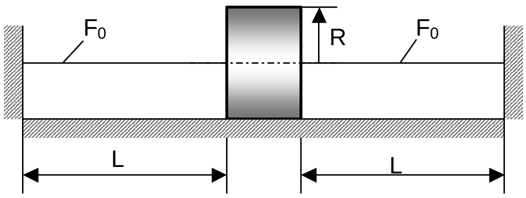
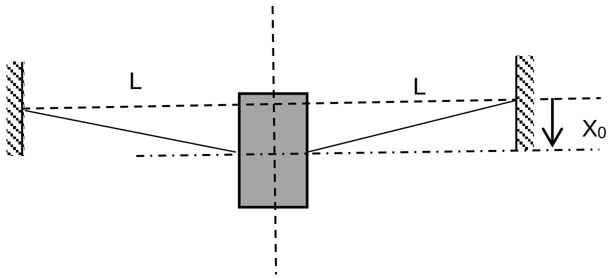
PME 3400 **2ª PROVA** **22/05/18**

Prof. Francisco E. B. Nigro Prof. Demetrio C. Zachariadis

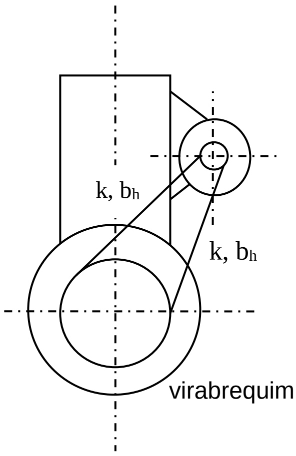
$1^{\underline{a}}$ **Questão** – O cilindro homogêneo de material polimérico com massa **M** e raio **R**, representado na figura, rola sem escorregar sobre um plano horizontal sob a ação de dois fios flexíveis de massa desprezível e comprimento **L**, pré-tencionados com uma força $\mathbf{F_0}$ e alinhados com o eixo do cilindro na posição de equilíbrio. Deseja-se determinar o coeficiente de resistência ao rolamento ($\mathbf{\mu_{rol}}$) do cilindro sobre o plano. Após um deslocamento horizontal inicial $\mathbf{x_0 << L}$ do eixo do cilindro, paralelamente a si mesmo, o sistema é deixado livre para oscilar. Pede-se:

a) Determinar a equação diferencial do movimento horizontal do eixo do cilindro;
b) Calcular a frequência natural de oscilação do sistema;
c) Indicar graficamente a evolução esperada no tempo da posição horizontal do eixo do cilindro;
d) Sendo dados: $\mathbf{F_0 = M \cdot g}$; **L= 50 cm**; $\mathbf{x_0 = 4\ cm}$; e medido o tempo total de oscilação até a parada de cerca de **6** segundos, estimar o valor de $\mathbf{\mu_{rol}}$





$2^{\underline{a}}$ **Questão:** Os virabrequins de motores de combustão interna a pistões alternativos, mesmo quando em regime permanente, apresentam aceleração angular como consequência de seu próprio processo de funcionamento. A figura representa esquematicamente uma polia motora fixada no virabrequim de um motor, a qual aciona, por meio de correia, um gerador de eletricidade preso ao mesmo motor. Sabendo-se que o momento polar de inércia do rotor do gerador em relação ao seu eixo é **J**; que o raio da polia no virabrequim é $\mathbf{R_1}$; que o raio da polia movida é $\mathbf{R_2}$; que a velocidade angular média do virabrequim na condição de estudo é **Ω** e que a aceleração angular do virabrequim pode ser aproximada por $\mathbf{\alpha(t) = A \cdot sen(n \cdot \Omega \cdot t/2)}$, onde **n** é o número de cilindros do motor de quatro tempos, pede-se:



a) Calcular a aceleração angular do rotor do alternador supondo que a correia seja inextensível**.**

b) Supondo-se que cada ramo livre da correia tem rigidez **k** conhecida e coeficiente de histerese $\mathbf{b_h}$, e que a correia é suficientemente pré-tensionada para que seus dois ramos nunca deixem de estar tracionados, determinar a equação diferencial do movimento angular do rotor do alternador.

