Análise Integral Aplicada a Cálculo de Condutos

① Eq. da CONTINUIDADE

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall c}\rho\, d\forall + \int_{sc}\rho\vec{v}\cdot\vec{n}\, dS = 0$$

② Eq. da 1ª Lei da TERMO

$$\left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}+\frac{P_1}{\gamma}+z_1\right)-\left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\gamma}+z_2\right)=\frac{\dot{W}a}{\gamma Q}-\frac{\dot{W}m}{\gamma Q}$$

③ - Eq. de Darcy-Weisbach

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

④ Eq. de Colebrook.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,14 - 2\log\left(\frac{\varepsilon}{D}+\frac{9,35}{Re\sqrt{f}}\right)$$

④a - Diagramas de Moody-Rouse e de Rouse.

Tipos básicos de problemas de Cálculo de Condutos

TIPO	DADOS	INCÓGNITA
A	$L, \mu, \varepsilon, Q, D$	h_f
B	$L, \mu, \varepsilon, Q, h_f$	D
C	$L, \mu, \varepsilon, D, h_f$	Q

D: Diâmetro hidráulico.

ε: Rugosidade uniforme equivalente

h_f = Perda de carga distribuída (trecho reto)

Métodos de Resolução

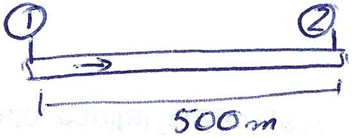
TIPO A – $h_f = ?$

① - Calculam-se Re e ε/D

② - Entra-se no diagrama de Moody ou Rouse, ou usa-se a eq. de Colebrook e se encontra "f"

③ Calcula-se a perda h_f c/a eq. de Darcy-Weisbach

Ex| - Determine a perda de carga em oleoduto, $\rho = 900\ kg/m^3$, $\nu = 10^{-5}\ m^2/s$, $Q = 0{,}2\ m^3/s$, $L = 500\ m$, $D = 200\ mm$, duto de ferro fundido (fofo).



① $V = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{0{,}2}{\pi \times (0{,}1)^2} = \underline{6{,}4\ m/s}$

② $Re = \frac{VD}{\nu} = 1{,}28 \times 10^5$

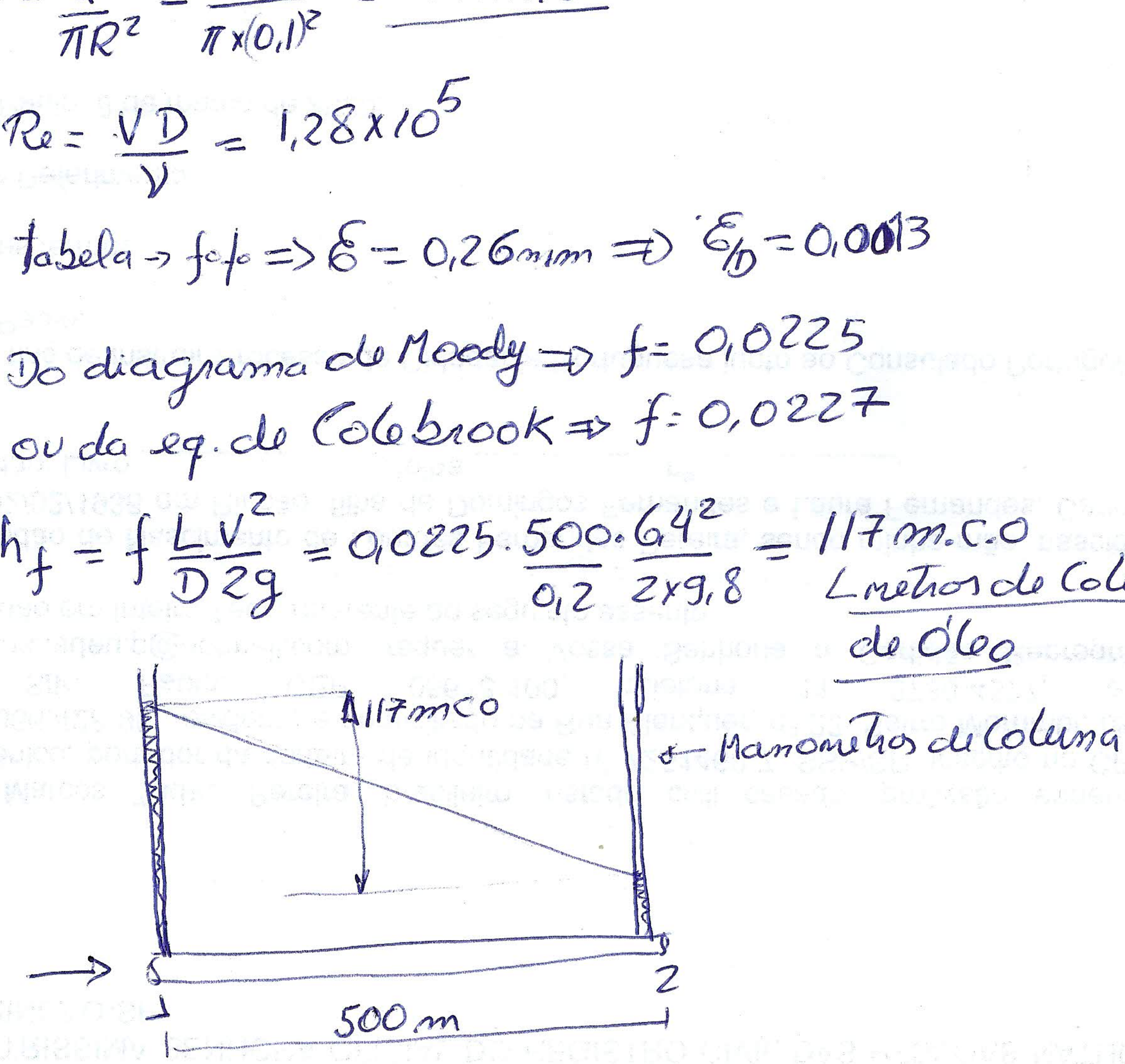
③ tabela → fofo ⇒ $\varepsilon = 0{,}26\ mm \Rightarrow \varepsilon/D = 0{,}0013$

