PME 2341 **2ª PROVA** **22/05/12**

Prof. Francisco E. B. Nigro Prof. Demétrio C. Zachariadis

1ª Questão: A figura mostra uma barra homogênea (massa **m**, comprimento **l**) articulada ao ponto **O** de um carro que percorre uma guia retilínea com velocidade constante **v** positiva; em equilíbrio, a barra pende na vertical e também é conectada ao carro por uma mola torcional de constante elástica $\mathbf{k_t}$ e amortecimento viscoso linear equivalente $\mathbf{c_t}$. No instante t=0 o carro é acelerado com aceleração constante **a** positiva e permanece nessa condição durante um intervalo de tempo **T**, ao término do qual o carro volta a se deslocar com velocidade constante. Pede-se:

a) A equação diferencial do movimento da barra durante o intervalo de tempo **T**;

b) A função $\theta(t)$ que resolve a equação diferencial do item a), dado que $\mathbf{c_t < c_{crítico}}$;

c) A função $\theta(t)$ que descreve o movimento de oscilação da barra após o intervalo de tempo **T**;

d) Admitindo que o intervalo de tempo **T** seja suficientemente longo, determine o valor de θ de equilíbrio.

2ª Questão: O equipamento representado na figura é composto por um motor que gira com velocidade angular ω constante e aciona 2 excêntricos. Um deles está conectado diretamente ao eixo do motor e gira com velocidade angular $\omega_1 = \omega$; o outro está conectado através de uma caixa de engrenagens e gira com velocidade angular ω_2. O equipamento está preso a uma base apoiada sobre coxins de borracha (rigidez total **K** e constante de amortecimento por histerese $\mathbf{b_h}$) que se movimenta apenas na direção vertical. São conhecidos também: m_i , e_i (massa e excentricidade das partes rotativas que giram com velocidade angular ω_i), φ_{12_0} (ângulo entre os excêntricos em t=0) e **M** (massa da base e demais partes do equipamento exceto as massas m_i). Pede-se:

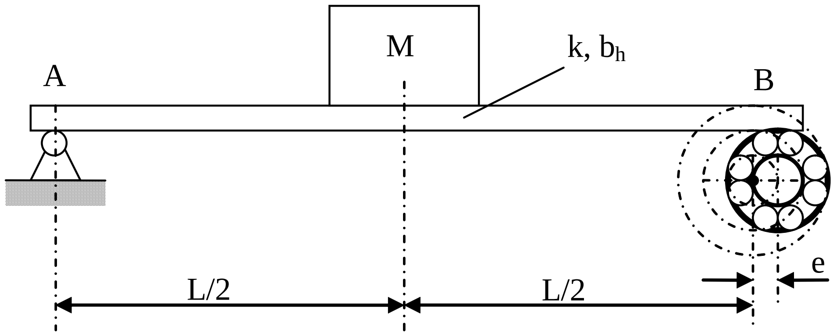
a) A equação diferencial do movimento vertical da base;

b) Dado $\omega_2 = 2\omega_1$ e admitindo que $b_h^2 << 1$, estime os valores de $r = \omega / \omega_n$ nos quais a amplitude de vibração da base é máxima;

c) Dados $\omega_2 = 2\omega_1$, M=., K=.., b_h =., etc,. determine as máximas amplitudes de vibração da base;

d) Considerando os dados do item anterior e $\varphi_{12_0} = \pi$, determine a amplitude de vibração da base quando $r >> 1$.

