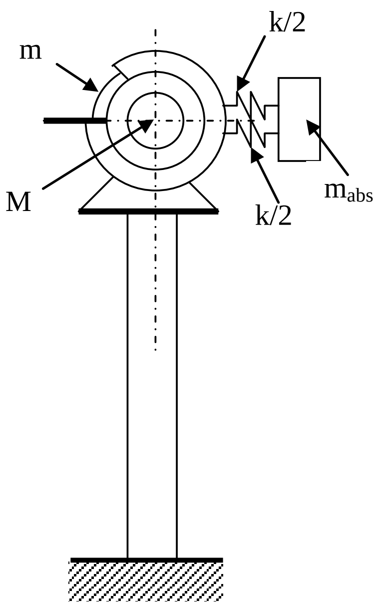
a) Escrever as equações diferenciais dos movimentos angulares dos pêndulos, para pequenas amplitudes de oscilação.
b) Determinar as freqüências e modos fundamentais de vibrar do sistema não amortecido, para $\mathbf{k_t=2\cdot m\cdot g\cdot L}$
c) Determinar os fatores de amortecimento para cada modo fundamental de vibração.



$1^{\underline{a}}$ **Questão** (3,0 pontos) A figura mostra 3 blocos interconectados de massas ***m_1***, ***m_2*** e ***m_3*** que se deslocam sem atrito sobre o plano horizontal. Pede-se:



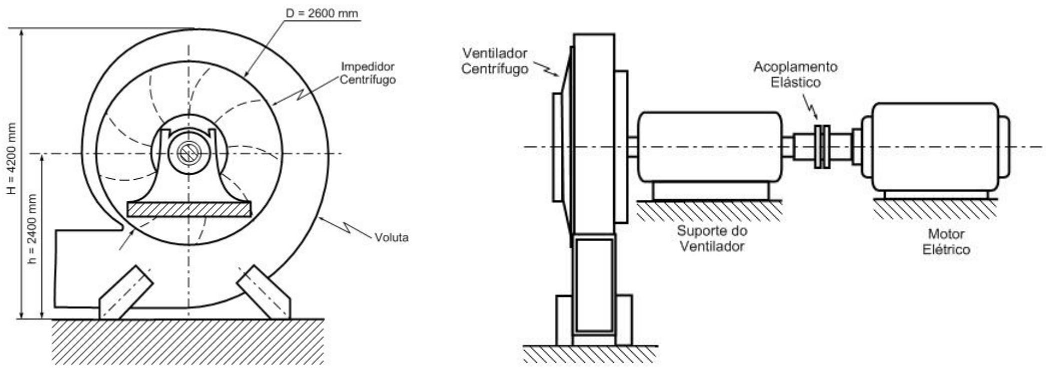
a) As equações diferenciais dos movimentos absolutos das massas em forma matricial;
b) Considerando ***m_1=m_2=M, m_3=m*** e ***c_1=c_2=0***, determine as frequências e modos naturais do sistema;
c) Considerando ***m_1=m_2=M, m_3=m, c_1=c_2=c,*** e dadas as condições iniciais, medidas em relação às posições de equilíbrio estático dos blocos,
$x_1(0) = -X,\ x_2(0) = X,\ x_3(0) = 0$ *e* $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = \dot{x}_3(0) = 0$
, obtenha as expressões de $x_1(t)$ e de $x_2(t)$ e esboce os respectivos gráficos.



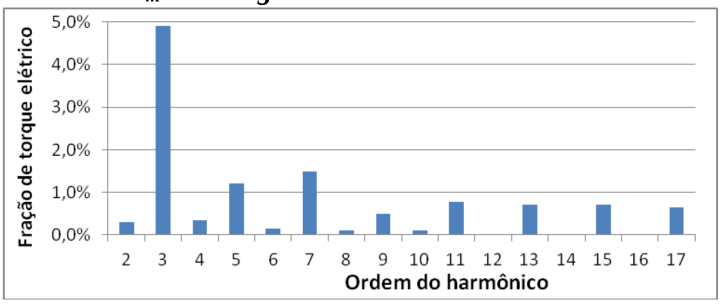
$2^{\underline{a}}$ **Questão** (3,5 pontos) Um esmeril de massa total ***M*** acionado diretamente por um motor elétrico de indução com rotor de massa total ***m***, gira a ***1760 rpm*** e é suportado por um pedestal de massa e amortecimento desprezíveis. Devido ao desbalanceamento estático do rotor, que se encontra no limite da classe de balanceamento ***ISO G100***, o corpo do esmeril tem uma velocidade de vibração horizontal de ***50 mm/s*** (valor de pico), e sabe-se que a frequência natural da vibração horizontal do esmeril é menor que a frequência de rotação. Deseja-se dimensionar um absorvedor dinâmico de vibrações formado por uma massa m_{abs} suportada por duas molas de rigidez ***k/2***, como indicado na figura. Pede-se:

