

SOLUÇÃO SEGUNDA PROVA PME - 2341 12/05/10

Prof. Francisco E. B. Nigro

Prof. Demétrio C. Zachariadis

1ª Questão:

2ª Questão:

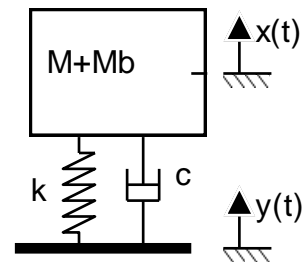
3ª Questão:

a) Sendo a amplitude de velocidade da vibração vertical do piso 8mm/s e sua frequência 26 Hz , a vibração vertical do piso pode ser descrita por: $y(t) = Y_0 \cdot \text{sen}(\omega_f \cdot t)$,

com $\omega_f = 26 \cdot 2 \cdot \pi = 52 \cdot \pi \cdot \text{rad/s}$ e $Y_0 = \frac{8}{\omega_f} = 0,053\text{ mm}$.

No modelo físico do sistema, mostrado na figura, $x(t)$ representa o movimento vertical da máquina medido da posição de equilíbrio e $y(t)$ o movimento vertical do piso. Os parâmetros concentrados são:

$$M = 500\text{kg}, \quad k = 4 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot \text{N/m}, \quad c = \frac{b_h \cdot k}{\omega_f}$$



Supondo a máquina em uma posição $x(t)$ genérica, assim como a posição do piso, isolando a máquina e aplicando o TMB, obtemos:

$(M + Mb) \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = c \cdot \dot{y}(t) + k \cdot y(t)$ Derivando e substituindo $y(t)$, obtemos:

$$(M + Mb) \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = k \cdot Y_0 \cdot [\text{sen}(\omega_f \cdot t) + \frac{c \cdot \omega_f}{k} \cdot \cos(\omega_f \cdot t)] = k \cdot Y_0 \cdot \sqrt{1 + b_h^2} \cdot \text{sen}(\omega_f \cdot t + \alpha)$$

onde $\text{tg}(\alpha) = b_h$

b) A solução particular da equação diferencial, que representa a vibração em regime permanente fica:

$$x_p(t) = X_p \cdot \text{sen}(\omega_f \cdot t + \alpha - \psi), \text{ onde: } X_p = \frac{Y_0 \cdot \sqrt{1 + b_h^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + b_h^2}} \text{ e } \text{tg}(\psi) = \frac{b_h}{1 - r^2} \text{ com } r = \frac{\omega_f}{\omega}$$

c) O requisito de projeto é manter a velocidade de vibração da máquina menor que $0,2\text{ mm/s}$, e portanto:

$$X_p \leq \frac{0,2}{\omega_f} \text{ mm} \text{ Lembrando a expressão de } Y_0, \text{ a inequação fica:}$$

$$\frac{0,2}{8} \leq \frac{\sqrt{1+b_h^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+b_h^2}} \text{ ou ainda, lembrando que } r \text{ deve ser maior que } 1 \text{ para satisfazer a}$$

$$\text{inequação, podemos escrever: } (r^2 - 1)^2 + b_h^2 \geq \left[\frac{8}{0,2} \right]^2 \cdot (1 + b_b^2) \text{ Portanto, } r = \frac{\omega_f}{\omega} \geq 6,4$$

$$\text{Ou ainda, } \omega \leq \frac{52 \cdot \pi}{6,4} = 25,5 \text{ rad / s. Mas } \omega = \sqrt{\frac{k}{M + Mb}} \text{ . Portanto } Mb \geq 735 \text{ kg}$$