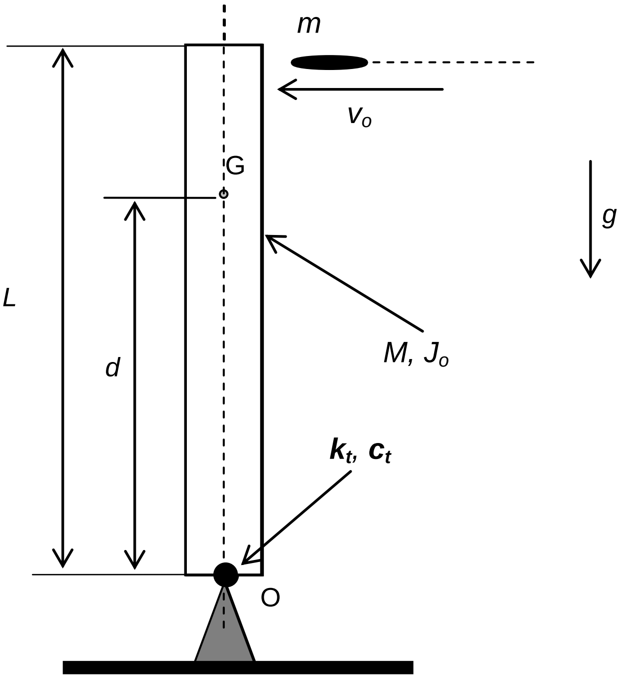
PME 2341 **2ª PROVA** **13/05/14**

Prof. Francisco E. B. Nigro Prof. Demetrio C. Zachariadis

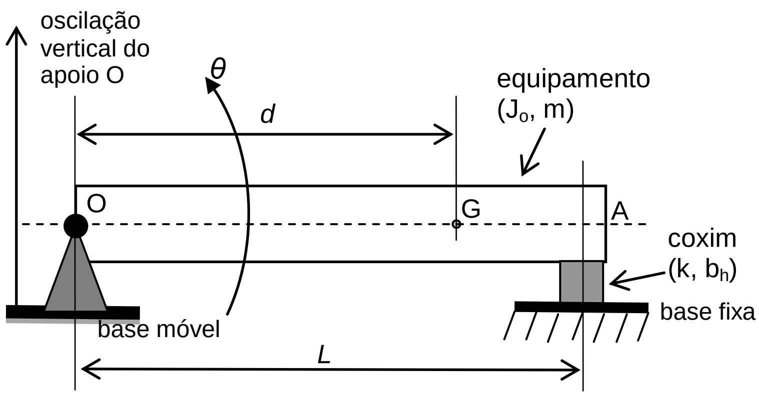
1ª Questão Um projétil de massa $\boldsymbol{m}$ atinge um anteparo de massa $\boldsymbol{M}$ e momento de inércia $\boldsymbol{Jo}$ em relação ao eixo de articulação, que se encontra em repouso na vertical; imediatamente antes do choque a velocidade do projetil é $\boldsymbol{v_o}$. O anteparo é conectado ao solo por uma mola torcional de rigidez $\boldsymbol{k_t}$ e amortecimento equivalente $\boldsymbol{c_t}$. Sabendo que o projetil fica encravado na extremidade do anteparo, pede-se:

a) A equação diferencial do movimento do anteparo após o choque e a sua frequência natural amortecida;
b) Admitindo que $\boldsymbol{m} << \boldsymbol{M}$ e $\boldsymbol{c_t} << \boldsymbol{c_{crítico}}$, estime a máxima inclinação do anteparo após o choque.