a) As equações diferenciais dos movimentos horizontais do corpo do esmeril e da massa m_{abs};
b) Sendo dados ***M=20 kg*** e ***m=5 kg***, e lembrando que o rotor está desbalanceado no limite da classe ISO G100, calcular a frequência natural de vibração horizontal do corpo do esmeril sem o absorvedor incorporado e determinar a rigidez equivalente do pedestal;
c) Sendo desejável que a amplitude do deslocamento da massa do absorvedor em relação ao corpo do esmeril seja inferior a ***1 mm***, calcular os valores de ***k*** e m_{abs}.
d) Sabendo-se que a rotação do esmeril pode variar entre ***1740*** e ***1780*** rpm conforme a carga, devido ao escorregamento no motor elétrico, e havendo sido o absorvedor projetado para ***1760 rpm***, estimar a máxima amplitude de vibração horizontal do corpo do esmeril.

3ª **Questão** (3,5 pontos) O ventilador mostrado na figura é composto de um impelidor centrífugo de ***2.600 mm*** de diâmetro e um motor elétrico assíncrono de ***1.700 kW***. Deseja-se selecionar um acoplamento elástico para conectar o eixo do motor ao eixo do ventilador, de maneira a isolar as vibrações provenientes do motor.



Para poder ajustar a vazão do ventilador à demanda do processo, o motor elétrico é acionado por um conversor de frequências, que permite variar a velocidade de rotação entre ***700*** e ***900 rpm***. O conversor de frequência é um dispositivo eletrônico de potência que, para cada fase da alimentação, gera uma tensão alternada com frequência ajustável através de uma série de pulsos, provocando corrente elétrica que se aproxima de uma função harmônica. Entretanto, devido ao processo de geração do sinal de tensão, a corrente apresenta distorção harmônica, contendo além da frequência fundamental, o 3º, 5º, 7º, etc. harmônicos com amplitudes não desprezíveis que podem excitar vibrações torcionais no sistema. O torque elétrico do motor apresenta os diversos componentes harmônicos apresentados na figura, onde as amplitudes são relativas ao torque médio efetivo do motor.
São dados os seguintes parâmetros do conjunto:
Momento de inércia polar do impelidor: $I_v = 2200\ kg.m^2$
Momento de inércia polar do rotor do motor: $I_m = 250\ kg.m^2$



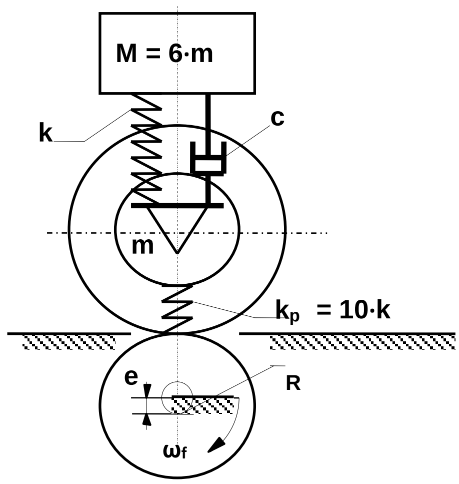
Deseja-se selecionar um acoplamento elástico com coeficiente de histerese b_h=***0,2*** e rigidez torcional κ_a a ser determinada de maneira a que o torque aplicado no impelidor não apresente componentes oscilatórios superiores a ***0,2%*** do torque médio.

Pede-se:

a) Propor um modelo simplificado para a dinâmica torcional do conjunto;
b) Escrever as equações diferenciais das vibrações torcionais do impelidor e do motor;

c) Determinar o valor máximo da rigidez torcional do acoplamento κ_a de modo a limitar a flutuação do torque aplicado no impelidor pelo motor em ***0,2%*** do torque médio;
d) Estimar a amplitude de vibração torcional do impelidor para a excitação apresentada no gráfico para o harmônico de ordem 3.