④ Do diagrama de Moody ⇒ $f = 0{,}0225$

ou da eq. de Colebrook ⇒ $f = 0{,}0227$

$$\therefore\ h_f = f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g} = 0{,}0225 \cdot \frac{500}{0{,}2} \cdot \frac{6{,}4^2}{2 \times 9{,}8} = 117\ m.c.o$$

metros de coluna de óleo



CONTINUA →

Determine a queda de pressão se o duto for inclinado de 10° na direçao do escoamento.

Na primeira parte do exercício já foi determinada a perda de carga, que não varia com a inclinação, se a velocidade for mantida.

Deve-se aplicar a 1ª Lei da Termodinâmica:

$$\left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}+\frac{P_1}{\gamma}+z_1\right)-\left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\gamma}+z_2\right)=\underbrace{\frac{\dot{W}_d}{\gamma Q}}_{=h_f\ \text{(só trecho reto)}}-\overset{=0\ \text{não há máquinas}}{\cancel{\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}}}$$

$$\therefore \frac{P_1-P_2}{\gamma}=h_f+(z_2-z_1)$$

como $(z_2-z_1)=-L\,\text{sen}\,10°$,

$$P_1-P_2=\gamma\,(117-87)=\underline{265.000\ \text{Pa}}$$

TIPO B $\Rightarrow D = ?$

① Adota-se, por exemplo, f_0 (sugestão $f_0 = 902$)

② Com f_0 em $h_f = f_0 \dfrac{L}{D_0} \dfrac{V^2}{2g}$ encontra-se D_0

③ Com D_0 Calcula-se Re_0 e $\dfrac{\varepsilon}{D_0}$

④ Entra-se no diagrama de Moody, ou equação de Colebrook e tira-se f_1.

⑤ Repete a partir de ② até que $\dfrac{f_i - f_{i-1}}{f_i} < 10\%$, por ex.

Ex Calcular D de conduto cilíndrico longo, de aço, $L = 360\,m$, $\varepsilon = 10^{-4}\,m$, água a 20°C ($\nu = 10^{-6}\,m^2/s$), $Q = 12\,m^3/s$ e $h_f = 3,9\,m.c.a.$

Observe que a vazão é elevada, e deve-se esperar um diâmetro igualmente elevado.

Como $V = \dfrac{4Q}{\pi D^2} \Rightarrow$ eq. de Darcy $\Rightarrow h_f = f \dfrac{L}{D^5} \cdot \dfrac{8Q^2}{\pi^2 g}$

Adota-se, por exemplo, $f_0 = 0,024$ e ∴ Darcy:

$$3,9 = 0,024 \cdot \frac{360}{D_0^5} \cdot \frac{8.12^2}{\pi^2 . 9,8} \Rightarrow D_0 = 1,924\,m$$

Com Do =>

$$\frac{\varepsilon}{D_0} = \frac{10^{-4}}{1,924} = 0,5197\times10^{-4} \quad e \quad R_{e_0} = \frac{4Q}{\pi D^2}\cdot\frac{D}{\nu} = 7,94\times10^{6}$$

De Colebrook ou Mody ⇒ $f_1 = 0,011$

Com este valor de f_1, volta-se à equação de Darcy-W.:

$$3,9 = 0,011 \cdot \frac{360\cdot 8\cdot 12^2}{D_1^5\cdot\pi^2\cdot 9,8} \Rightarrow D_1 = 1,646\,m$$

o que gera nova iteração:

$$\frac{\varepsilon}{D_1} = \frac{10^{-4}}{1,646} = 0,607\times10^{-4} \quad e \quad R_{e_1} = 9,8\times10^{6}$$

Aplicando estes valores ao Diagrama de Moody ou Colebrook ~~⇒~~, Resulta $f_2 = 0,0112$, que é bem menor que 10% de diferença em relação a f_1.

Portanto:

$$3,9 = 0,0112 \times \frac{360}{D_2^5}\cdot\frac{8\times12^2}{\pi^2\, 9,8} \Rightarrow D_2 = 1,652\,m$$

Resposta $D = 1.65\,m$

Tipo C → Q:?

1- Calcula-se $Re\sqrt{f} = \frac{D^{3/2}}{\nu}\sqrt{\frac{2gh_f}{L}}$ (não depende de V!)

2- Calcula-se D/ε

3- Entra-se no diagrama de Rouse e se acha "f"

4- Com f e a eq. de Darcy-Weisbach calcula-se V.

