

L1 - Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Dr. Oscar João Abdounur
 Instituto de Física
 Universidade de São Paulo
 1º semestre de 2020

Pag. 81

6. Dê exemplo de uma função definida em \mathbb{R} e que seja contínua em todos os pontos, exceto em $-1, 0, 1$.

9. Determine o conjunto dos pontos em que a função dada é contínua:

$$d) f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , x \in \mathbb{Q} \\ -x^2 + 1 & , x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

11. Determine L para que a função dada seja contínua no ponto dado. Justifique.

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x} & , x \neq 0 \\ L & , x = 0 \end{cases}$$

em $p = 0$

12. Dê o valor, caso exista, que a função dada deveria ter no ponto dado para ser contínua no ponto. Justifique.

$$a) g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}, \text{ em } p = 2$$

Pag. 82

18. Prove que a função:

$$f(x) = \begin{cases} x & , x \in \mathbb{Q} \\ -x & , x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

é contínua em 0.

20. Suponha f definida e contínua em \mathbb{R} e que $f(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{Q}$. Prove que $f(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

21. Sejam f e g contínuas em \mathbb{R} e tais que $f(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathbb{Q}$. Prove que $f(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Pag. 83

26. Prove que $f(x) = x + \frac{1}{x}$ é contínua em todo $p > 0$.

Pag. 93

1. Calcule e justifique.

$$n) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left(\frac{4x^2 - 1}{2x - 1} \right)$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x - 3} \right)$$

$$o) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \right)$$

$$s) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{2}}{x - 2} \right)$$

Pag. 94

5. Calcule:

$$i) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 1}{x^4 + 3x - 4} \right)$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{7}}{\sqrt{x+7} - \sqrt{14}} \right)$$

Pag. 95

15. Suponha f contínua em \mathbb{R} e $f(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{Q}$. Prove que $f(x) \geq 0$ para todo x .

Pag. 98

3. Dada a função:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$$

Verifique que:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

Pergunta-se: f é contínua em 1? Por quê?

4. Dê exemplo de uma função de uma função definida em \mathbb{R} , que não seja contínua em 2, mas que:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

Pag. 104

1. Calcule:

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt[3]{3x+5} - 2}{x^2 - 1} \right)$

2. Seja f definida em \mathbb{R} . Suponha que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$:

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(7x)}{3x}$

Pag. 108

4. a) Verifique que $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ não existe.
 b) Calcule, caso exista, $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ e justifique.