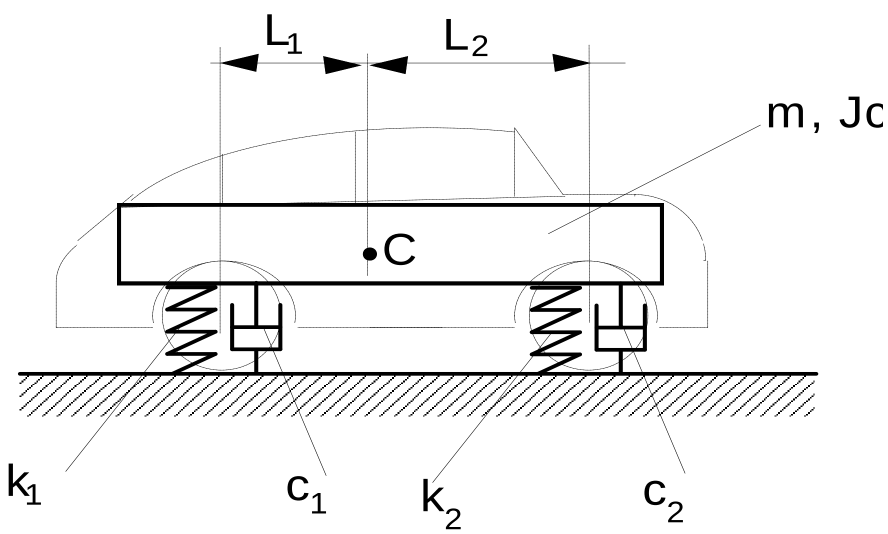
2ª Questão: Um dos processos automáticos para inspecionar a suspensão de um veículo consiste em medir a variação da força de contato entre o pneu e um rolo excêntrico que gira a uma velocidade angular $\boldsymbol{\omega_f}$, enquanto o veículo é mantido parado. Sabe-se que a suspensão correspondente a cada roda do veículo pode ser representada pelo sistema esquematizado na figura, onde: a massa da suspensão (incluindo a roda) é **m**; a rigidez da mola da suspensão é **k**; o coeficiente do amortecedor é **c**; a rigidez de contato do pneu com o rolo é $\mathbf{k_p= 10\cdot k}$; a excentricidade do rolo é **e**; e a massa suspensa do veículo correspondente à roda em questão é **M= 6·m**. Pede-se:



d) Escrever as equações diferenciais dos movimentos verticais do cubo da roda e da massa suspensa **M**, supondo-se que o rolo está girando com velocidade angular $\boldsymbol{\omega_f}$
e) Admitindo-se que o veículo está sem amortecedor, calcular as frequências naturais do sistema;
f) Sabendo-se que o teste é realizado com velocidades angulares decrescentes, equacionar o valor mínimo de $\boldsymbol{\omega_f}$ que provoca o descolamento instantâneo entre a roda e o rolo quando **c= 0**;

3ª Questão: O modelo de suspensão de um automóvel, representado na figura, possui as características de inércia de chassi e de rigidez e amortecimento da suspensão indicadas. Pede-se:
e) As equações diferenciais dos movimentos vertical e de inclinação longitudinal do chassi;

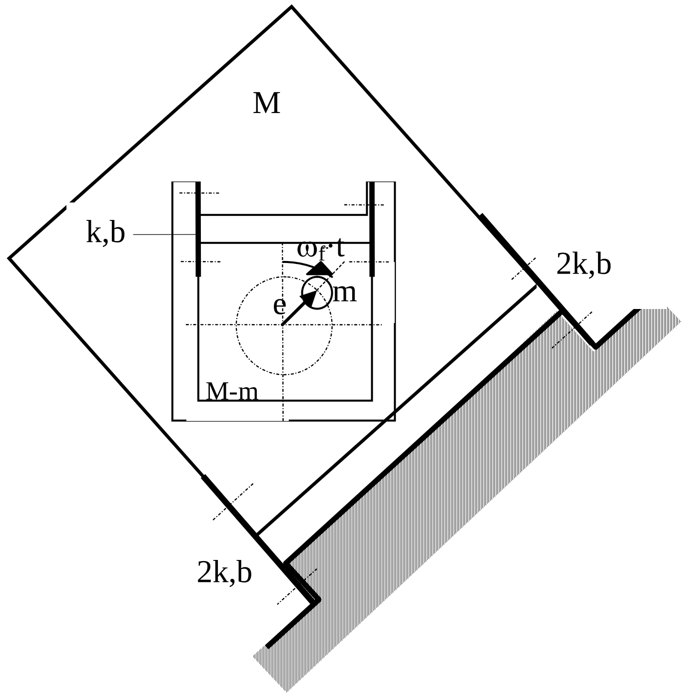
Sendo dados: **m= 1000kg**; $\mathbf{L_1= 1{,}1m}$; $\mathbf{L_2= 1{,}4m}$; $\mathbf{k_1= 35000N/m}$; $\mathbf{k_2= 30000N/m}$; $\mathbf{c_1= 7000N.s/m}$; $\mathbf{c_2= 6000N.s/m}$; $\mathbf{J_c= 1000kg.m^2}$, pede-se:
f) As frequências naturais e os modos de vibrar do sistema não amortecido;
g) Os fatores de amortecimento modais.