Ex- Calcular a vazão em um conduto cilíndrico, longo, de fofo, de seção circular, diâmetro $D=0{,}10\,m$ e $\varepsilon = 2{,}5\times10^{-4}\,m$, com água a $t=37°C$ ($\Rightarrow \nu = 7\times10^{-7}\,m^2/s$), com perda de carga unitária $J=\left(\frac{h_f}{L}\right)=0{,}0115\,m/m$

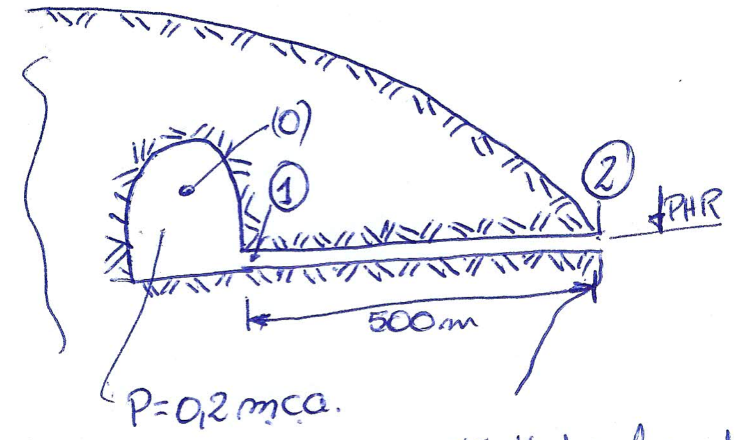
• $Re\sqrt{f} = \frac{0{,}1^{3/2}}{7\times10^{-7}}\sqrt{2\times9{,}8\times0{,}0115} = 2{,}14\times10^{4}$

• $\frac{D}{\varepsilon} = 400 \Rightarrow$ Diagrama de Rouse $\Rightarrow f=0{,}026$

e ∴

$$\frac{h_f}{L} = \frac{f}{D}\frac{V^2}{2g} \Rightarrow \underline{V = 0{,}93\,m/s}$$

Ex. Calcular a vazão em duto de ventilação em mina.



Seção Duto = 0,6 x 0,6 m²

$\nu_{ar} = 10^{-5}\ m^2/s$

$\gamma_{ar} = 1{,}3\ Kgf/m^3$

$\gamma_{agua} = 10^3\ Kgf/m^3$

① Calcular o Diametro Hidráulico da seção Quadrada.

$D_H = \frac{4S}{\sigma} = 4.\frac{\text{Área da seção TRANSVERSAL}}{\text{Perímetro molhado}} = 4 \times \frac{0{,}36}{0{,}6 \times 4} = 0{,}6\ m$

2 - Equação da Continuidade $\Rightarrow V_1 = V_2$ (incompressível, seção TRANSVERSAL cte)

3 - Eq. 1ª Lei da Termodinâmica - regime permanente, incomp.

$$\left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + \underset{\text{PHR}}{\frac{P_1}{\gamma}} + \cancel{z_1}\right) - \left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \underset{=0}{\cancel{\frac{P_2}{\gamma}}} + \underset{\text{PHR}}{\cancel{z_2}}\right) = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} \quad \text{Ⅰ} \quad \text{ou } H_1 - H_2 = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$$

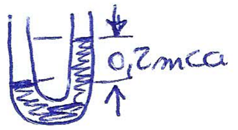
Mas podemos considerar $\underline{\underline{H_0 = H_1}}$ (sem perdas entre o eixo da mina e o duto de ventilação)

e $H_0 = \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} + \frac{P_0}{\gamma} + \underset{\text{P}}{\cancel{z_0}}$ - onde V_0 pode ser considerada muito baixa e negligenciável e ∴

$H_0 = \frac{P_0}{\gamma} = 0{,}2$ mca.

$\gamma_{ar}.h_{ar} = \gamma_{agua}.h_{agua}$.

$1{,}3 . h_{ar} = 1000 . 0{,}2 \Rightarrow h_{ar} = 158{,}8\ \underline{\underline{mcar}}$

USAMOS STEVIN = 

∴ $H_0 = 0{,}2\ mca = 153{,}8\ m\ Car$

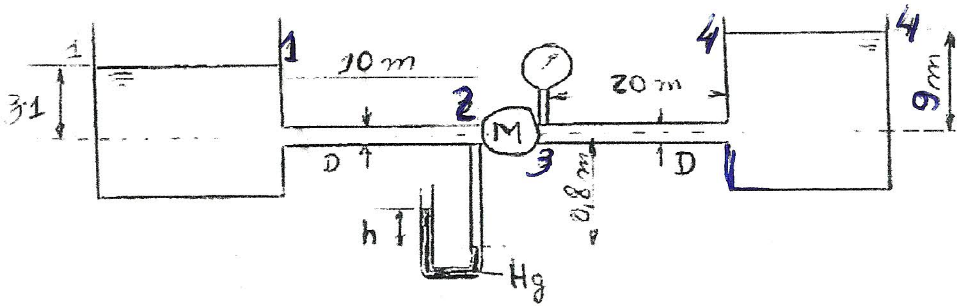
Voltando a eq. Ⅰ $\Rightarrow H_0 - H_2 = h_f$ (só há perda distribuída e $\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = h_f$)

∴ $153{,}8 - \frac{V_2^2}{2g} = f\frac{L}{D}\frac{V_2^2}{2g} = \frac{f.500.V_2^2}{0{,}6 . 2 \times 9{,}81}$ Ⅱ

→ 2 caminhos ⇒ 1º) Adota f_0, diagrama de Moody → iterações

2º) Diagrama de Rouse ⇒ $Re\sqrt{f} = \frac{D^{3/2}}{\nu}\sqrt{\frac{2gh_f}{L}}$ → ″

Solução - $f = 0{,}0225 \Rightarrow V = \underline{\underline{12{,}4\ m/s}}$



Na instalação mostrada na figura:

Q=6,1 L/s, P_3= 120 x 10^3Pa, ρ = 1000 kg/m^3 , Υ_{Hg} = 133.000 N/m^3 , g = 10 m/s^2 , D= 5cm , h = 20 cm

