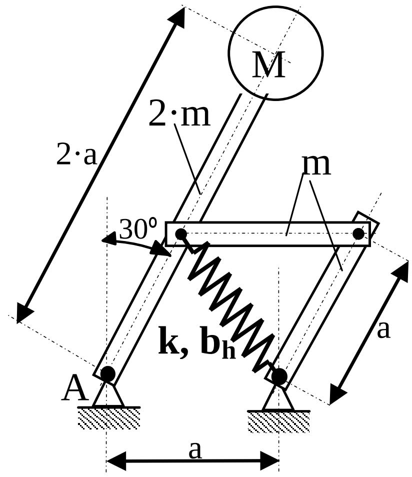
**PME 2341** **2ª PROVA** **05/05/16**

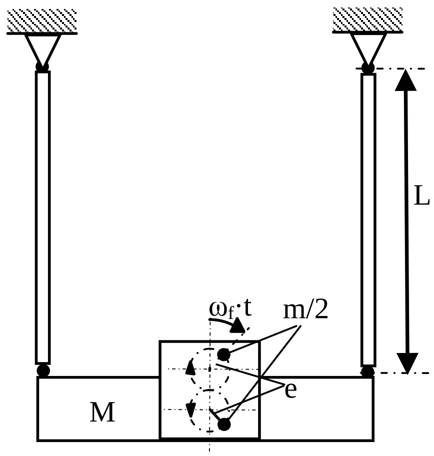
Prof. Francisco E. B. Nigro Prof. Demetrio C. Zachariadis

**1ª Questão** O sistema representado na figura é formado de três barras uniformes articuladas com baixo atrito entre si e em dois pontos fixos, sendo duas delas de comprimento **a** e massa **m** e uma de comprimento **2·a** e massa **2·m**. A barra mais longa suporta em uma de suas extremidades uma massa **M**, enquanto uma mola de rigidez **k**, construída de material com coeficiente de histerese $\mathbf{b_h}$ mantém o sistema em equilíbrio na posição **30º** indicada na figura. Admitindo-se que o sistema oscila com pequenas amplitudes em torno da posição de equilíbrio, pede-se:




a) A equação diferencial do movimento da barra mais longa em torno do ponto **A**, supondo o sistema conservativo com $\mathbf{b_h = 0}$.
b) Considerando **m** e **k** conhecidos, $\mathbf{b_h=0,1}$ e **M=2·m**, calcular a frequência natural de oscilação do sistema e o fator de amortecimento equivalente, devido à histerese do material da mola;
c) Para os mesmos dados do quesito anterior, determinar a evolução do sistema no tempo, a partir de uma condição inicial na qual a barra mais longa foi deslocada **5º** da posição de equilíbrio, afastando a massa **M** do plano vertical por **A**.

**2ª Questão** A figura representa um andaime suspenso por duas barras de aço de comprimento **L** e massa desprezível, articuladas nas extremidades. A massa total do andaime é **M+m**, onde **m** é a massa rotativa total com excentricidade **e** de um excitador horizontal de frequência angular $\boldsymbol{\omega_f}$. Cada articulação apresenta um momento de atrito seco $\boldsymbol{M_{at}}$, pequeno, mas não desprezível. A aceleração da gravidade é **g**. Pede-se:

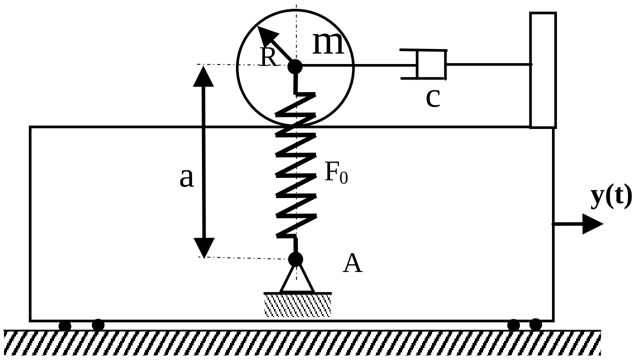



a) A equação diferencial do movimento de oscilação do andaime, suposta de pequena amplitude, e sua frequência natural $\boldsymbol{\omega}$.
b) Sendo dados $\boldsymbol{M=9\cdot m}$, $\boldsymbol{M_{at}=0{,}01\cdot(M+m)\cdot g\cdot e}$, esboce a curva de resposta em regime permanente da oscilação do andaime.

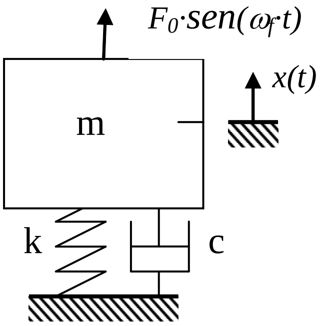
**3ª Questão:** Um cilindro homogêneo de massa **m** e raio **R** rola sem escorregar sobre uma base que possui um deslocamento horizontal dado **y(t)**. Uma mola em tração com comprimento **a** aplica uma força $\mathbf{F_0}$ no centro do cilindro e um amortecedor de constante de amortecimento **c** liga o centro do cilindro a um ponto da base, conforme indicado na figura. Pede-se:

a) A equação diferencial do movimento horizontal do cilindro em relação à base.
b) Calcular a frequência natural da oscilação horizontal do cilindro e o fator de amortecimento dessa oscilação.

c) Sendo y(t)=Y·sen($\omega_f$·t), calcular a amplitude da oscilação do cilindro em relação à base.
d) Se a frequência de excitação for idêntica à frequência natural do sistema, calcular a potência do sistema de acionamento do movimento da base oscilante.




