Instituto de Física
Universidade de São Paulo

Disciplina 4300255

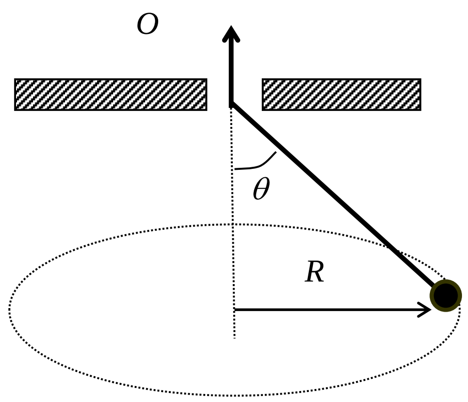
Dia 30 de Março de 2020

Mecânica dos Corpos Rígidos e dos Fluidos

Energia Cinética de Rotação

Corpos que rolam - Rolamento sem escorregamento

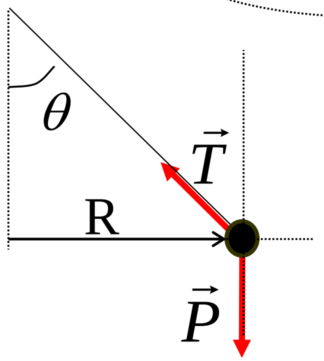
14. Uma bolinha presa a um fio de massa desprezível gira em torno de um eixo vertical com velocidade escalar **INICIALMENTE** constante, mantendo-se a uma distância R = 0,5 m do eixo; o ângulo θ é igual a 30º *(veja a figura). O fio passa sem atrito através de um orifício O* numa placa, e é puxado lentamente para cima até que o ângulo θ *passa a 60º. a) Que comprimento do fio foi puxado? b) de que fator variou a velocidade de rotação?*



video

Analisando as forças que atuam na bolinha e fazendo o diagrama de corpo livre, vemos que:

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}_{cp}$$



Projeção y: $-mg + T\cos\theta = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\theta}$ (1)

Projeção x: $-T sen\theta = -m\frac{v^2}{R}$ (2)

Substituindo 1 em 2, $mg\frac{sen\theta}{\cos\theta} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{gRtg\theta}$ (3)

A força peso produz torque no plano perpendicular ao da figura, e a força de tração, por estar diretamente orientada para o eixo de rotação não produz torque, assim, nenhuma delas influencia no momento angular da partícula em relação ao eixo vertical.

Assim: $L_{z,f}=L_{z,i}$. Como $L=I\omega$, então: $I_f\omega_f=I_i\omega_i$ (4)

e como $v = \omega R \Rightarrow \omega = v/R$

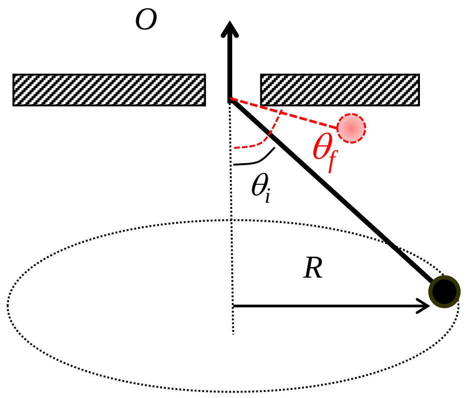
$$I_f\frac{v_f}{R_f} = I_i\frac{v_i}{R_i} \quad (5)$$

mas a inércia rotacional de uma partícula em torno de um eixo fixo é: $I = mR^2$

Substituindo a inércia rotacional em (5), $mR_f^2 \frac{v_f}{R_f} = mR_i^2 \frac{v_i}{R_i}$ obtemos, $R_f v_f = R_i v_i$ (6)

Substituindo a velocidade de (3 $v = \sqrt{gRtg\theta}$) na expressão (6), $R_f \sqrt{g\, R_f\, tg\theta_f} = R_i \sqrt{g\, R_i\, tg\theta_i}$

Elevando ao quadrado ambos os membros desta equação: . $R_f^3 = \frac{R_i^3 tg\theta_i}{tg\theta_f}$.



a) Substituindo os valores: $R_f^3 = \frac{0{,}5^3\, tg\, 30^\circ}{tg\, 60^\circ} = 0{,}042 \Rightarrow R_f = 0{,}35$ Então:

$$sen30° = \frac{R_1}{hipotenusa}, h_1 = \frac{R_1}{sen30°} = \frac{0{,}5}{0{,}5} = 1$$

o mesmo raciocínio cabe para h_2, $h_2 = \frac{R_2}{sen60°} = \frac{0{,}35}{0{,}866} = 0{,}4m$ Desta maneira, como o comprimento inicial do fio era de 1 m e depois ficaram 0,4 m, foram puxados 0,6 m.

b) Partindo da expressão (6) $\frac{v_f}{v_i} = \frac{R_i}{R_f} = \frac{0{,}5}{0{,}35} = 1{,}43$.