Para a instalação mostrada na figura, responda as seguintes questões:

a) Mostre, por meio de cálculos, qual o sentido do escoamento. (0,5)
b) Calcule a perda de carga entre as seções 3 e 4. (0,5)
c) Calcule a carga e o tipo da máquina. (1.0)
d) Calcule a potência hidráulica trocada pela máquina com o fluido, em watts. (0,5)
e) Calcule a cota z_1, do primeiro reservatório. (1,0)

a) Deve-se determinar a variação de energia para determinar o sentido. Por exemplo, entre as seções 3 e ④

Carga em ④ $= H_4 = \alpha_4 \cancelto{0}{\frac{V_4^2}{2g}} + \cancelto{0}{\frac{P_4}{\gamma}} + z_4 = 9$ mca

Carga em ③ $= H_3 = \frac{\alpha_3 V_3^2}{2g} + \frac{P_3}{\gamma} + \cancelto{0}{z_3} = \frac{1.3{,}1^2}{20} + \frac{1{,}2\times10^5}{10^4} = 12{,}5$ mca.

Como a energia em ③ é maior que em ④, o escoamento tem o sentido de ③ p/ ④

b) - Calcular a perda de carga entre ③ e ④:

$$H_3 - H_4 = \frac{\dot{W}a}{\gamma Q} - \cancelto{0}{\frac{\dot{W}m}{\gamma Q}} \therefore 12{,}5 - 9 = \frac{\dot{W}a}{\gamma Q}$$

Portanto a perda de carga de ③ p/ ④ = 3,5 mca

C) Carga e tipo da máquina

Deve-se aplicar a 1ª Lei da Termo entre ② e ③

$$H_2 - H_3 = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$$

$H_2 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + \overset{\nearrow}{\cancel{z_2}}$. Para determinar P_2 deve-se aplicar a Lei de Stevin => $P_2 = \gamma_{Hg} \cdot h - \gamma_{H_2O} \times 0{,}8 = 26.600 - 8.000 = \underline{18.600\ Pa}$

$\therefore H_2 = \frac{3{,}1^2}{20} + \frac{18600}{10^4} = 2{,}34$ mca.

$\therefore \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} = H_3 - H_2 = 12{,}5 - 2{,}34 = \underline{10{,}16\ mca.}$ e é uma bomba, com sinal positivo.

d) Potência hidráulica

$\dot{W}_m = \gamma Q H_m = 10^4 \times 6{,}1 \times 10^{-3} \times 10{,}16 = \underline{620\ watts}$

e) cota z_1

$$H_1 - H_2 = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - \cancel{\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}} \nearrow 0$$

$H_2 = 2{,}34$ mca .

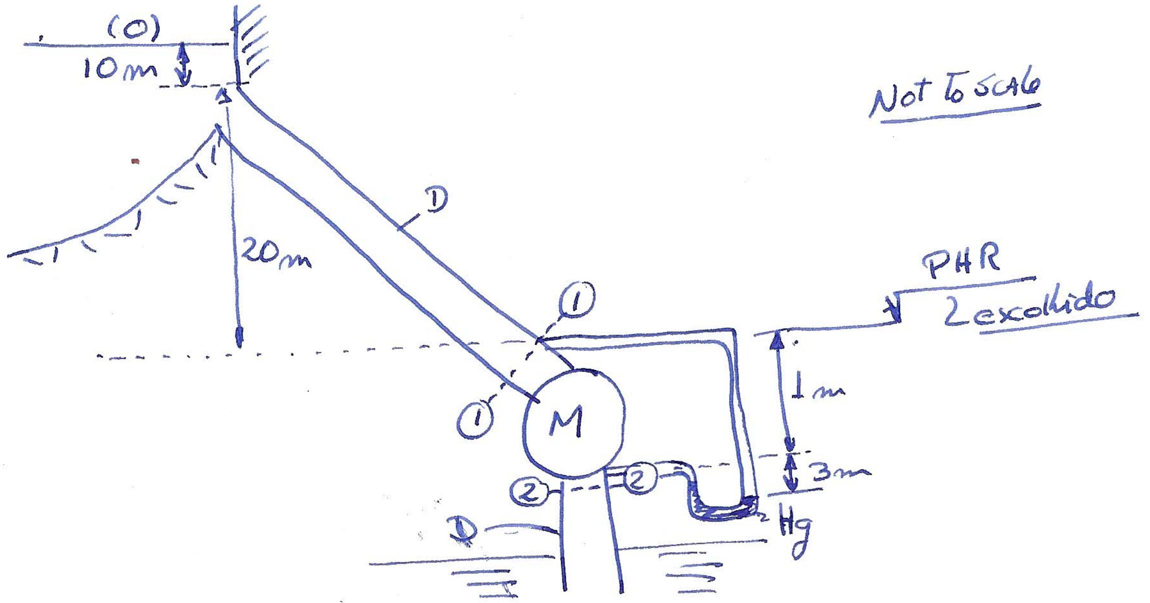
Porém $\left(\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}\right)_{1\text{-}2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}\right)_{3\text{-}4}$ pois a tubulação tem a metade do comprimento.

