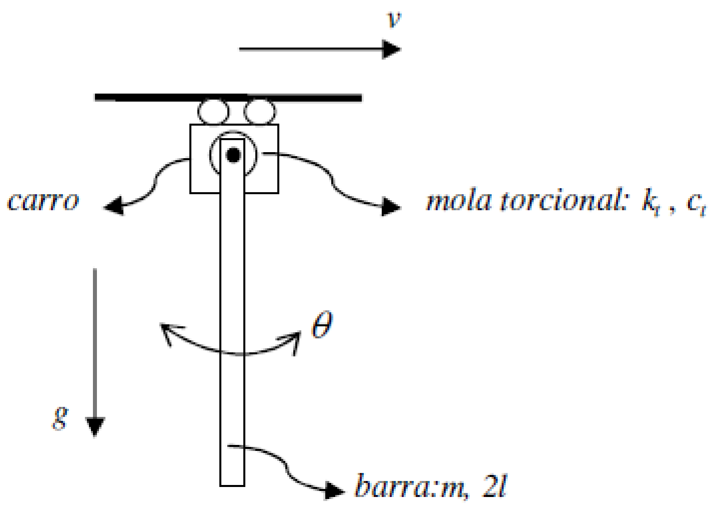
PME 2341 **2ª PROVA** **01/06/17**

Prof. Francisco E. B. Nigro Prof. Demetrio C. Zachariadis

1ª Questão) (3,0 pontos): A figura mostra uma barra homogênea (massa ***m***, comprimento **2*l***) articulada ao ponto ***O*** de um carro que percorre uma guia retilínea com velocidade constante ***v*** para a direita; a barra está em equilíbrio e pende na vertical e também é conectada ao carro por uma mola torcional de constante elástica $\boldsymbol{k_t}$ e amortecimento viscoso linear equivalente $\boldsymbol{c_t}$. No instante $t=0$ o carro é acelerado com aceleração constante a e permanece nessa condição durante um intervalo de tempo ***T*** , ao término do qual o carro volta a se deslocar com velocidade constante. Pede-se:



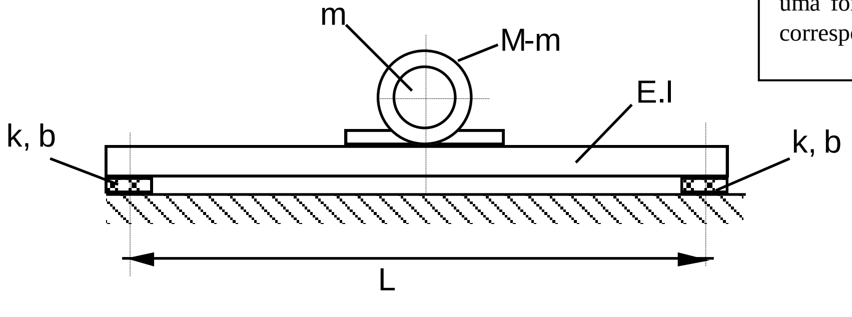
a) A equação diferencial do movimento da barra durante o intervalo de tempo T;

b) A função $\theta(t)$ que resolve a equação diferencial do item a), dado que $c_t < c_{crítico}$;

c) Admitindo que o intervalo de tempo T seja suficientemente longo, determine o valor de θ de equilíbrio; determine também a função $\theta(t)$ que descreve o movimento de oscilação da barra após o término do intervalo de tempo T e a nova posição de equilíbrio da barra, supondo que o carro seja mantido com velocidade constante.

2ª Questão) (3,5 pontos): Uma viga uniforme bi apoiada de comprimento **L**, módulo de rigidez **E.I** e massa desprezível suporta um motor elétrico de massa **M** no centro do vão. Sabendo-se que a massa do rotor do motor é **m**, que seu desbalanceamento residual é ***m.e*** e que sua velocidade angular é $\boldsymbol{\omega_f}$, e que a viga está apoiada em duas mantas de borracha de rigidez **k** e coeficiente de histerese **b=0,1**, pede-se:

a) A equação diferencial do movimento vertical do centro da viga, supondo o sistema não amortecido.
b) A frequência natural do sistema não amortecido.
c) Considerando a dissipação de energia por histerese nas mantas de borracha, calcular a amplitude da vibração vertical do centro da viga em função da velocidade angular do rotor.
d) Calcular a amplitude da vibração vertical do centro da viga na ressonância do sistema.



