PME 3222 - MECÂNICA DOS FLUIDOS
PARA ENGENHARIA CIVIL

EXERCÍCIOS : ESCOAMENTOS INTERNOS
CÁLCULO DE PERDA DE
CARGA - APLICAÇÕES DA
EQUAÇÃO DA ENERGIA

AULA : 10/06/20

PROFESSOR : JAYME P. ORTIZ

1ª Questão)

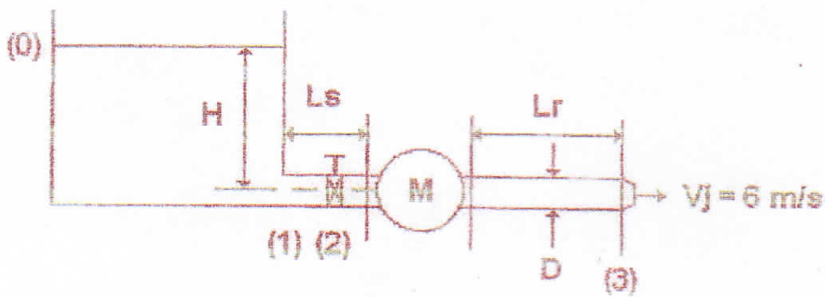
Na instalação da figura, admitindo um reservatório de água a *20°C* de grandes dimensões e sendo a altura do nível d´água no reservatório $H = 10\ m$, pede-se:

a) Classificar o escoamento (laminar ou turbulento), justificando a resposta. Determinar o coeficiente f de perda de carga distribuída na tubulação de diâmetro constante $D = 50\ mm$ e de rugosidade uniforme equivalente $e = 10^{-4}\ m$, sabendo-se que o diâmetro menor do bocal de saída é de $25\ mm$ e a velocidade do jato na saída é de $6\ m/s$. *Obs.: aplicar a equação de Colebrook.*

b) Determinar o tipo de máquina hidráulica M e a potência disponível no seu eixo, admitindo-se rendimento de *88%*.

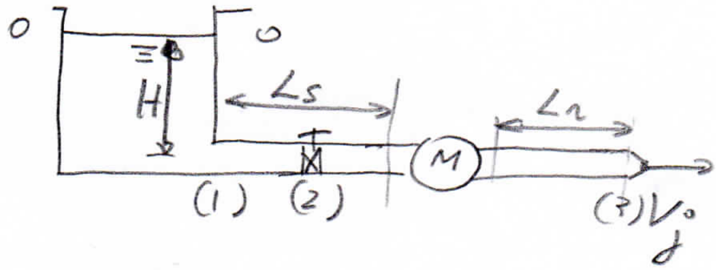
Dados: $Ls = 2\ m$; $L_R = 8\ m$; $Leq_1 = 0{,}8\ m$ $Ks_2 = 8$; $Ks_3 = 0{,}6$; $g = 10 m/s2$.

Obs.: desprezar o comprimento do bocal.



1ª Questão)

Dados



$\rho_{H_2O} \cong 1000\ Kg/m^3$ (a 20°C)

$g = 10\ m/s^2$

$H = 10\ m$

$D = 50\ mm$ (cte) ; $L_s = 2\ m$; $L_n = 8\ m$

$e = 10^{-4}\ m$; $L_{eq_1} = 0.8\ m$; $K_{s_2} = 8$; $K_{s_3} = 0.6$

$D_b = 25\ mm$; $V_j = 6\ m/s$

a) Classificar o escoamento

Pela continuidade: $V \frac{\pi D^2}{4} = V_j \frac{\pi D_b^2}{4}$

$$V = \left(\frac{D_b}{D}\right)^2 * V_j^o = \left(\frac{25}{50}\right)^2 \times 6 = 1{,}5\ m/s$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{1{,}5 \times 0{,}050}{10^{-6}} = 7{,}5 \times 10^4 = 75000 \gg 4000$$

A 20°C $\nu_{H_2O} \cong 10^{-6}\ m^2/s$ — Escoamento Turbulento

b) Determinação de f usando a equação de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(0{,}27\frac{K}{D} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

onde: $Re = 7{,}5 \times 10^4$

$$\frac{K}{D} = \frac{10^{-4}}{0.050} = \frac{10^{-1}}{50} = 2 \times 10^{-3}$$

∴ Obrigatório processo iterativo $\Rightarrow f = 0.0256$

c) Tipo de máquina M é $C1$ $\eta = 88\%$
a potência disponível no eixo.