$\frac{\dot{W}_{a12}}{\gamma Q} = \frac{3{,}5}{2} = 1{,}75$ mca.

e, como $H_1 = z_1$ resulta ⇒ $z_1 - H_2 = 1{,}75$

e ∴ $z_1 = 4{,}09\ m$

Ex 5.3| Determinar a potência da máquina hidráulica (bomba ou turbina?). Sabe-se que $p_2 = 3{,}8\ kgf/cm^2$, água e o líquido manométrico é mercúrio. Dados $Q = 2\ l/s$ e $D = 2''$



Para saber se é bomba ou turbina, deve-se analisar o sentido do escoamento e a linha de energia

Analisemos o trecho 00 a 1-1, sem maquina:

(A ~~carga em~~ equação da energia genérica é:

$$H_i - H_j = \frac{W_a}{\gamma Q} - \frac{W_m}{\gamma Q}$$)

$$H_0 = \alpha_0 \frac{U_0^2}{2g} + \frac{P_0}{\gamma} + z_0 = 0 + 0 + 30 = 30\ m.c.a.$$

Para calcular a carga em 1-1, temos que calcular U_1 e P_1, usando o manometro. A lei de Stevin:

$$P_2 + 3\gamma_{Hg} - (3+1)\gamma_{H_2O} = P_1$$

$$\therefore P_1 = 3\gamma_{Hg} - 4\gamma_{H_2O} + P_2$$

$$P_1 = 3 \times 13600 \frac{kgf}{m^3} - 4 \cdot 1000 \frac{kgf}{m^3} + 3{,}8 \times 10^4 \frac{kgf}{m^2} = \boxed{74.800\ kgf/m^2}$$

Para U_1, usa-se a equação da continuidade, ou seja:

$$Q = U_1 \cdot A_1 \quad \therefore \quad U_1 = 2 \times 10^{-3} \cdot \frac{4}{\pi \times 0{,}05^2} = \boxed{1{,}02\ m/s}$$

A carga na seção 1 será:

$$H_1 = \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = 0{,}05 + 74{,}8 + 0 = \boxed{74{,}85 \text{ m.c.a.}}$$

Como a carga em 1 é maior que em 0, resulta que o escoamento é ascendente, e a máquina só pode ser uma bomba. (Se o escoamento fosse descendente, poderia ser bomba ou turbina; aí teríamos que aplicar a equação da energia).

A potência que a bomba fornece ao fluido pode ser calculada como:

$$H_2 - H_1 = \frac{W_a}{\gamma Q} - \underbrace{\frac{W_m}{\gamma Q}}_{\text{considerado sem perdas.}}$$

$$H_2 - H_1 = \frac{W_m}{\gamma Q} = \frac{W_m}{1000 \times 0{,}002} = \frac{W_m}{2}$$

$$\left(\frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2\right) - \left(\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1\right) = \frac{W_m}{2}$$

como $V_1 = V_2$

$$P_1 - P_2 = 3\gamma_{Hg\cancel{agua}} - 4\gamma_{agua} = 36.800 \text{ Kgf/m}^2$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{36.800}{1000} \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{Kgf}} = 36{,}8 \text{ m.c.a.}$$

$Z_1 = 0$

$z_2 = -1$

Resultando:

$\frac{W_m}{2} = 36{,}8 + 1$ ou $W_m = 75{,}6$ Kgf m/s

$\approx \underline{\underline{1 \text{ CV}}}$ (1 cv = 736 Watts ≈ 75 k

①

3ª Questão: (3,5 ptos)

A instalação hidráulica da figura representa dois reservatórios (1) e (2) de grandes dimensões, cujos níveis das superfícies livres da água são respectivamente: NA_1=30 m e NA_2 = 42 m. Estes reservatórios são interligados por uma tubulação de diâmetro constante D, comprimento total é de L= 900 m e rugosidade equivalente k= 0,0005 m.

Quando a bomba ainda não está instalada no sistema a vazão de água estabelecida do reservatório (2) para (1) é de 0,13 m^3/s.

Quando se insere uma bomba no sistema à distância de L_{13}= 300 m do reservatório (1) e L_{42}= 600 m do reservatório (2), a vazão estabelecida do reservatório (1) para (2) é de 0,17 m^3/s.

Admitindo-se que as perdas de carga singulares são desprezíveis, pede-se para determinar:

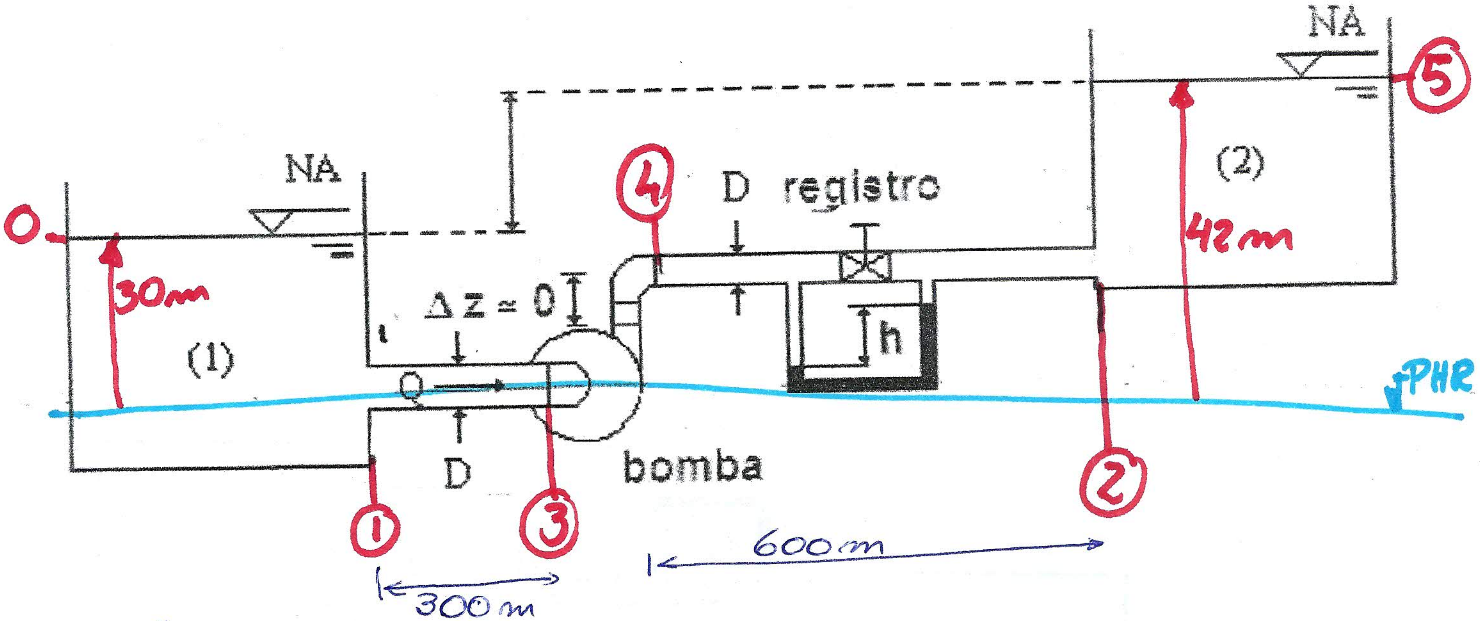
a) O diâmetro da tubulação (calcular quando não há bomba instalada no sistema);

