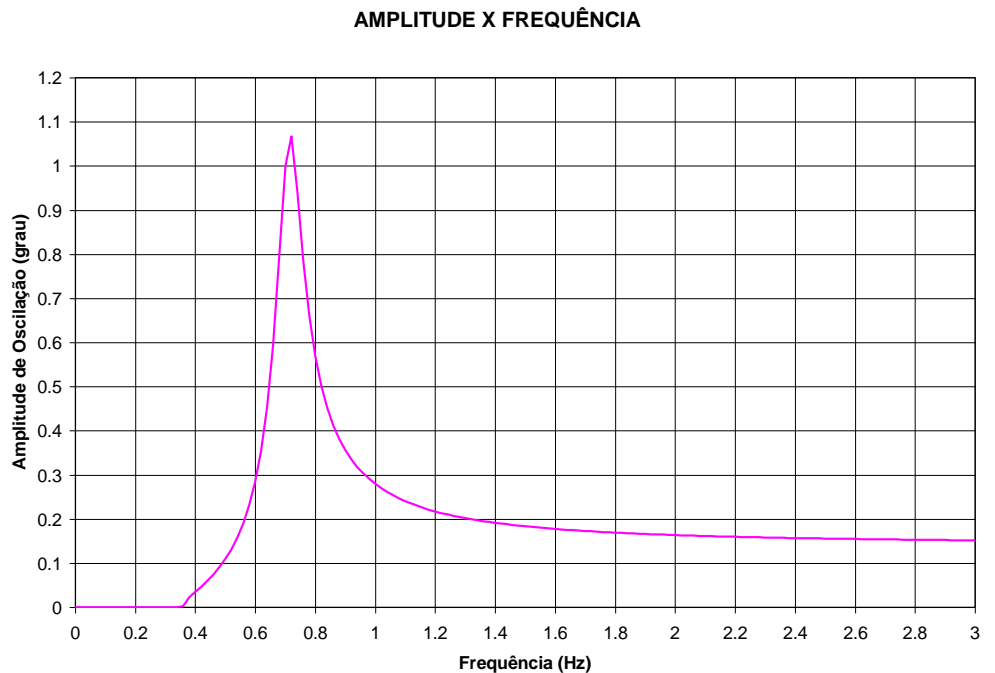
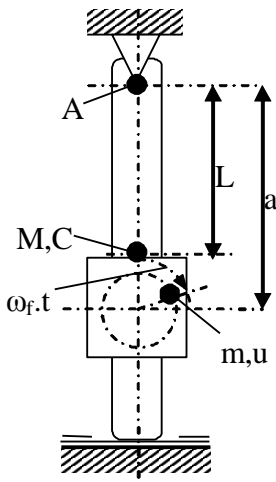


Prof. Francisco E. B. Nigro

**1ª Questão** – O pêndulo físico representado na figura, com massa total  $M$  e cujo centro de massa  $C$  dista  $L$  da articulação  $A$ , possui um pequeno motor elétrico incorporado, cujo rotor tem massa  $m$  e cujo eixo de rotação é paralelo ao eixo da articulação e dista  $a$  dela. O plano definido pelas dois eixos contém o centro de massa  $C$ . O rotor tem um desbalanceamento estático conhecido  $u$  (massa  $\times$  excentricidade)  $\ll m \cdot a$ , gira com velocidade angular  $\omega_f$  que pode ser alterada externamente. A oscilação do pêndulo é amortecida tanto pelo atrito seco na articulação como também por um contato com um líquido viscoso em sua extremidade inferior. Supondo pequenas amplitudes de movimento e aceleração da gravidade  $g=10\text{m/s}^2$ , pede-se:

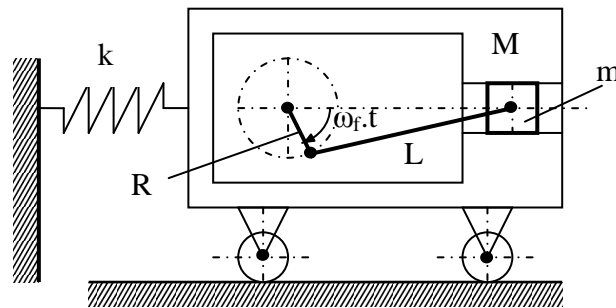
- Determinar a equação diferencial do movimento de oscilação do pêndulo, supondo conhecidos os parâmetros de amortecimento por atrito seco e viscoso e o momento de inércia do pêndulo.
- Determinar a frequência natural de oscilação do pêndulo e sua resposta em regime permanente em função de  $\omega_f$ , supondo conhecidos os parâmetros do item anterior.
- Sendo dados  $M= 10\text{kg}$ ,  $L= 0,4\text{m}$ ,  $a=0,5\text{m}$ ,  $u=0,01\text{kg}\cdot\text{m}$  e  $m=1\text{kg}$  e tendo sido determinada experimentalmente a amplitude da oscilação angular do pêndulo em função da frequência angular da excitação  $\omega_f$ , conforme representado na figura, determinar os valores dos parâmetros admitidos no item **a**).



**2ª Questão**- O brinquedo representado na figura, de massa total  $M$ , se apóia através de rodas de borracha de pequenas dimensões em uma superfície horizontal e está preso a uma mola de rigidez  $k$ . Um sistema biela/manivela acionado eletricamente com uma velocidade angular  $\omega_f$ , movimenta um pistão de massa  $m$ , conforme representado. São dados: raio da manivela-  $R$ ; comprimento da biela-  $L$ ; coeficiente de resistência ao rolamento das rodas-  $\mu_{rol}$ . Pede-se:

- Determinar a equação diferencial do movimento de oscilação horizontal da carcaça do brinquedo.
- Sendo  $L=4.R$ , determinar os dois primeiros componentes harmônicos do movimento do pistão em relação à carcaça do brinquedo, quando a manivela gira com velocidade angular  $\omega_f$ .

- c) Determinar o movimento de oscilação horizontal da carcaça do brinquedo, quando o sistema biela/manivela está girando com uma velocidade angular  $\omega_f$  constante qualquer, sendo considerados os dois primeiros componentes harmônicos do item anterior, e que  $\mu_{rol} = 0,02$ .
- d) Calcular os valores de  $\omega_f$  que provocam ressonância no sistema.



**3ª Questão-** Um transdutor de posição angular óptico está sendo utilizado para medir o movimento de rotação do pinhão de uma caixa de direção de um veículo submetido a movimentos laterais bruscos nas rodas direcionais. Esses movimentos são transmitidos para a cremalheira que os impõe no pinhão. A figura representa o rotor do transdutor, de momento de inércia  $J$ , acoplado a seu eixo de rigidez torcional  $k_t$ . A outra extremidade do eixo está rigidamente fixada no pinhão, e recebe o movimento angular imposto ao mesmo pela cremalheira. Sabendo-se que o pinhão sofre o movimento angular representado na figura, pede-se:

- a) Determinar a equação diferencial do movimento angular do rotor do transdutor, submetido a uma excitação angular genérica do pinhão.
- b) Calcular o movimento angular de resposta do rotor do transdutor, quando o movimento do pinhão é o representado na figura, dado por:  $\alpha(t) = \alpha_0 \cdot [1 - \cos(2 \cdot \pi \cdot t / T)]$  para  $0 \leq t \leq T$
- c) Determinar o máximo erro de indicação do transdutor, para o movimento imposto do item b), com  $\alpha_0 = 10^\circ$ ,  $J = 2g \cdot cm^2$ ,  $k_t = 0,5 Nm/rad$  e  $T = 10ms$