Equação da Energia:

$$H_0 - H_3 = \Delta H_{0-3} - H_m$$

$$H_0 = \frac{V_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z = H$$

$$H_3 = \frac{V_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3 = \frac{V_j^2}{2g}$$

$$H - \frac{V_j^2}{2g} = \left(f\frac{L}{D} + f\frac{L_{eq}}{D} + K_{S2} + K_{S3} \right) \frac{V^2}{2g} - H_m$$

$$10 - \frac{6^2}{20} = \left(\underbrace{0.0256 \times \frac{(2+8+0{,}8)}{0.050}}_{14.130} + 8.0 + 0{,}6 \right) \frac{1{,}5^2}{20} - H_m$$

$H_m = -6.6\ m$ (Turbina)

$$Pot_{eixo} = \gamma Q H_m \eta_T = 10^4 \times 1.5 \times \frac{\pi \times (0.05)^2}{4} \times 6{,}6 \times 0{,}88$$

$$Pot_{eixo} = 171.06\ W$$

$$\Delta H_{0-3} = 1{,}59\, m$$

2) Ex. 8.3 – apostila: Na instalação da figura o sistema que interliga os reservatórios A e B é constituído por uma tubulação de diâmetro constante e pela máquina M. Admitindo-se desprezível as perdas de carga singulares na tubulação e, sendo conhecida, no trecho CD , a inclinação da LE e da LP, pede-se:

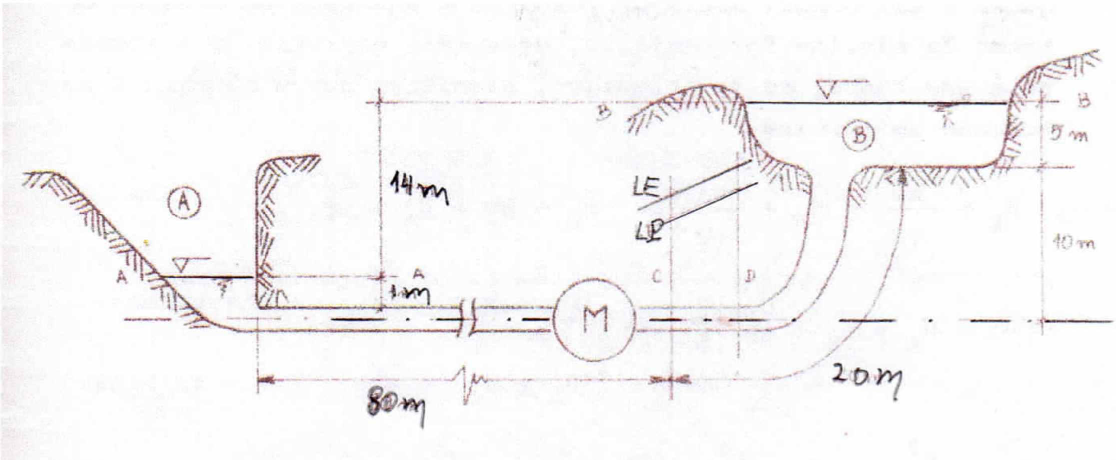
a) O tipo e M.

b) A potência da M.

c) A cota z da LP na seção C.

Dados: $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$; $\gamma = 10000\ N/m^3$; *ferro fundido* $(K = 2{,}6 \times 10^{-4}\ m)$;

$D = 0{,}1\ m$; $(LE - LP)_C = 0{,}2\ m$.



a) Sentido de escoamento da direita para a esquerda pelo comportamento das LE e LP.

Equação da Energia entre B e A:

$$H_B - H_A = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$$

$$H_B = \frac{\cancel{\alpha_B V_B^2}}{\cancel{2g}} + \frac{\cancel{p_B}}{\cancel{\gamma}} + z_B = z_B = 15\ m$$

$$H_A = \frac{\cancel{\alpha_A V_A^2}}{\cancel{2g}} + \frac{\cancel{p_A}}{\cancel{\gamma}} + z_A = z_A = 1\ m$$

$$\left(\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}\right)_{BA} = H_B - H_A = 15 - 1 = 14\ m$$

- Perdas singulares desprezíveis!