b) A potência disponível no eixo do motor de acionamento da bomba, que tem rendimento de 80%;

c) A pressão relativa na entrada da bomba. Há possibilidade de ocorrência de cavitação na bomba?

Dados:

- o rendimento total da bomba é de 80%;
- o fluido em escoamento é água (γ= 10^4 N/m^3 e ν=10^{-6} m^2/s);
- a pressão de vapor da água a 20 C é de 2,34 kPa;
- g = 9,8 m/s^2.



ε = 0,0005 m

sem bomba = ~~0,00~~0,13 m^3/s

com bomba = 0,17 m^3/s

$\Delta hs \approx 0$ (perdas singulares desprezíveis)

a) D=? - calcular sem bomba.

Neste caso, o sentido do escoamento é de ② para ①

Aplicando a primeira lei entre ⓪ e ⑤, resulta:

$$\left(\cancel{\frac{\alpha_5 V_5^2}{2g}} + \cancel{\frac{P_5}{\gamma}} + \overset{42m}{\cancel{z_5}}\right) - \left(\cancel{\frac{\alpha_0 V_0^2}{2g}} + \cancel{\frac{P_0}{\gamma}} + \overset{30}{\cancel{z_0}}\right) = \frac{\dot{\omega}_a}{\gamma Q} - \cancel{\frac{\dot{\omega}_m}{\gamma Q}}$$

0 (Reserv. grande) ~~[illegible]~~ aberto atm 0 0 0, sem máquinas inicialmente

$$42 - 30 = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} \quad \textcircled{I}$$

Porém, sabe-se que $\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g}$ $\textcircled{II}$ equação de DARCY-Weisbach (sem perdas singulares)

$Q = V.S = \frac{V\pi d^2}{4}$, que substituída em II:

$$\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = \frac{fL.16Q^2}{20\pi^2 D_0^5} \xrightarrow{\text{em I}} \frac{fL}{20\pi^2 D_0^5}16Q^2 = 12 \quad \textcircled{III}$$

$Q = 0{,}13\ m^3/s$. $L = 900\ m$ e adota-se $f = 0{,}02$, do que resulta $\underline{D_0 = 0{,}29\,m}$

1ª Iteração

$$\left.\begin{aligned} Re &= \frac{VD_0}{\nu} = \frac{4QD_0}{\pi D_0^2 \nu} = 5{,}71\times10^5 \\ \frac{\varepsilon}{D_0} &= \frac{0{,}0005}{0{,}29} = 0{,}001724 \end{aligned}\right\} f = 0{,}0225$$

colebrook ou Moody

e, voltando à equação III, resulta:

$\underline{D_1 = 0{,}297\,m}$

2ª Iteração

$$\left.\begin{aligned} Re &= \frac{4QD_1}{\pi D_1^2 \nu} = 5{,}576\times10^5 \\ \frac{\varepsilon}{D_1} &= \frac{0{,}0005}{0{,}297} = 0{,}001683 \end{aligned}\right\} f = 0{,}022$$

$$\therefore D_2 = 0{,}296 \Rightarrow \boxed{D = 0{,}30\,m}$$

b) Potência no eixo do motor com $\eta = 0{,}80$, sentido do tq 1 p/ tq 2

Aplica-se a eq. da 1ª Lei :

$$H_0 - H_5 = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$$ e, como $D = 0{,}3\,m$ e $Q = 0{,}17\,m^3/s$

$$\Rightarrow V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \underline{2{,}41}\,m/s.$$

$$\to -12 = f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g} - \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} \quad \textcircled{IV}$$. Tem-se que determinar "f"

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{2{,}41 \times 0{,}3}{10^{-6}} = 7{,}23 \times 10^5$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}0005}{0{,}3} = 1{,}666 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{f = 0{,}0222}$$

Colebrook ou Moody

Em $\underline{IV}$, resulta: $\dot{W}_m = 53.280\,W$

e a potência no eixo $\dot{W}_e = \frac{\dot{W}_m}{0{,}80} = \underline{66.600W}$