3ª Questão (3,5 pontos)- O cabeçote especial mostrado na figura, resiste à movimentos de inclinação, mas pode transladar em um plano horizontal. Cada uma das duas molas de lâmina que suportam a parte interna do cabeçote tem rigidez lateral **k** e coeficiente de histerese **b**. Já cada uma das molas de lâmina que suportam o quadro externo de massa **M** do cabeçote tem rigidez **2k** e seu material tem coeficiente de histerese **b**. A direção do movimento possível da parte interna do cabeçote em relação à externa está a **45º** da direção possível do movimento do quadro externo. O interno do cabeçote, que possui massa total **M**, contém um motor elétrico cujo rotor de massa **m** gira com velocidade angular constante $\boldsymbol{\omega_f}$. Esse rotor está desbalanceado estaticamente, sendo **e** a excentricidade de seu centro de massa.

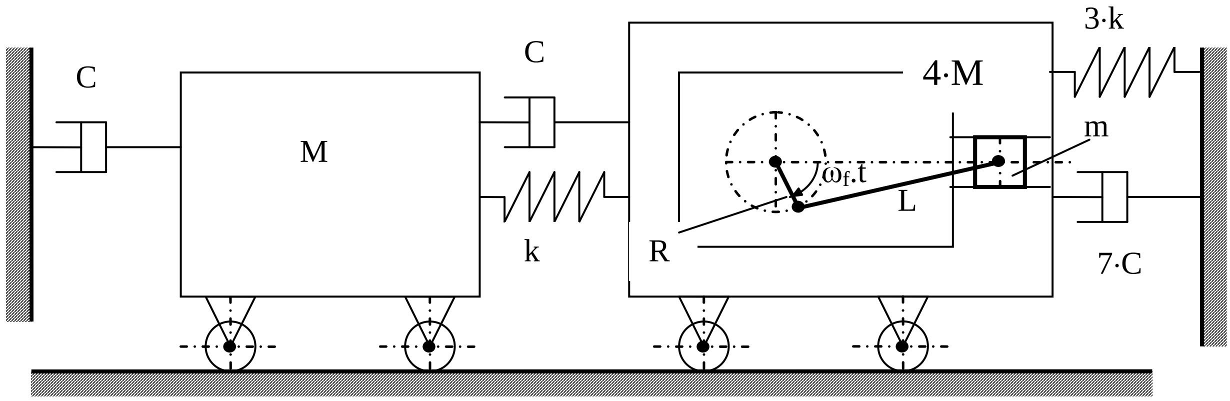
Pede-se:

a) As equações diferenciais do movimento da parte interna do cabeçote no plano da figura.
b) As frequências naturais e os modos de vibrar da parte interna do cabeçote, desconsiderando qualquer amortecimento.
c) Se você tivesse que projetar um absorvedor dinâmico de vibrações para o cabeçote, de modo a neutralizar o efeito do desbalanceamento rotativo, como você o faria? Se a massa do absorvedor fosse $\mathbf{m_{abs}}$, qual deveria ser sua rigidez?



1ª **Questão** – O sistema representado na figura é formado por dois carros de massas **4·M** e **M**, que se apóiam através de rodas de borracha de pequenas dimensões em uma superfície horizontal. Os carros são interligados por molas e amortecedores, cujos valores de rigidez e constante de amortecimento são apresentados na figura, e ficam submetidos ao efeito de um sistema biela/manivela acionado eletricamente com velocidade angular $\boldsymbol{\omega_f}$, que movimenta um pistão de massa **m**. São dados: raio da manivela- **R**; comprimento da biela- **L**. Pede-se:

a) As equações diferenciais dos movimentos horizontais dos dois carros, supondo conhecido o movimento do pistão de massa **m** em relação à carcaça do carro (massa **4·M-m**).
b) Calcular as freqüências naturais do sistema não amortecido e os correspondentes modos fundamentais de vibrar.
c) Considerando o sistema amortecido, e sabendo-se que $\mathbf{C=0{,}2\ (k\cdot M)^{1/2}}$, estimar os fatores



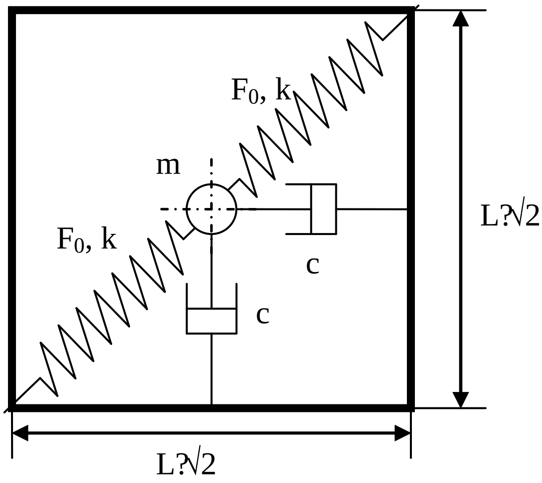
de amortecimento equivalentes para cada um dos modos fundamentais.
d) Sendo **L=4·R**, determinar os dois primeiros componentes harmônicos do movimento do pistão em relação à carcaça do carro, quando a manivela gira com velocidade angular $\boldsymbol{\omega_f}$.
e) Determinar o movimento de oscilação horizontal do carro de massa **4·M**, quando o sistema biela/manivela está girando com uma velocidade angular $\boldsymbol{\omega_f}$ constante qualquer, sendo considerados os dois primeiros componentes harmônicos do item anterior.
f) Para quais valores de $\boldsymbol{\omega_f}$ o carro de massa **M** se comporta como absorvedor de vibrações do carro de massa **4·M**.