- Perda distribuída:

$$h_f = f \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = f \frac{100}{0,1}\frac{V^2}{2g}$$

Como $(LE-LP)_{\text{C}} = 0,2\,m = \frac{V_C^2}{2g} \Rightarrow V_C = \sqrt{2g\,0,2}$

$\therefore V_C = 2\,m/s = V\,(cte)$ $\qquad g = 10\,m/s^2$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{2\times 0,1}{10^{-6}} = 2\times 10^5 \Rightarrow \text{Turbulento}$$

Colebrook: $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(0,27\frac{K}{D} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}}\right)$

Hipótese Inicial: Turbulento Rugoso

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,74 + 2\log\frac{D}{2K} = 1.74 + 2\log\frac{0,1}{2\times 2,6\times 10^{-4}}$$

$$= 1,74 + 2\log\frac{384,62}{2}$$

Colebrook $\longleftarrow f = 0.025$

Método Iterativo:

valor estimado	$1/\sqrt{f}$	$-2\log(\ldots\ldots)$	Δ
0.020	7,0711	6,2039	14%
0,025	6,3246	6,2143	1,8%
$f =$ 0,0255	6,2622	6,2152	0,8%

Voltando a equação da Energia:

$$\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} = H_A - H_B + \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = -14 + h_{f_{BA}}$$

$$H_m = \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} = -14 + 0,0255\,\frac{100}{0,1}\times 0,2 = -8,9\,m$$

@ máquina é Turbina Hidráulica

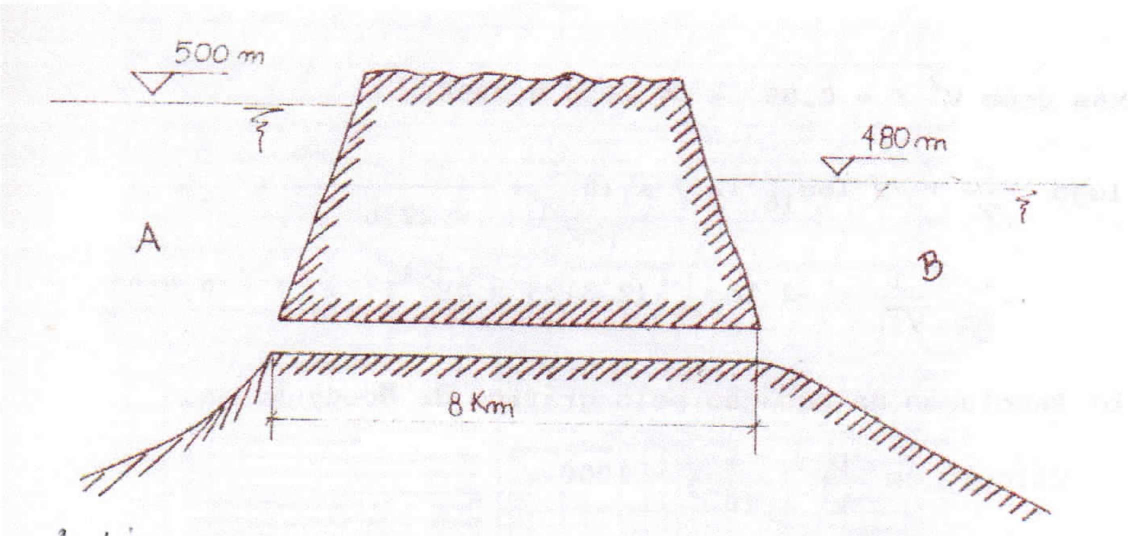
c/ $H_T = 8,9\,m \Rightarrow \dot{W}_T = 10000\times 2\times \frac{\pi\times(0,1)^2}{4}\times 8,9\times 0,75$

(b) $\dot{W}_T = 1048,50$ Watts $\cong 1,05\,kW$

(c) Cota $LP_C \rightarrow H_B - H_C = h_{f_{BC}}$ $\qquad$ Resposta: $LP_C = 13,78\,m$.

3) Ex. 8.7 – apostila: Dois reservatórios cujos níveis estão nas cotas 500 m e 480 m estão ligados por uma tubulação de concreto (K = 10^{-3} m) de 8 km de extensão e 1 m de diâmetro. Pede-se a vazão que pode ser transportada (desprezar perdas singulares).

Dado: $\nu_{H2O} = 10^{-6}\ m^2/s$.