c) Pressão efetiva na entrada da bomba

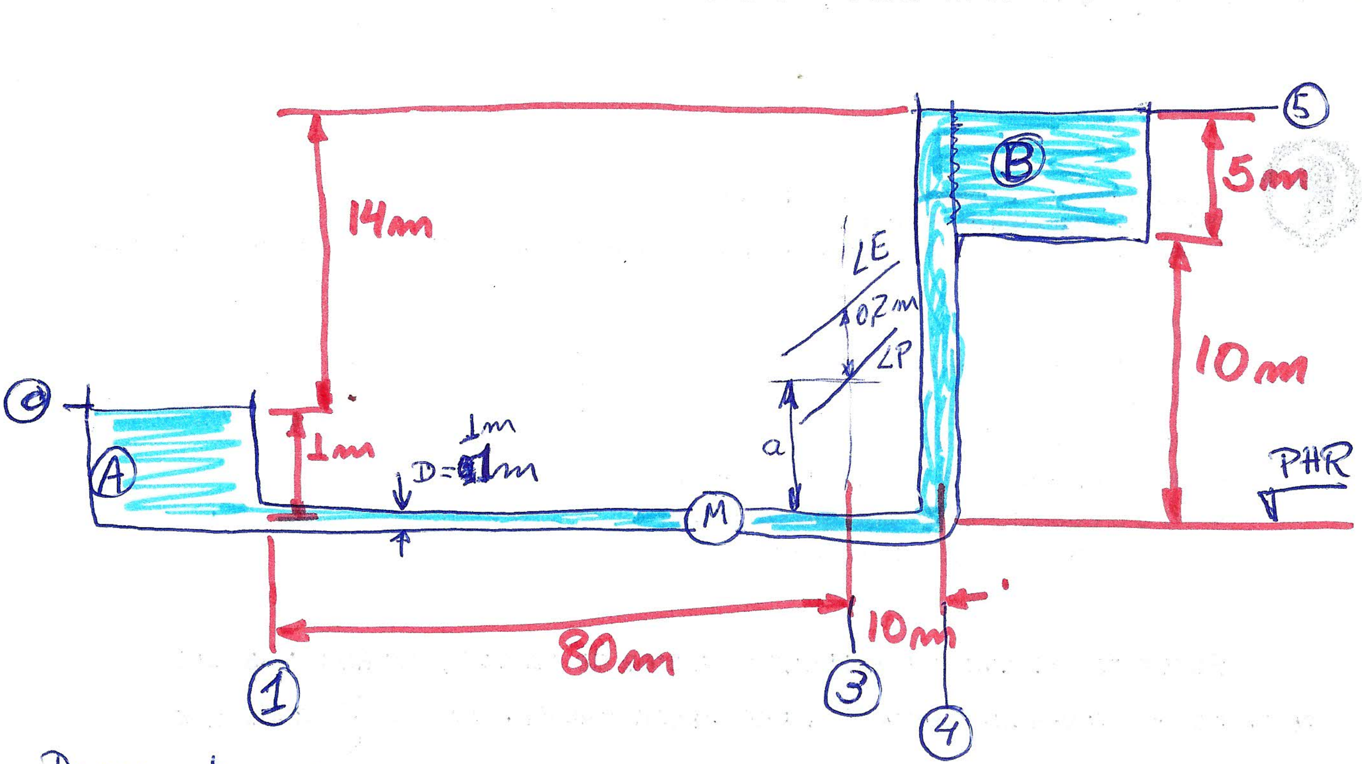
$$H_0 - H_3 = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - \cancel{\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}}^{\to 0}$$

$$30 - \left(\alpha_3 \frac{V_3^2}{2g} + \frac{P_3}{\gamma} + z_3\right) = f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g} = 0{,}0222 \cdot \frac{300}{0{,}3} \times \frac{2{,}41^2}{20} = 6{,}45$$

e como $V_3 = 2{,}41\,m/s$ e $z_3 = 0$

$$\frac{P_3}{\gamma} = 23{,}26\,mca \Rightarrow P_3 = \underline{233\ kPa}$$

e como $P_v = 2{,}34\,kPa$ absoluta, <u>não haverá cavitação</u>



DADOS - hs ≈ 0
fofo ⇒ $\varepsilon = 2{,}6 \times 10^{-4}$ m
Regime Permanente

Incompressível
Esc. Dinam. Estabelecido
Propriedades Uniformes

Pedem-se
a) Tipo da MÁQUINA
b) potência, com $\eta = 75\%$
c) Cota "a" da L.P. (Linha Piezométrica)

a) - A posição da LE indica que o escoamento é de B p/A
(fluido perde energia no sentido do escoamento)
M pode ser bomba ou turbina! - Para determinar, temos que saber o sinal, na equação da 1ª lei, do termo de máquina ($\dot{W}_m$).

Carga em A ⇒ $$H_A = \underbrace{\frac{\alpha \cdot V_A^2}{2g}}_{0} + \underbrace{\frac{P_A}{\gamma}}_{0} + \overset{1m}{z_A} = 1\ mca.$$

vel. muito baixa

aberto p/a atm.

1ª Lei da Termo:

$$H_B - H_A = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} \quad \boxed{I}$$ e, nesta equação:

$$\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = \underbrace{h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}}_{\text{eq de DARCY-Weisbach}} = f\cdot\frac{100}{0{,}1}\,\frac{V^2}{2\times 9{,}8} \quad \text{(II)}$$

- Só há perda de carga distribuída, trecho reto.
- Excesso de incógnitas!

informaçaõ extra ⇒ ≠ entre LE e LP é de 0,2 mca ! na figura.

$$\therefore LE - LP = \left(\alpha_3\frac{V_3^2}{2g} + \frac{P_3}{\gamma} + z_3\right) - \left(\frac{P_3}{\gamma} + z_3\right) = 0{,}2 \Rightarrow \underline{V_3 = V_i = 2\,m/s}$$

