

3ª Lista de Cálculo

1) Considere a função abaixo:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ \frac{x}{2-x}, & 0 < x < 2 \\ x+1, & x \geq 2 \end{cases}$$

Calcule os limites necessários para responder às seguintes questões:

- a) f é contínua em $x = 0$ e $x = 2$? Justifique.
b) f é derivável em $x = 0$ e $x = 2$? Justifique.

2) Considere a função abaixo:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ \sqrt{x}, & \text{se } 1 < x \leq 4 \\ \frac{1}{x-4}, & \text{se } x > 4 \end{cases}$$

Calcule os limites necessários para responder às seguintes questões:

- a) f é contínua em $x = 1$ e $x = 4$? Justifique.
b) f é derivável em $x = 1$ e $x = 4$? Justifique.

3) Ache os pontos da curva $y = 4x^3 + 6x^2 - 24x + 10$ nos quais a reta tangente é horizontal. (Resp.: (1,-4) e (-2,50))

4) Dadas as funções f abaixo, determine se existe $f'(0)$:

$$a) f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}), & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x=0 \end{cases}$$

Resp.: a) não; b) sim.

5) Calcule $f'(x)$, onde existir:

- 1) $f(x) = 5x - 1$; 2) $f(x) = -4x^{10}$; 3) $f(x) = x^2 + 3x - 4$;
4) $f(x) = 5x^8 - 2x^5 + 6$; 5) $f(x) = x^{-2/5}$; 6) $f(x) = 5e^x + 3$;

7) $R(t) = 5t^{-3/5};$	8) $Y(t) = 6t^{-9};$	9) $R(x) = \frac{\sqrt{10}}{x^7};$
10) $g(x) = x^2 + \frac{1}{x^2};$	11) $f(t) = \sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}};$	12) $y = \frac{x^2 + 4x + 3}{\sqrt{x}};$
13) $y = \frac{x^2 - 2\sqrt{x}}{x};$	14) $y = x^{4/3} - x^{2/3};$	15) $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}};$
16) $y = e^{x+1} + 1;$	17) $f(x) = x^2 e^x;$	18) $f(x) = \frac{e^x}{x^2};$
19) $f(x) = \frac{x+1}{x-1};$	20) $f(x) = \frac{2x^3 + 1}{x+2};$	21) $f(x) = \frac{4x - x^4}{x^3 + 2};$
22) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{x^2 x^3 + 3x^2};$	23) $f(x) = x^2 \frac{\tan x}{\sec x};$	24) $f(x) = x \sin x \cos x;$
25) $f(x) = \frac{1}{\sin x \cos x};$	26) $f(x) = \sqrt[3]{x} \frac{\sin x}{x^2 \cos x^2};$	27) $f(x) = (x-3) \sin x;$
28) $y = \cos x - 2 \tan x;$	29) $g(t) = 4 \sec t + \tan t;$	30) $f(x) = e^x \sin x;$
31) $y = (x^3 + 2x)^{37};$	32) $f(x) = (3x^2 + 2x - 1)^6;$	33) $f(x) = (x^3 - \frac{7}{x})^{-2}.$
34) $y = \sqrt{x^3 - 2x + 5};$	35) $f(x) = \sin(\frac{1}{x^2});$	36) $f(x) = \tan(\sqrt{x}).$
37) $y = 4 \cos^5 x;$	38) $f(x) = 2 \sec^2(x^7);$	39) $f(x) = \cos^3(\frac{x}{x+1}).$
40) $y = (\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})(3x^3 + 27);$	41) $f(x) = (x-2)(x^2 + 2x + 4);$	42) $f(x) = 4x + 5 \sin^4 x.$

6) Verifique se f é derivável em x_0 , sendo:

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x}{\sqrt{x-1}}, & \text{se } x \neq 1 \\ 1, & \text{se } x = 1, \\ x_0 = 1. \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x^2 + \sin x, & \text{se } x > 0 \\ x^5 + 4x^3, & \text{se } x < 0 \\ 0, & \text{se } x = 0, \\ x_0 = 0. \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} \frac{4}{5}x^5, & \text{se } x > 1 \\ x^4, & \text{se } x \leq 1 \\ x_0 = 1. \end{cases}$$

Resp.: a) não; b) não; c) não.

7) A curva $y = 1/(1 + x^2)$ é chamada de **bruxa de Maria de Agnesi**. Encontre uma equação da reta tangente para essa curva no ponto $(-1, 1/2)$.

8)a) Encontre uma equação da reta tangente à curva dada no ponto especificado.

$$1) f(x) = \tan x; (\pi/4, 1); \quad 2) 2 \sin x; (\pi/6, 1)$$

b) Encontre as coordenada de todos os pontos no gráfico de $y = \sqrt{x}$ no qual a reta tangente é paralela à reta secante que corta a curva em $x = 1$ e $x = 4$.

c) Encontre as coordenadas de todos os pontos no gráfico de $y = 1 - x^2$ nos quais a reta tangente passa pelo ponto $(2, 0)$.