$2^{\underline{a}}$ **Questão** - A suspensão representada, que deve proteger o equipamento de massa **m** de vibrações, é formada de duas molas de rigidez **k** pré-tensionadas com uma força $\mathbf{F_0}$ e dois amortecedores de constante elástica **c**, dispostos conforme a figura. Supondo-se que a caixa quadrada da embalagem esteja fixa, que a amplitude do movimento de **m** seja muito menor que **L** e que **m·g << $\mathbf{F_0}$**, pede-se:

d) Determinar as equações diferenciais do movimento da massa **m** em relação à embalagem.

e) Sendo dados **$\mathbf{F_0}$= k·L/2** e **c=√(k·m)**, calcular as freqüências fundamentais de vibração da massa **m**, os correspondentes modos de vibrar e os fatores de amortecimento modais.

f) Para as mesmas relações entre parâmetros fornecidas no quesito anterior e supondo-se que a massa seja inicialmente deslocada $\mathbf{Y_0}$ verticalmente para cima e liberada para vibrar, determinar a equação do movimento vertical da massa **m** em função do tempo.



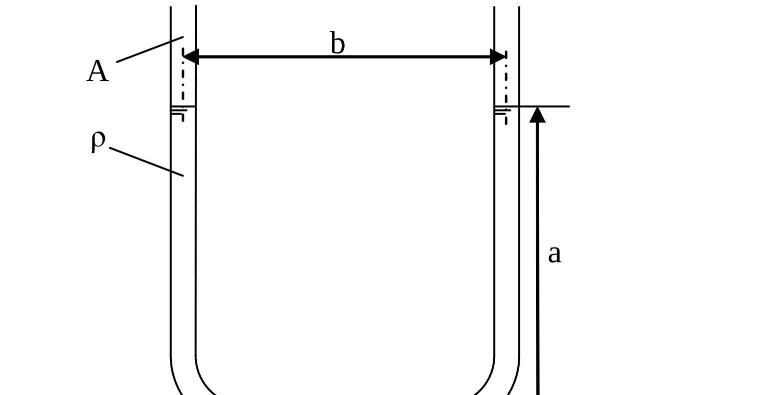
$3^{\underline{a}}$ **Questão -** Um manômetro de coluna de líquido de seção uniforme **A**, formado de dois trechos verticais de altura **a** e de um trecho horizontal de comprimento **b** está fixado em um carro que pode se deslocar horizontalmente em virtude do movimento de oscilação senoidal dado $y(t) = Y_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$. Sabendo-se que a massa específica do líquido é **ρ**, que a aceleração local da gravidade é **g**, que a massa total do carro que suporta o manômetro (exceto o líquido do manômetro) é **m** e que a mola tem rigidez **k**, pede-se:

