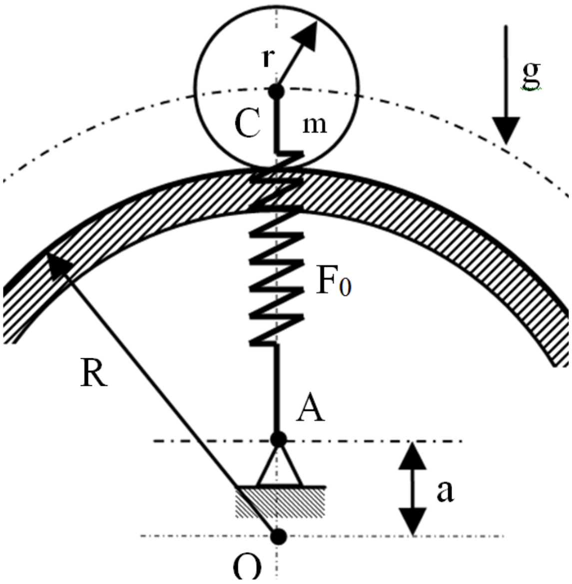
PME 2341 **2ª PROVA** **19/05/15**

Prof. Francisco E. B. Nigro Prof. Demetrio C. Zachariadis

1ª Questão O sistema representado na figura em sua configuração de equilíbrio é constituído de um cilindro homogêneo de massa ***m*** e raio ***r***, que rola sem escorregar sobre uma superfície cilíndrica de raio ***R***.

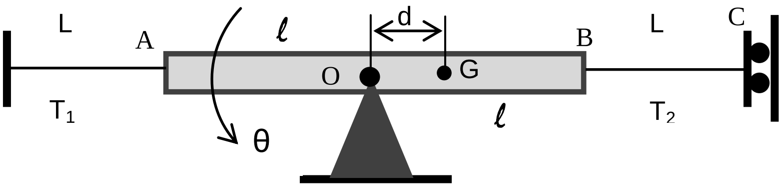


Além da ação da gravidade existe uma força F_0 aplicada no centro ***C*** do cilindro por uma mola tracionada de baixa rigidez articulada no ponto ***A***, o qual dista ***a*** do centro da superfície. Deseja-se estudar a evolução do movimento do cilindro em torno do centro ***O***, para pequenas amplitudes angulares. Pede-se:

a) A equação diferencial do movimento do ponto ***C*** em relação ao polo ***O***;
b) Sendo dados que $R=4\cdot r$ e $a=r$, discutir a estabilidade do equilíbrio do cilindro na configuração da figura;
c) Para as mesmas relações geométricas do quesito anterior e supondo-se que a estabilidade da posição de equilíbrio esteja satisfeita, calcular o movimento do eixo do cilindro no tempo, admitindo-se que no tempo $t=0$ ele tenha sido solto de uma posição em que o segmento ***OC*** fazia um ângulo $\varphi_0 < 10^o$ com a vertical.

2ª Questão A figura apresenta o esquema de um equipamento de massa ***m*** e momento de inércia J_o articulado em **O** e mantido na posição de equilíbrio indicada por dois fios pré-tracionados, sendo T_1 a tração no fio à esquerda e T_2 no fio à direita. A articulação em ***O*** apresenta momento de atrito seco M_{at}, pequeno, mas não desprezível. A extremidade ***C*** do fio à direita executa movimentos de pequena amplitude na direção vertical segundo a função horária $y_c(t)=Y\cdot sen\ (\omega\cdot t)$. Pede-se

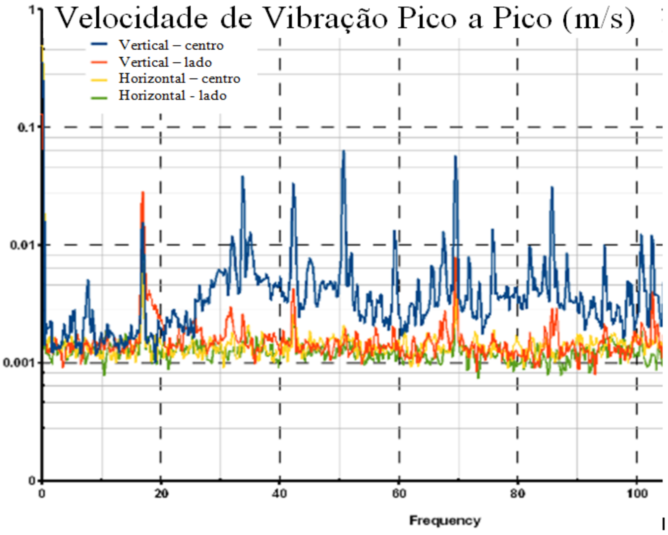
a) A equação diferencial do movimento do equipamento e a sua frequência natural ω_n admitindo que ele vibre com pequena amplitude Θ e que na condição de equilíbrio estático esteja na direção horizontal.



b) Sendo dados $T_2=2\cdot T_1$, $L=\ell$ e $M_{at}=T_1\cdot Y/2$, esboce a curva de resposta em regime permanente (Θ_p em função de ***r***).
c) Esboce a posição da barra e dos fios nas situações de máxima amplitude de vibração nas frequências correspondentes a ***r = ½*** e ***r = 3***.