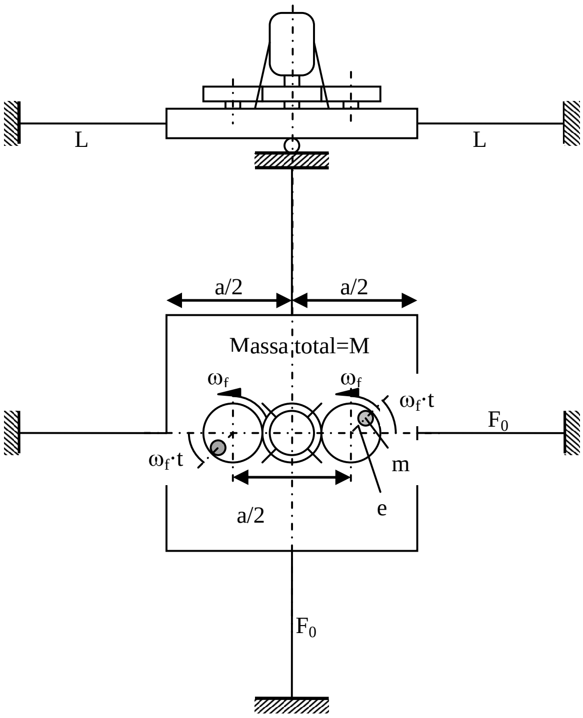


2ª Questão A figura apresenta o esquema de um equipamento de massa $\boldsymbol{m}$ e momento de inércia $\boldsymbol{J_o}$ articulado em uma extremidade a uma base que se move na vertical; a outra extremidade é presa a uma base fixa por um coxim de rigidez $\boldsymbol{k}$ e coeficiente de amortecimento por histerese $\boldsymbol{b_h}$. O movimento vertical da base móvel é descrito pela função $\boldsymbol{V(t)=Y \cdot sen(\omega_f \cdot t)}$ e o centro de massa **G** do equipamento dista $\boldsymbol{d}$ do apoio móvel. Pede-se:

a) A equação diferencial do movimento do equipamento e a sua frequência natural $\boldsymbol{\omega_n}$ admitindo que ele vibre com pequena amplitude $\boldsymbol{\theta}$ e que na condição de equilíbrio estático esteja na direção horizontal.
b) Considerando o sistema não amortecido, determine o valor de $\boldsymbol{\omega_f}$ para o qual o equipamento oscila na vertical sem inclinar (isto é, com $\boldsymbol{\theta=0}$), e calcule as reações vinculares nessa situação.



3ª Questão Uma mesa de calibração de sensores dinâmicos de vibração angular, que tem massa total ***M*** e permite movimento em torno do eixo vertical, é assim constituída: uma placa horizontal quadrada de lado ***a***; um sistema de acionamento de duas massas excêntricas idênticas ***m*** com movimento angular sincronizado por engrenagens de modo a neutralizar os esforços de inércia radiais ao eixo vertical da placa; e de um sistema de 4 fios de aço de comprimento ***L*** pré-tensionados com forças ***F_0***, de modo a possibilitar o movimento angular em torno do eixo vertical da placa eliminando qualquer deslocamento radial. O peso do conjunto é suportado por um mancal de escora de baixo atrito. A figura apresenta as vistas em planta e elevação da mesa.

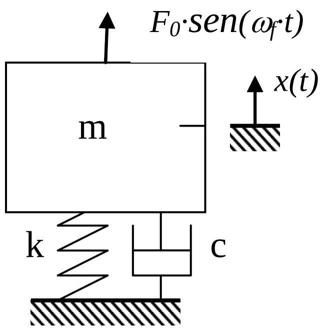


Sabendo-se que as massas ***m*** com excentricidade ***e*** giram com velocidade angular ***ω_f*** relativa à placa em torno de eixos verticais que distam ***a/4*** do eixo central da placa e que o conjunto subtraído das massas ***m***, portanto de massa ***(M-2·m)***, tem momento de inércia ***Jo=(M-2·m)·a^2/8*, **em relação a esse eixo central**,** pede-se:

a) A equação diferencial para pequenas amplitudes do movimento angular da placa no seu plano, supondo as massas ***m*** com excentricidades nulas.
b) A equação diferencial para pequenas amplitudes do movimento angular da placa no seu plano, considerando as massas ***m*** com excentricidades conhecidas iguais a ***e<<a***.
c) Sendo dados: **M=2kg**, **m=0,2kg**, **a=200mm**, **L=200mm**, **e=10mm** e **F_0=250N**, determinar a frequência natural de oscilação do sistema.
d) Determinar a amplitude da vibração angular da placa em regime permanente em função de ***ω_f*** e esboçar um gráfico da solução para os parâmetros dados no item anterior para ***0<ω_f<600 rad/s***

Formulário

Equação diferencial em *x(t)*.



$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = F_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$$

solução da homogênea:

$$x_h(t) = X \cdot e^{-\zeta \cdot \omega \cdot t} \cdot sen(\omega_d \cdot t + \phi) \quad \text{para} \quad \zeta < 1$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\ ;\ \zeta = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}}\ ;\ \boldsymbol{\omega_d = \omega \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

solução particular:

$$x_p(t) = X_P \cdot sen(\omega_f \cdot t - \psi)\ ;$$

$$X_P = \frac{F_0 / k}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}}\ ;$$

$$\tan(\psi) = \frac{2 \cdot \zeta \cdot r}{1 - r^2}\ ;\quad r = \frac{\omega_f}{\omega}$$

Se o material da mola dissipa energia por histerese com coeficiente $b_h << 1$, então: $c_{eq} = \dfrac{b_h \cdot k}{\Omega}$ onde

$\Omega = \omega_f$ para solução particular, ou $\Omega = \omega_d$ para a solução da homogênea