Aplicando-se a equação da Energia entre A e B:

$$H_A - H_B = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - H_m$$

$$500 - 480 = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 20$$

$$f \frac{8000}{1} \frac{V^2}{20} = 20 \implies V^2 f = 0{,}05$$

$$\text{ou} \quad V\sqrt{f} = \sqrt{0{,}05}$$

Colebrook: $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(0{,}27 \frac{K}{D} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(0{,}27 \frac{10^{-3}}{1} + \frac{2{,}51\ \nu}{VD\sqrt{f}}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(2{,}7 \times 10^{-4} + \frac{2{,}51 \times 10^{-6}}{1\ V\sqrt{f}}\right)$$

Como $V^2 f = 0{,}05 \longrightarrow V\sqrt{f} = 0{,}2236$

$$\therefore \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(2{,}7\times10^{-4} + \frac{2{,}51\times10^{-6}}{0{,}2236}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(2{,}8123\times10^{-4}\right) \Rightarrow f = 0{,}0197$$

Alternativa: Admitir turbulento rugoso:
Pela equação ou Diagrama de Moody
p/ $Re > 1\times10^6$ e $\frac{D}{k} = 1000$ ou $\frac{K}{D} = 1\times10^{-3}$
obtém-se $f = 0{,}0197$ $\underline{\underline{cte}}$!

$$V^2 f = 0.05 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{0.05}{0.0197}} = 1{,}593 \ m/s$$

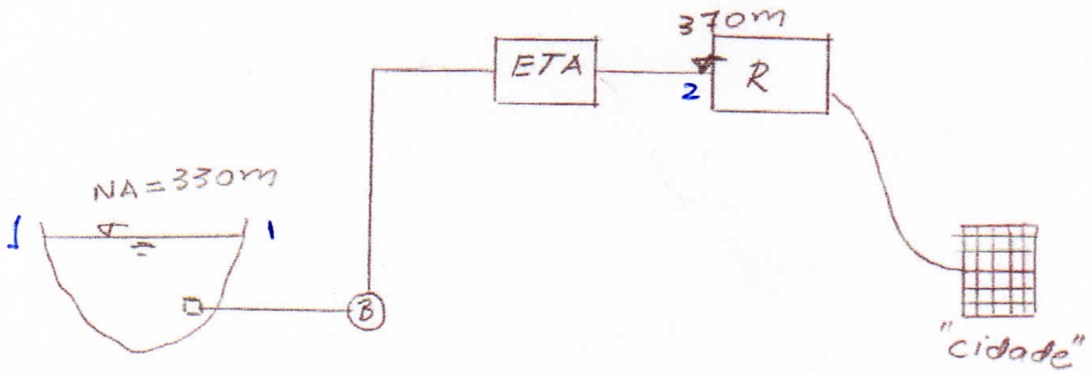
$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{1{,}593\times1}{10^{-6}} = 1{,}6\times10^6 > 1\times10^6$$

turb. rugoso

$$Q = V\times A = 1.593\times\frac{\pi\times1^2}{4} = \underline{\underline{1{,}25 \ m^3/s}}$$

4) Uma cidade de 28200 habitantes receberá água de um rio por intermédio de um sistema de recalque cuja linha adutora será construída com tubos de ferro fundido usados (ε = 3 mm). Determinar a vazão de projeto em regime permanente, para condição do dia de maior consumo. A cota do N.A. na captação é de 330 m e, no reservatório, situado a 2400 m, é de 370 m. Sabendo-se que o diâmetro a ser adotado para a linha adutora é de 14 pol., determinar a potência do conjunto de recalque, cujo rendimento é de 63%.

$D_{com} = 14'' = 350\,mm$; $\nu_{H_2O} = 10^{-6}\ m^2/s$



Literatura : dia de maior consumo $(K = 1{,}25)$

De acordo com a norma:
Consumo 200 ℓ/hab/dia

a) $$Q_p = \frac{200 \times 28200}{86400} \times 1{,}25 = 81{,}60\ \ell/s = 0{,}0816\ m^3/s$$

b) $$\dot{W} = \frac{\gamma Q H_B}{\eta}$$

Equação da Energia: $H_1 - H_2 = h_{f_{1-2}} - H_B$

$$h_{f_{1-2}} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0{,}0816}{\pi \times (0{,}35)^2} = 0{,}85\ m/s$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{0{,}85 \times 0{,}35}{10^{-6}} = 0{,}30 \times 10^6 = 3 \times 10^5$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{3}{350} = 8{,}57 \times 10^{-3}$$