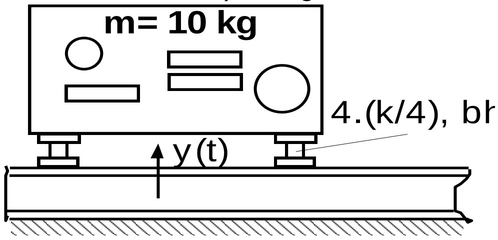
c) Sendo dados: **Ω= 250rad/s**; $\mathbf{R_1 = 60mm}$; $\mathbf{R_2 = 20mm}$; $\mathbf{A = 4800 rad/s^2}$; **n= 4** cilindros**;** $\mathbf{J = 4 \cdot 10^{-4}\ kg \cdot m^2}$; $\mathbf{b_h = 0,05}$; e o valor da máxima aceleração angular que o rotor do alternador suporta = $\mathbf{1800 rad/s^2}$, calcular a máxima rigidez admissível para cada ramo da correia, **k**.

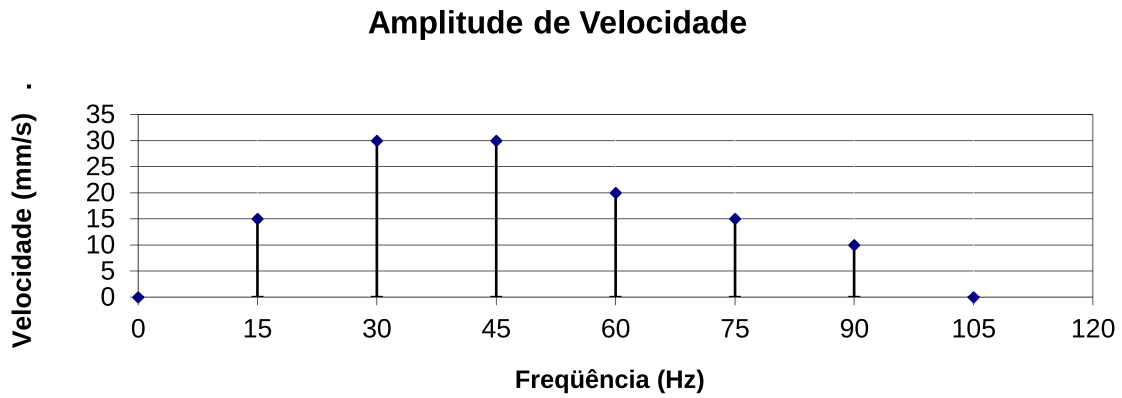
3ª **Questão:** Um painel de instrumentos de massa **m= 10 kg** deve ser montado na estrutura de uma máquina que apresenta vibração vertical conforme o espectro discreto de frequências apresentado na figura. Sabendo-se que a máxima velocidade de vibração vertical admissível para o painel em qualquer frequência individual é **1 mm/s**, pede-se:

a) escrever a equação diferencial do movimento vertical do painel, suposto apoiado em quatro pés (feitos de borracha com coeficiente de histerese **b_h= 0,2**) de rigidez **k/4** cada;

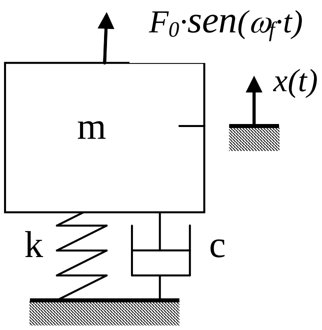
b) determinar a velocidade da vibração vertical do painel em regime permanente na freqüência de **30 Hz**, supondo **k** e **b_h** conhecidos;

c) calcular a rigidez **k** dos 4 coxins de borracha com coeficiente de histerese **b_h=0,2**, para que a velocidade de vibração vertical do painel em qualquer freqüência seja menor que **1 mm/s**;





Formulário
Equação diferencial em *x(t)*.



$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = F_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$$

solução da homogênea:

$$x_h(t) = X \cdot e^{-\zeta \cdot \omega \cdot t} \cdot sen(\omega_d \cdot t + \phi) \quad \text{para} \quad \zeta < 1$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \; ; \; \zeta = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}} \; ; \; \boldsymbol{\omega_d = \omega \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

solução particular:

$$x_p(t) = X_P \cdot sen(\omega_f \cdot t - \psi) \, ;$$

$$X_P = \frac{F_0 / k}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}} \; ; \; \tan(\psi) = \frac{2 \cdot \zeta \cdot r}{1 - r^2} \; ; \; r = \frac{\omega_f}{\omega}$$

Se o material da mola dissipa energia por histerese com coeficiente $b_h << 1$, então: $c_{eq} = \frac{b_h \cdot k}{\Omega}$ onde

$\Omega = \omega_f$ para solução particular, ou $\Omega = \omega_d$ para a solução da homogênea.

Energia dissipada em um ciclo por um amortecedor viscoso linear: $E_d = \pi\, C\, \omega\, X^2$, onde C é o coeficiente de amortecimento, ω a frequência angular e X a amplitude da vibração.