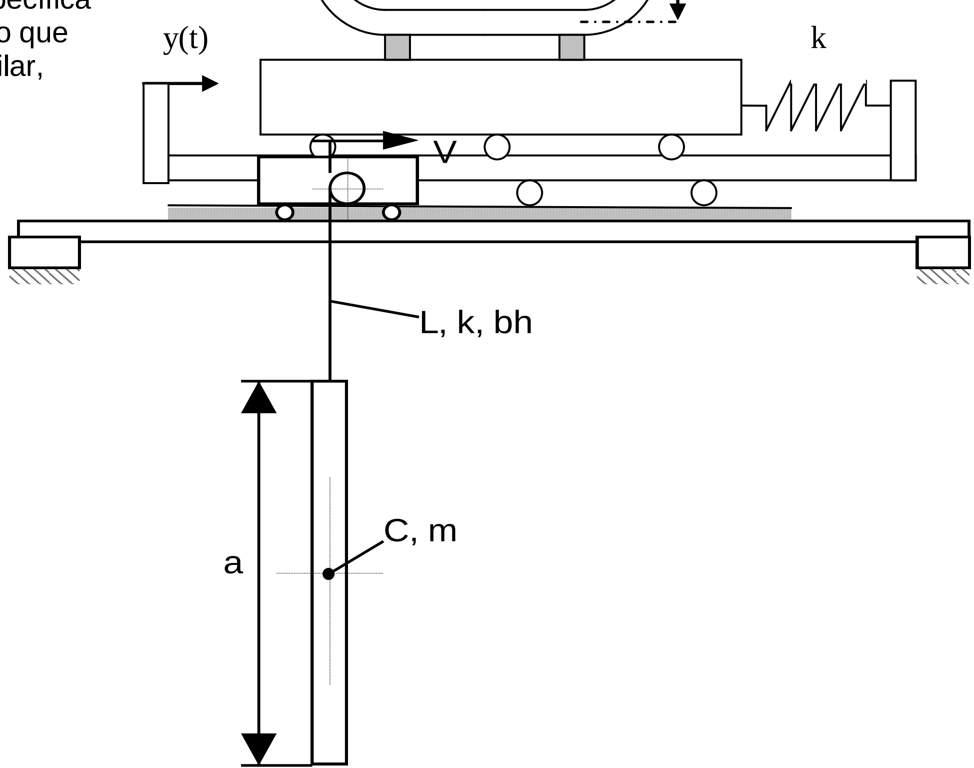
h) Escrever as equações diferenciais do movimento horizontal absoluto do carro de massa **m** e do movimento vertical para cima da coluna da direita do manômetro, medidos a partir da posição de equilíbrio, quando submetido à excitação ***y(t);***

i) Determinar as freqüências naturais de oscilação e os modos de vibrar do sistema.

j) Determinar a massa específica do líquido do manômetro que faz o carro parar de oscilar, apesar da excitação ***y(t).***

k) Para a condição do item anterior, calcular a amplitude de oscilação das colunas do manômetro





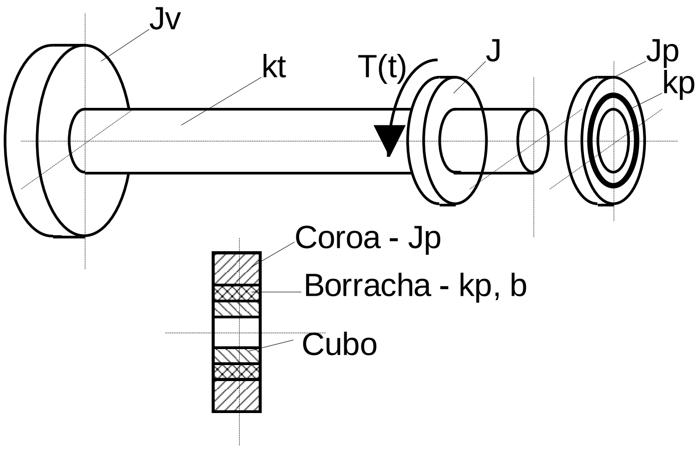
$2^{\underline{a}}$ **Questão** – Uma coluna uniforme de massa **m** e comprimento **a** está sendo transportada por uma ponte rolante com velocidade horizontal constante **V**, quando o operador é forçado a parar bruscamente o carro da ponte para tentar evitar um acidente, fato que provoca oscilações da coluna no plano da figura. Sendo dados ainda que a aceleração da gravidade é **g=10m/s²**, que o cabo de aço tem comprimento de suspensão **L**, rigidez **k** e coeficiente de histerese $\mathbf{b_h}$, pede-se:

h) Determinar as equações diferenciais que regem o movimento de oscilação da coluna no plano da figura, supondo pequenas amplitudes de movimento.

i) Calcular as freqüências naturais e os modos fundamentais de vibrar da coluna, para o caso em que **L=0,4·a, k=400·m·g/L** e $\mathbf{b_h}$**=0,1.**

j) Para as relações do quesito anterior e sendo **a=10m** e **V=1m/s**, estimar o máximo deslocamento horizontal da extremidade inferior da coluna.

$3^{\underline{a}}$ **Questão –** O modelo de parâmetros concentrados apresentado na figura é utilizado para estudar a vibração torcional do virabrequim de um motor de combustão interna monocilíndrico. O momento de força $T(t) = T_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$ pode representar qualquer dos componentes harmônicos da freqüência de explosão do motor, $\mathbf{J_v}$ representa o momento polar de inércia do volante do motor, **J** o momento polar de inércia equivalente das massas associadas ao acionamento do pistão (colo de biela, contrapesos, biela, etc), suposto concentrado em um disco no plano central do colo da biela, e $\mathbf{k_t}$ representa a rigidez torcional do virabrequim.