⇒ Diagrama de Moody

$f = 0{,}036$

$$h_{f_{1-2}} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0.036 \frac{2400}{0,35} \times \frac{(0.85)^2}{2 \times 9.8}$$

$$h_{f_{1-2}} = 9,10 \, m$$

Pela Equação da Energia:

$$H_B = \underbrace{(H_2 - H_1)}_{H_0 \rightarrow \text{desnível}} + h_{f_{1-2}} = (370 - 330) + 9.10$$

$$H_B = 40 + 9,10 = 49,10 \, m$$

$$\dot{W}_B = \gamma Q H_B = 10000 \times 0.0816 \times 49.10 = 40065,60$$

$$\dot{W} = \frac{\gamma Q H_B}{\eta} = \frac{40065,60}{0,63} = 63596,19 \text{ Watts}$$

$$\dot{W} = 63,6 \, KW = 85,28 \, hp$$

$$1 \, hp = 745,7 \, W$$

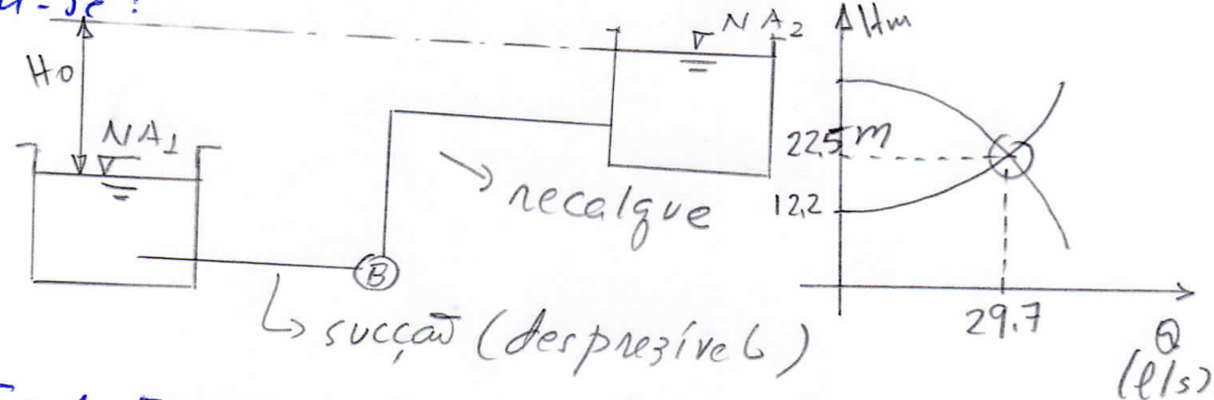
5) Um bomba equipada com um motor de 1750 rpm possui curva característica manométrica indicada por uma tabela de valores $H_m = f(Q)$. Essa bomba deve recalcar água através de uma tubulação de D = 150 mm, cujo coeficiente universal de perda de carga f = 0,025. A altura geométrica de recalque H_0 = 12,2 m e as perdas singulares na linha de recalque podem ser desprezadas. Calcular o ponto figurativo de funcionamento do sistema.

Dados: $L_{recalque}$ = 430,5 m; $D_{recalque}$ = 150 mm.

	H_m (m)	25,91	24,99	24,08	22,86	21,34	18,9
	Q (L/s)	11,33	17,00	22,65	28,32	33,98	39,64
instalação →	H (m)	13.70	15,58	18,21	21,59	25,72	30,60

Resposta $\begin{cases} Q = 29.7\ \ell/s \\ Hm = 22,5\ m \end{cases}$

Neste problema, além das perdas singulares o trecho de sucção também é desprezado. A tabela fornece a curva característica manométrica da bomba (Experiência 3). Ao instalar esta bomba no sistema de recalque do problema 5, esquematicamente tem-se:



Eq. da Energia: $H_1 - H_2 = h_{f_{1-2}} - H_B$

$$H_B = h_{f_{1-2}} + \underbrace{(H_2 - H_1)}_{H_0} = H_0 + f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

ou $$H_B = H_0 + f\frac{L}{D}\frac{Q^2\,16}{2g\pi^2 D^4} = H_0 + \frac{8fL}{g\pi^2 D^5}Q^2$$

$$H_B = 12,2 + \frac{8\times 0{,}025\times 430{,}5}{9{,}8\times\pi^2\times(0{,}15)^5}Q^2$$

$$\boxed{H_B = 12.2 + 11\,722{,}52\,Q^2}$$ → curva característica da instalação