3ª Questão: O piso da sala de metrologia de uma fábrica de componentes automotivos apresenta uma velocidade de vibração vertical muito elevada, como se nota no espectro em frequência da figura, como consequência da vibração transmitida da oficina de prensas excêntricas, localizada em área próxima à da referida sala. A tabela ao lado apresenta as frequências a serem consideradas bem como os valores de velocidade pico a pico. Deseja-se instalar uma máquina tridimensional de medição com massa total de ***500 kg*** na sala de metrologia. Para garantir a precisão de medida da máquina tridimensional, é necessário instalá-la sobre uma base rígida com velocidade de vibração menor que ***0,2 mm/s*** pico, em qualquer frequência específica. Deseja-se projetar, para a máquina, uma base adicional, a ser instalada sobre o piso da sala apoiada em 4 coxins de borracha, que possibilite atender esse requisito. Sabendo-se que a rigidez mínima de cada coxim deve ser de ***200 N/mm*** para

Frequência (Hz)	Velocidade pico a pico (mm/s)
8,63	2,0
17,25	20,0
25,88	8,0
34,50	35,0
43,13	25,0
51,75	80,0
60,38	10,0
69,00	75,0
77,63	10,0
86,25	25,0
94,88	10,0
103,50	12,0

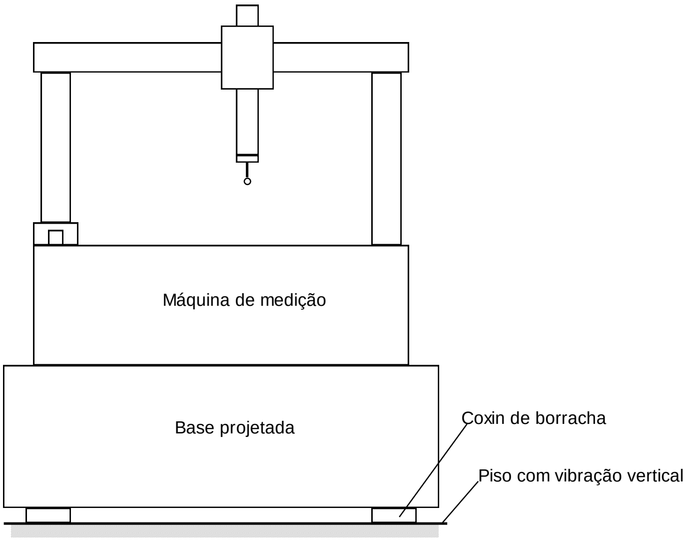


assegurar estabilidade à base e que o coeficiente de histerese da borracha é $\boldsymbol{b_h = 0,1}$ pede-se:

a) Representar o sistema vibratório constituído pelo piso, máquina, base adicional e coxins de borracha por um modelo físico de parâmetros concentrados, e determinar a equação diferencial do movimento vertical da base da máquina.

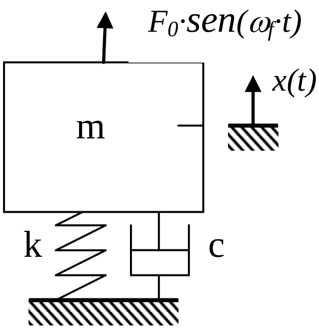
b) Determinar a vibração vertical da base em regime permanente em função da frequência de vibração do piso, supondo os parâmetros do modelo conhecidos.

c) Calcular a massa mínima da base projetada para atender ao requisito de projeto.



Formulário

Equação diferencial em *x(t)*.



$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = F_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$$

solução da homogênea:

$$x_h(t) = X \cdot e^{-\zeta \cdot \omega \cdot t} \cdot sen(\omega_d \cdot t + \phi) \quad \text{para} \quad \zeta < 1$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \; ; \; \zeta = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}} \; ; \; \boldsymbol{\omega_d = \omega \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

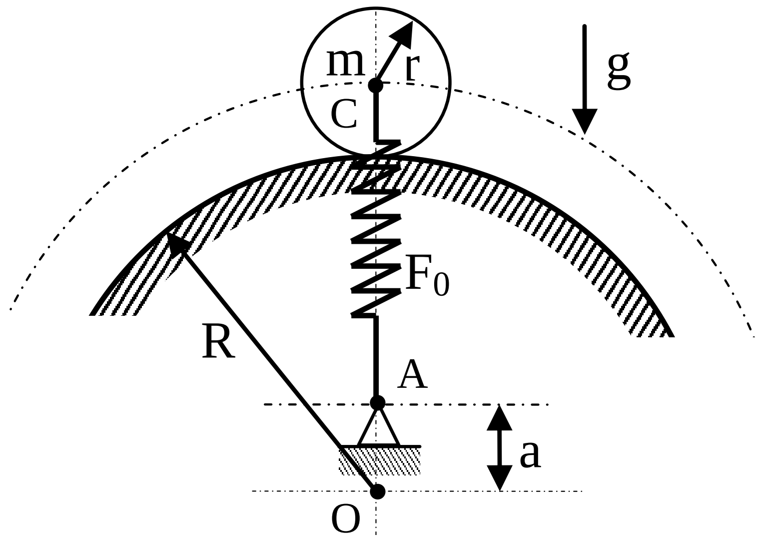
solução particular:

$$x_p(t) = X_P \cdot sen(\omega_f \cdot t - \psi) \, ;$$

$$X_P = \frac{F_0 / k}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}} \; ; \; \tan(\psi) = \frac{2 \cdot \zeta \cdot r}{1 - r^2} \; ; \; r = \frac{\omega_f}{\omega}$$

Se o material da mola dissipa energia por histerese com coeficiente $b_h << 1$, então: $c_{eq} = \dfrac{b_h \cdot k}{\Omega}$ onde

$\Omega = \omega_f$ para solução particular, ou $\Omega = \omega_d$ para a solução da homogênea.



m
r
C
g
F0
R
A
a
O