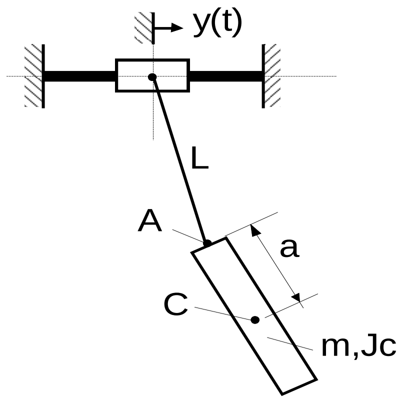
Uma vez que a dissipação de energia por atrito estrutural no material do virabrequim é praticamente nula, e pelo fato do motor ter rotação variável, existem freqüências de excitação que podem provocar deformações torcionais capazes de quebrar o virabrequim por fadiga. Para evitar esse tipo de ocorrência, é usual aplicar, em virabrequins de motores diesel, na extremidade oposta ao volante, uma polia absorvedora de vibrações torcionais, a qual possui um anel de borracha moldado entre o cubo e a coroa externa, conforme esquematizado no corte da polia por um plano radial. Sabendo-se que devido ao anel de borracha a polia tem rigidez torcional $\mathbf{k_p}$, que o coeficiente de histerese da borracha do anel é **b**, que o momento de inércia do cubo da polia que é fixado rigidamente no virabrequim é desprezível e que o momento polar de inércia da coroa externa da polia é $\mathbf{J_p}$, pede-se:

a) Determinar as equações diferenciais dos movimentos vibratórios torcionais do sistema incluindo a o anel externo da polia absorvedora.

b) Para a situação em que não se está utilizando polia aborvedora, calcular a deformação torcional do virabrequim decorrente da aplicação do torque $T(t) = T_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$ e determinar a freqüência crítica de aplicação desse torque para a quebra do virabrequim por fadiga.

c) Supondo que $\mathbf{J_p << J < J_v}$, estimar um valor para $\mathbf{k_p}$ que possibilite à polia absorvedora cumprir seu papel.

$3^{\underline{a}}$ **Questão** – O sistema pendular representado na figura é constituído de um corpo de massa **m** e momento de inércia **Jc** (em relação a um eixo perpendicular ao plano da figura pelo centro de massa **C**) suspenso pelo ponto **A**, que dista **a** do centro de massa **C**, por um fio inextensível de comprimento **L**. O movimento do corpo no plano da figura é provocado por um deslocamento horizontal harmônico da extremidade **O** do fio,



dado por **y(t)=Y·sen(ω$_f$·t)**. Supondo-se a ocorrência de oscilações de pequenas amplitudes, pede-se:

k) Determinar as equações diferenciais que regem o movimento de oscilação do corpo no plano da figura.

l) Calcular as freqüências naturais e os modos fundamentais de vibrar do sistema, para o caso em que **Jc= (2/3)·m·a²** e **a=(3/4) ·L.**

m) Para os valores de **Jc** e **a** do quesito anterior, determinar o valor de ω_f que anula a oscilação horizontal do ponto **C** do corpo.

$1^{\underline{a}}$ **Questão** – Um grupo motor- gerador, a ser utilizado em veículos híbridos, é constituído de um motor de combustão interna de quatro cilindros e quatro tempos acoplado elasticamente a um gerador elétrico, e opera com rotação variável na faixa de 800 a 2200 rpm. Para dimensionar o acoplamento elástico entre o motor e o gerador, de modo a evitar que as vibrações torcionais provocadas pela combustão sejam transmitidas integralmente ao gerador, foi concebido o modelo físico de parâmetros concentrados representado na figura, onde T representa o torque indicado do motor (correspondente ao efeito da pressão de combustão sobre os pistões reduzido ao eixo do virabrequim) subtraído o torque de atrito e T_{el} representa o torque decorrente do campo elétrico sobre o rotor do gerador. O momento de inércia das partes móveis do motor reduzido ao eixo do virabrequim é J_m, o momento de inércia do rotor do gerador é J_g e o acoplamento elástico é representado por uma rigidez torcional k_t e um coeficiente de histerese b. Sabendo-se que o torque indicado menos o torque de atrito do motor é dado por

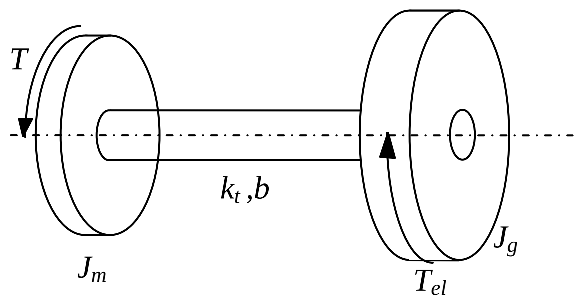
$$T = T_{ef} \cdot [1 + 0{,}1 \cdot sen(\Omega \cdot t) + 2{,}2 \cdot sen(2 \cdot \Omega \cdot t - 0{,}14) + 0{,}9 \cdot sen(4 \cdot \Omega \cdot t - 0{,}66) +$$
$$+ 0{,}3 \cdot sen(6\Omega \cdot t - 1{,}05) + 0{,}25 \cdot sen(8 \cdot \Omega \cdot t - 1{,}36) + 0{,}18 \cdot sen(10 \cdot \Omega \cdot t - 1{,}50)]$$

onde T_{ef} é o torque médio efetivo do motor e Ω é a velocidade angular média do motor medida em rad/s, pede-se:

l) Determinar as equações diferenciais dos movimentos angulares dos eixos do motor e do gerador.