**Formulário**
Equação diferencial em *x(t)*.




$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = F_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$$

solução da homogênea:

$$x_h(t) = X \cdot e^{-\zeta \cdot \omega \cdot t} \cdot sen(\omega_d \cdot t + \phi) \quad \text{para} \quad \zeta < 1$$

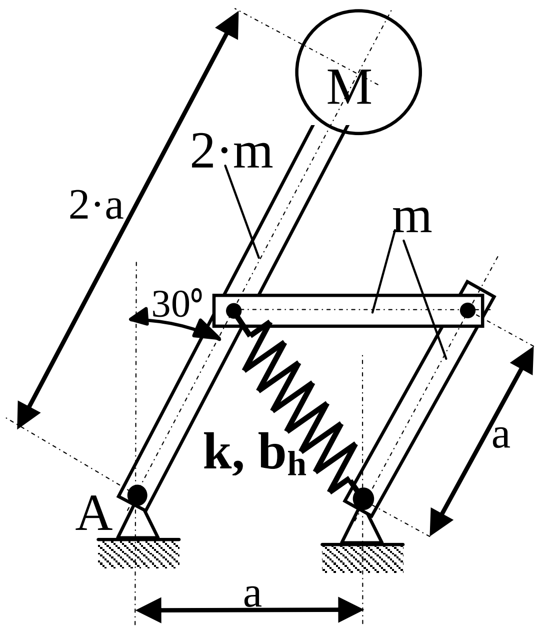
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \;;\; \zeta = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}} \;;\; \boldsymbol{\omega_d = \omega \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

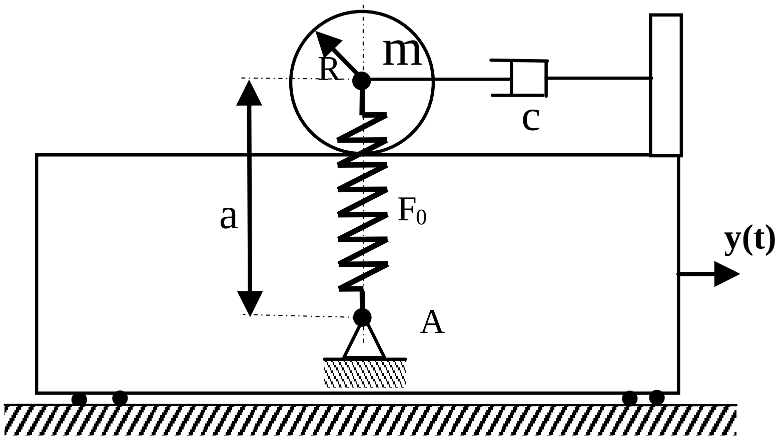
solução particular:

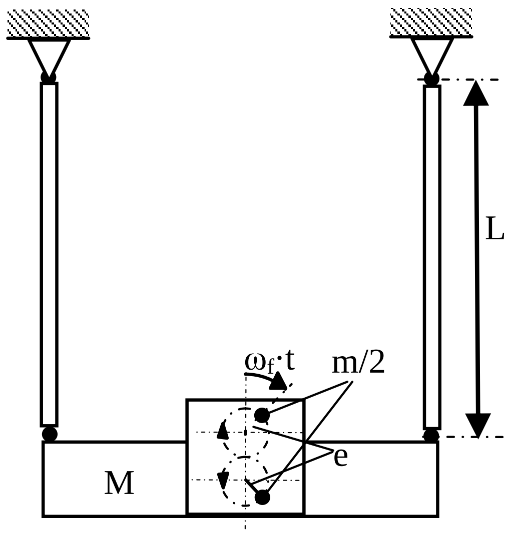
$$x_p(t) = X_P \cdot sen(\omega_f \cdot t - \psi)\;;$$

$$X_P = \frac{F_0 / k}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}} \;;\; \tan(\psi) = \frac{2 \cdot \zeta \cdot r}{1 - r^2} \;;\; r = \frac{\omega_f}{\omega}$$

Se o material da mola dissipa energia por histerese com coeficiente $b_h << 1$, então: $c_{eq} = \frac{b_h \cdot k}{\Omega}$ onde $\Omega = \omega_f$ para solução particular, ou $\Omega = \omega_d$ para a solução da homogênea.


M
2·m
2·a
m
30°
k, b_h
a
A
a


m
R
c
a
F_0
y(t)
A


L
ω_f·t
m/2
e
M