3ª Questão: Com a finalidade de determinar os valores da rigidez à flexão de uma viga de material composto, quando submetida a carregamento no centro do vão, e do coeficiente de histerese de seu material, foi construído o seguinte experimento: a viga **AB** com comprimento ***L*** foi bi-apoiada nas extremidades conforme indicado na figura, sendo que ao apoio **B** foi imposto um movimento vertical de oscilação, o qual é provocado por um eixo que gira

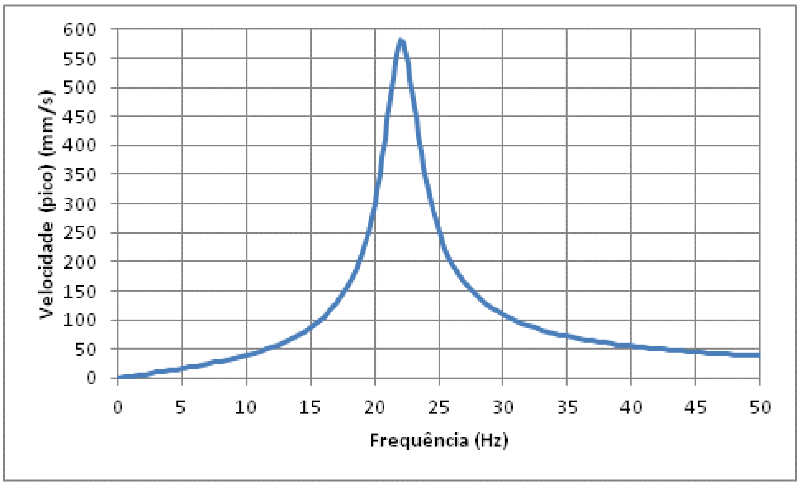


excentricamente com velocidade angular ω_f que pode ser alterada; uma massa ***M*** (muito maior que a massa da viga) é fixada no centro do vão da viga e instrumentada para que sua velocidade absoluta de vibração vertical seja medida; é feita uma varredura lenta em frequência alterando-se a velocidade angular do eixo de excentricidade ***e***, sendo registrados os valores de pico da velocidade de vibração vertical da massa ***M***, em função da frequência de rotação do eixo excêntrico, conforme apresentado na figura. Pede-se:

a) determinar a equação diferencial do movimento absoluto vertical da massa ***M***, supondo conhecidos o coeficiente de dissipação por histerese do material $\boldsymbol{b_h}$, a rigidez da viga ***k*** para uma força no centro do vão, além de ***M***, ***e*** e ω_f ;

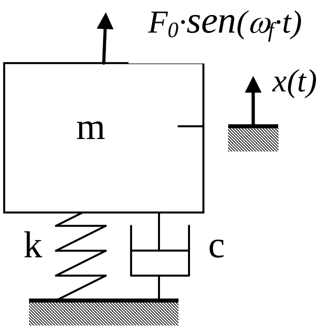
b) supondo os parâmetros da pergunta anterior conhecidos, determinar a equação da amplitude de vibração da massa ***M*** em regime permanente em função de ω_f;

c) sendo dados ***M = 1kg***, ***e = 1mm***, e o registro do valor da velocidade de vibração em função da frequência representado na figura, calcular a rigidez da viga ***k*** e o coeficiente de histerese $\boldsymbol{b_h}$ de seu material.



Formulário

Equação diferencial em *x(t)*.



$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = F_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$$

solução da homogênea:

$$x_h(t) = X \cdot e^{-\zeta \cdot \omega \cdot t} \cdot sen(\omega_d \cdot t + \phi) \quad \text{para} \quad \zeta < 1$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \; ; \; \zeta = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}} \; ; \; \boldsymbol{\omega_d = \omega \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

solução particular:

$$x_p(t) = X_P \cdot sen(\omega_f \cdot t - \psi) \; ; \; X_P = \frac{F_0 / k}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}} \; ;$$

$$\tan(\psi) = \frac{2 \cdot \zeta \cdot r}{1 - r^2} \; ; \; r = \frac{\omega_f}{\omega}$$

Se o material da mola dissipa energia por histerese com coeficiente $b_h << 1$, então:

$$c_{eq} = \frac{b_h \cdot k}{\Omega} \quad \text{onde} \quad \Omega = \omega_f \quad \text{para solução particular, ou} \quad \Omega = \omega_d \quad \text{para a solução da homogênea}$$