Instituto de Física
Universidade de São Paulo

# Disciplina 4300255

## Dia 30 de Março de 2020

# Mecânica dos Corpos Rígidos e dos Fluidos

## Energia Cinética de Rotação

## Corpos que rolam - Rolamento sem escorregamento

**Corpos que rolam - Rolamento sem escorregamento**

Até o momento analisávamos o caso de corpos que giravam em torno de um eixo fixo.

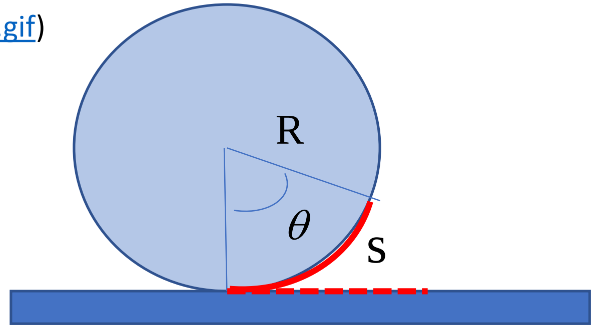
Hoje começaremos a análise do movimento de um corpo que gira em torno de um eixo que não está fixo no espaço. Assim, estudaremos o movimento de **rolamento**.

O estudo do movimento de um corpo rígido ao redor de um eixo é muito complexo, mas podemos simplificar o mesmo restringindo nossa discussão a um objeto homogêneo e simétrico como um cilindro ou uma esfera e é mais, este objeto se movimenta sobre uma superfície horizontal.

Vamos ver que se o objeto rola sem escorregar (rolamento puro) sobre uma superfície existe uma relação entre a rotação e a translação.

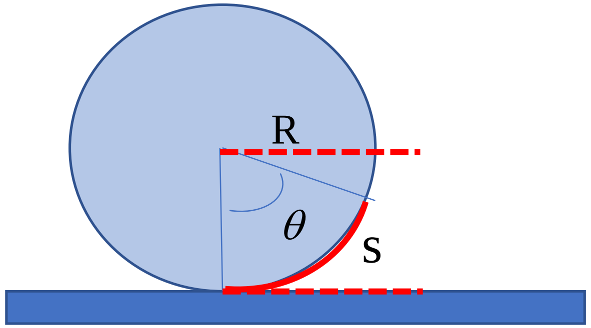
Se seguimos dois pontos desse objeto, veremos que descrevem a seguinte forma:

O CM se movimenta como uma linha reta, a uma altura R da superfície horizontal, mas um ponto da superfície descreve uma trajetória como a da animação (https://en.wikipedia.org/wiki/File:Cycloid_f.gif)




Quando uma esfera de raio R rola sem escorregar sobre uma superfície plana num ângulo $\theta$, o ponto de contato com o plano percorre uma distância s, relacionada com o ângulo de giro por: $s=R\theta$

Como o centro de massa da esfera está na vertical do ponto de contato, e também percorre a distância s. Então, a velocidade do CM é:

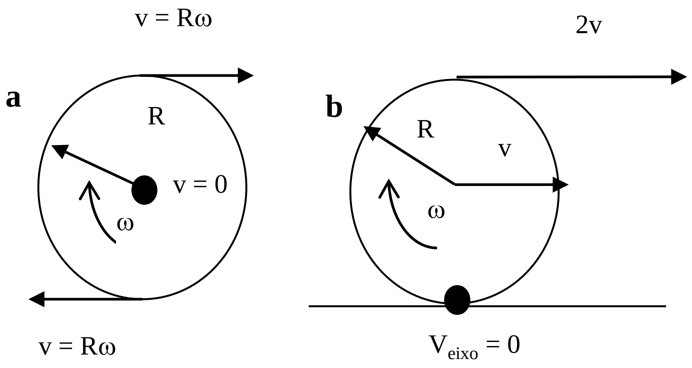



$$\boldsymbol{v_{cm} = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega}$$

Derivando, obtemos a aceleração do CM: $\boldsymbol{a_{cm} = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha.}$

As 3 condições coincidem com as da ausência de escorregamento de uma corda enrolada num cilindro ou passando por uma roldana.

Se nos colocarmos no referencial CM, o ponto mais alto da sua periferia tem a velocidade, cujo módulo é $v=R\omega$ (1) em relação ao centro da bola, que é a mesma do ponto mais baixo da periferia.




Se nos localizarmos num referencial com velocidade constante v (eixo instantâneo de rotação), quando a bola roda sem escorregar, (figura b) a velocidade angular da bola continua sendo ω, a velocidade do topo é $u= 2R\omega =2v$, a velocidade do centro de massa é $v=R\omega$ e a da base, em contato com a superfície de rolamento, é momentaneamente nula.

Já verificamos que a energia cinética de um sistema pode ser equacionada como a soma da energia cinética do movimento do CM com a energia cinética relativa ao CM.
Então a energia cinética do corpo que rola é analisada desde o referencial centro de massa:

$$K = \frac{1}{2} M {v_{CM}}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 = \frac{1}{2} M {v_{CM}}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5} M R^2 \omega^2 = \frac{1}{2} M {v_{CM}}^2 + \frac{1}{5} M R^2 \frac{{v_{CM}}^2}{R^2} = \frac{7}{10} M {v_{CM}}^2$$

Analisada desde o eixo instantâneo de rotação, como a velocidade de translação é nula, o primeiro termo dessa expressão se anula, mas a inércia rotacional deve ser corrigida para esse ponto, assim:

$$K_o = \frac{1}{2} I_o \omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5} M R^2 + M R^2\right)\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{5} M R^2\right)\omega^2 = \frac{7}{10} M R^2 \omega^2 = \frac{7}{10} M R^2 \frac{{v_{CM}}^2}{R^2} = \frac{7}{10} M {v_{CM}}^2$$

Que, como observado é igual à anterior, e era de se esperar já que o cálculo da energia de um sistema não depende do referencial adotado.

Próxima aula: **Problema 7 e 8 da lista 3.**
**Rolamento com escorregamento**