Obs.: estando a viga sobre apoios rígidos, a relação entre uma força ***F*** aplicada no centro do vão e a deflexão δ correspondente é dada por: $F/\delta = 48EI/L^3$.

3ª Questão (3,5 pontos)**:** Os virabrequins de motores de combustão interna a pistões alternativos, mesmo quando em regime permanente, apresentam aceleração angular como conseqüência de seu próprio processo de funcionamento. A figura representa esquematicamente uma polia motora fixada no virabrequim de um motor, a qual aciona, por meio de correia, um gerador de eletricidade preso ao mesmo motor. Sabendo-se que o momento polar de inércia do rotor do gerador em relação ao seu eixo é **J**, que o raio da polia no virabrequim é $\mathbf{R_1}$, que o raio da polia movida é $\mathbf{R_2}$, que a velocidade angular média do virabrequim na condição de estudo é **Ω** e que a aceleração angular do virabrequim pode ser aproximada por

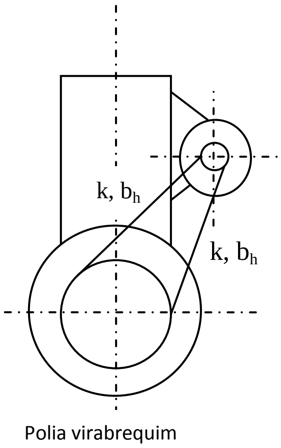
$\ddot{\alpha}\,(t) = A\sin\left(n\,\Omega\,\frac{t}{2}\right)$,

onde **n** é o número de cilindros do motor de quatro tempos, pede-se:

a) Calcular a aceleração angular do rotor do gerador supondo que a correia seja inextensível**.**

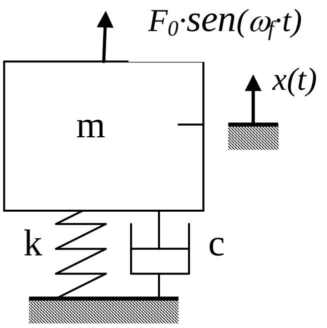
b) Supondo-se que cada ramo livre da correia tem rigidez **k** conhecida e coeficiente de histerese $\mathbf{b_h}$, e que a correia é suficientemente pré-tensionada para que seus dois ramos nunca deixem de estar tracionados, determinar a equação diferencial do movimento angular do rotor do gerador.

c) Sendo dados: **Ω= 250rad/s**; $\mathbf{R_1}$**= 60mm**; $\mathbf{R_2}$**= 20mm**; **A= 4800rad/s²**; **n= 4** cilindros**; J= 4·10⁻⁴ kg·m²**; $\mathbf{b_h}$**= 0,05**; e o valor da máxima aceleração angular que o rotor do gerador suporta = **1800rad/s²**, calcular a máxima rigidez admissível para cada ramo da correia, **k**.



Formulário

Equação diferencial em *x(t)*.



$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = F_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$$

solução da homogênea:

$$x_h(t) = X \cdot e^{-\zeta \cdot \omega \cdot t} \cdot sen(\omega_d \cdot t + \phi) \quad \text{para} \quad \zeta < 1$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\ ;\ \zeta = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}}\ ;\ \boldsymbol{\omega_d = \omega \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

solução particular:

$$x_p(t) = X_P \cdot sen(\omega_f \cdot t - \psi)\ ;\ X_P = \frac{F_0 / k}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}}\ ;$$

$$\tan(\psi) = \frac{2 \cdot \zeta \cdot r}{1 - r^2}\ ;\quad r = \frac{\omega_f}{\omega_n}$$

Se o material da mola dissipa energia por histerese com coeficiente $b_h << 1$, então: $c_{eq} = \frac{b_h \cdot k}{\Omega}$

onde $\Omega = \omega_f$ para solução particular, ou $\Omega = \omega_d$ para a solução da homogênea