m) Calcular as freqüências fundamentais de vibração torcional do sistema e os correspondentes modos de vibrar.

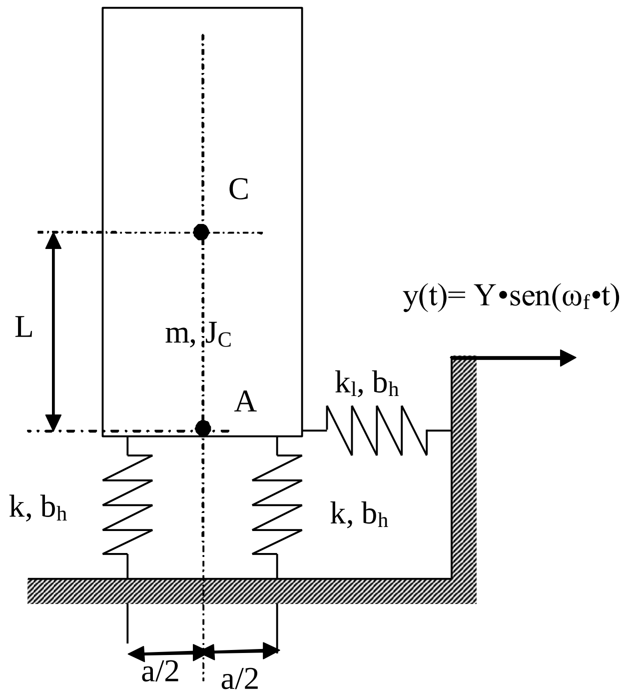
n) Sendo T_{el}= **800·N·m**, J_g**= 12·kg·m²**, J_m= **4·kg·m²** e b= **0,1**, determinar a máxima rigidez do acoplamento k_t, de modo que a aceleração angular da vibração torcional do rotor do gerador, quando operando em regime permanente em qualquer rotação da faixa de trabalho, não ultrapasse **20·rad/s²**.



3ª Questão:

A figura representa um edifício, supostamente rígido e com uma fundação que pode ser modelada pelos parâmetros de rigidez e histerese indicados, sendo submetido a um terremoto que provoca uma vibração horizontal **y(t)= Y•sen(ω$_f$•t)**. Sendo conhecidos os valores do coeficiente de histerese **b$_h$**, da rigidez vertical **2•k** e lateral **k$_l$** da fundação, das características geométricas do edifício, inclusive a posição de seu centro de massa **C**, de sua massa **m** e momento de inércia **J$_C$** em relação ao eixo ortogonal ao plano da figura pelo centro de massa, pede-se:

e) Determinar as equações diferenciais do movimento horizontal do centro de massa e da inclinação do edifício, supondo pequenas amplitudes de vibração.



f) Sendo **a= L/2**, **J_C= m•L^2/3**, **k= 3,2•k_l** e **b_h= 0,2**, calcular as freqüências naturais do sistema não amortecido e os modos fundamentais de vibrar.

g) Supondo diferentes valores de **ω_f** , entre **0** e **4•√(k_l /m)**, esboçar um gráfico das amplitudes de oscilação horizontal do centro de massa e de inclinação do edifício em função de **ω_f**

3ª **Questão –**O modelo da figura representa um veículo que trafega em uma estrada plana e horizontal com velocidade **v**, sendo **M_1** e **M_2** as massas do cavalo e carreta respectivamente e **K** a rigidez do engate entre eles. Subitamente, o cavalo freia instantaneamente bloqueando as rodas, enquanto o freio da carreta falha e não atua. Sabendo-se que o coeficiente de atrito entre os pneus e a pista é **μ=1** e supondo-se que não ocorre desalinhamento entre cavalo e carreta e que as suspensões não se deformam, pede-se:

a) Determinar as equações diferenciais dos movimentos horizontais das massas **M_1** e **M_2** durante a frenagem;

b) Calcular as freqüências naturais e os modos de vibrar do sistema;

c) Desenvolver uma expressão para a força dinâmica que atua no engate durante a frenagem, calculando seu valor máximo.