2^a Lista de Cálculo

Limite de funções

1. Explique o significado da equação $\lim_{x\to 2} f(x) = 5$. É possível, diante desta equação, que $f(2) = 3$? Explique.

2. Explique o que significa para você dizer que $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 3$ e $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 7$. Nessa situação é possível que $\lim_{x\to 1} f(x)$ exista? Explique.

3. Esboce o gráfico da função a seguir e use-o para determinar os valores de a para os quais $\lim_{x\to a} f(x)$ existe:
$$f(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{se} \quad x < -1, \\ x & \text{se} \quad -1 \leq x < 1, \\ (x-1)^2 & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

4. Esboce o gráfico de um exemplo de uma função f que irá satisfazer todas as condições dadas:
$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = 4, \quad \lim_{x\to 3^-} f(x) = 2, \quad \lim_{x\to -2} f(x) = 2, \quad f(3) = 3 \quad f(-2) = 1$$

5. Determine os limites abaixo:

   1) $\lim_{x\to 5^+} \dfrac{6}{x-5}$ 2) $\lim_{x\to 5^-} \dfrac{6}{x-5}$ 3) $\lim_{x\to 3} \dfrac{1}{(x-3)^8}$

   4) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x-1}{x^2(x+2)}$ 5) $\lim_{x\to 2^-} \dfrac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$ 6) $\lim_{x\to 1^+} \dfrac{2-x}{(1-x)^3}$

   7) $\lim_{x\to 1^-} \dfrac{|x-1|}{x-1}$ 8) $\lim_{x\to -4} |x+4|$ 9) $\lim_{x\to -4^-} \dfrac{|x+4|}{x+4}$

   Resp.: 1) ∞; 2) $-\infty$; 3) ∞; 4) $-\infty$; 5) $-\infty$; 6) $-\infty$; 7) -1; 8) 0; 9) -1.

6. (a) O que há de errado com a equação $\dfrac{x^2+x-6}{x-2} = x+3$?

   (b) Em vista de (a), explique por que a equação $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-6}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2} x+3$ está correta.

7. Calcule o limite, se existir.

1) $\lim_{x\to -3} \dfrac{x^2-x+12}{x+3}$ 2) $\lim_{x\to -3} \dfrac{x^2-x-12}{x+3}$ 3) $\lim_{x\to -2} \dfrac{x+2}{x^2-x-6}$

4) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}$ 5) $\lim_{h\to 0} \dfrac{(h-5)^2-25}{h}$ 6) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^3-1}{x^2-1}$

7) $\lim_{h\to 0} \dfrac{(1+h)^4-1}{h}$ 8) $\lim_{h\to 0} \dfrac{(2+h)^3-8}{h}$ 9) $\lim_{t\to 9} \dfrac{9-t}{3-\sqrt{t}}$

10) $\lim_{t\to 2} \dfrac{t^2+t-6}{t^2-4}$ 11) $\lim_{t\to 0} \dfrac{\sqrt{2-t}-\sqrt{2}}{t}$ 12) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^4-16}{x-2}$

13) $\lim_{x\to 9} \dfrac{x^2-81}{\sqrt{x}-3}$ 14) $\lim_{x\to 1} \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{2}{x^2-1}$ 15) $\lim_{x\to 0} \dfrac{5}{x-1}$

16) $\lim_{x\to 3} \dfrac{3x-9}{x-3}$ 17) $\lim_{x\to -3} \dfrac{4x}{x+3} + \dfrac{12}{x+3}$ 18) $\lim_{x\to 0{,}001} \dfrac{x}{|x|}$

19) $\lim_{x\to 7} \dfrac{x^2+x-56}{x^2-11x+28}$ 20) $\lim_{x\to 4} \dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ 21) $\lim_{x\to 4} \dfrac{x-4}{x-\sqrt{x}-2}$

22) $\lim_{x\to -3} \dfrac{\sqrt{x^2+16}-5}{x^2+3x}$ 23) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x+\sqrt{x}-2}{x^3-1}$ 24) $\lim_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{3x-8}-2}$

25) $\lim_{x\to \infty} \dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$ 26) $\lim_{x\to \infty} \dfrac{2x^3-x^2+7x-3}{2-x+5x^2-4x^3}$ 27) $\lim_{x\to \infty}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$

28) $\lim_{x\to \infty} \dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{9x+1}}$ 29) $\lim_{x\to +\infty}(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^4+1})$ 30) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{7x^6+5x^4+7}}{x^4+2}$

31) $\lim_{x\to 3} (X^3+2)(x^2-5x)$ 32) $\lim_{x\to -1} \dfrac{x-2}{x^2+4x-3}$ 33) $\lim_{x\to 4^-} \sqrt{16-x^2}$

Resp.: 1) $\nexists$; 2) -7; 3) -1/5; 4) -3; 5) -10; 6) 3/2; 7) 4; 8) 12; 9) 6; 10) 5/4; 11) $-\sqrt{2}/4$; 12) 32; 13) 108; 14) 1/2; 15) -5; 16) 3; 17) 4; 18) 1; 19) 5; 20) 4; 21) 4/3; 22) 1/5; 23) 1/2; 24) 1/3; 25) $+\infty$; 26) -1/2; 27) 0; 28) 1/3; 29) $-\infty$; 30) 0; 31) -174; 32) 1/2; 33) 0.

Continuidade de funções

1. Esboce o gráfico de uma função que é contínua em toda parte, exceto em $x = 3$.

2. Esboce o gráfico de uma função que tenha um salto de descontinuidade em $x = 2$ e uma descontinuidade removível em $x = 4$, mas é contínua no resto.

3. Determine o conjunto dos pontos em que a função f é contínua. Explique:

$a) f(x) = \dfrac{3}{x+2}$ $c) f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x-3|}{x-3} & \text{se } x \neq 3, \\ 1 & \text{se } x = 3. \end{cases}$

$b) f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-9}{x-3} & \text{se } x \neq 3, \\ 2 & \text{se } x = 3. \end{cases}$ $d) f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & \text{se } x \neq 1, \\ 0 & \text{se } x = 1. \end{cases}$

Resp.: a) $R \setminus \{2\}$; b) $R \setminus \{3\}$; c) $R \setminus \{3\}$; d) $R \setminus \{1\}$.

4. Determine L para que a função dada seja contínua no ponto dado.

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{x}, & se \quad x \neq 0 \\ L, & se \quad x = 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-x}{x}, & se \quad x \neq 0 \\ L, & se \quad x = 0 \end{cases}$

Resp.: a) L=0; b) L=-1.

5. Determine se a afirmação abaixo é verdadeira ou falsa:

$$\lim_{x\to p_+} f(x) = \lim_{x\to p_-} f(x) \Longrightarrow f \text{ é contínua em } p$$

6. Dada $f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$, verifique que $\lim_{x\to 1_+} f(x) = \lim_{x\to 1_-} f(x)$. Pergunta-se: f é contínua em 1? Por que?