$(\alpha_3 = 1)$

Calcula-se então:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{2{,}6\times10^{-4}}{0{,}1} = 2{,}6\times10^{-3}$$

$$R_e = \frac{VD}{\nu} = \frac{2\times 0{,}1}{10^{-6}} = 2\times10^{5}$$

} Moody ⇒ $f \cong 0{,}025$

e, em II ⇒ $h_f = 0{,}025\cdot\frac{100}{0{,}1}\cdot\frac{4}{2\times 9{,}81} = \underline{5{,}1\,mca}$ e se volte à (I):

$$\left(\alpha_5\frac{\cancel{V_5^2}}{\cancel{2g}} + \cancel{\frac{P_5}{\gamma}} + \cancel{z_5}\right) - \cancel{H_A} = 5{,}1 - \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} \Rightarrow \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} = \underline{-8{,}9\,mca}$$

(0, 0, 15, 1)

Sinal (−) mostra que M é uma TURBINA

$$\dot{W}_m = 8{,}9\times\gamma Q = 8{,}9\cdot 10\,000\,N\cdot\frac{\pi\times 0{,}1^2}{4}\times 2 = \underline{13973\ \text{watts}}$$

c) Para achar a cota "a" da LP em ③, aplica-se a equaçaõ da energia entre ⑤ e ③:

$$H_5 = H_3 + \left.\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}\right|_{\text{entre 5 e 3}}$$

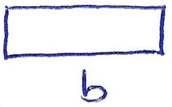
$$\left(\alpha_5\frac{\cancel{V_5^2}}{\cancel{2g}} + \cancel{\frac{P_5}{\gamma}} + \cancel{z_5}\right) = \frac{\alpha_3 V_3^2}{2g} + \underbrace{\boxed{\frac{P_3}{\gamma} + z_3}}_{\equiv LP_3} + f\,\frac{L_{5\text{-}3}}{D}\,\frac{V_3^2}{2g}$$

(0, 0, 15 mca)

$$15 = 0{,}2 + LP_3 + 0{,}025\times\frac{20}{0{,}1}\times 0{,}2$$

$$\therefore LP_3 = 13{,}8\,mca$$

Compare a perda de carga por metro de duto, para duto de ventilação liso, Q= 35m³/min, área A=0,1m², p/ circular; e retangulares



, com relação de aspecto. $Ra = \frac{b}{h} = 1; 2; 3$

Aplica-se a 1ª Lei da Termodinâmica:

$$\left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}+\frac{P_1}{\gamma}+z_1\right)-\left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\gamma}+z_2\right)=\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}-\cancelto{0}{\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}} \quad \text{(I)}$$

onde $\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$ e $V_1=V_2$; $z_1=z_2$; e resultad (I):

$$\left(\frac{P_1-P_2}{\gamma}\right)=\frac{\Delta P}{\gamma}=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$ e, conforme pede o problema:

$$\frac{\Delta P}{L}=\frac{f\rho V^2}{D\,2} \quad \text{(I)}$$, onde $D = D_H$ (hidráulico)

↳ perda de carga por m de tubo.

$V=\frac{Q}{A}=\frac{35m^3}{60s}\times\frac{1}{0,1m^2}=\underline{5,83\ m/s}$

ar ⇒ $\nu = 1,45\times10^{-5}\ m^2/s$ e $\rho = 1,23\ kg/m^3$

$\therefore Re = VD/\nu = \underline{4,02\times10^{5} D_H}$ → Temos que determinar os diversos D_H p/ as seções:

Duto circular ⇒ $D_H = D$, e como $A=\frac{\pi D_H^2}{4}$ ⇒ $\underline{D_H = 0,357\ m}$

P/ dutos retangulares $R_H=\frac{S}{J}$ - $\frac{\text{área da seção transversal}}{\text{perímetro molhado}}$

e, como $Ra = \frac{b}{h}$, podemos escrever:

$D_H = 4R_H = 4.\frac{hb}{2(h+b}$ e usando Ra $\Rightarrow$

$D_H = \frac{2\,Ra.h.h}{(Ra.h + h)} = \frac{2\,h\,Ra}{1+Ra}$. Como $Ra = \frac{b}{h} \Rightarrow h = \frac{b}{Ra}$ e $\therefore$

$h^2 = \frac{bh}{Ra} = \frac{A}{Ra}$ ou $h = \sqrt{\frac{A}{Ra}}$

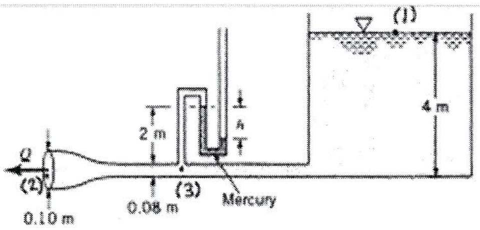
$\therefore D_H = \frac{2\,Ra\,A^{1/2}}{(1+Ra).(Ra)^{1/2}} = \left(\frac{2\,Ra^{1/2}}{1+Ra}\right).A^{1/2}$

Como dutos sao geralmente feitos com folha de flandres p/ ar condicionado, este material é muito liso e o escoamento pode ser considerado hidraulicamente liso, e a Equaçao de Colebrook se torna:

$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\left(Re\sqrt{f} - 0{,}8\right)$. Pode-se montar tabela:

Seçao do tubo	D_H (m)	Duto	Re	f	$\frac{\Delta P}{L}$ N/m²	% aumento
Circular	0,357	○	$1{,}44 \times 10^5$	0,0162	0,948	—
Retangular						
Ra=1	0,316	□	$1{,}27 \times 10^5$	0,0167	1,11	14,6%
Ra=2	0,298	▭	$1{,}20 \times 10^5$	0,017	1,19	20,3%
Ra=3	0,2~~7~~4 0,274	▭	$1{,}10 \times 10^5$	0,0173	1,32	28,2%

3.53 Water flows steadily from the large open tank shown in Fig. P3.53. If viscous effects are negligible, determine (a) the flowrate, Q, and (b) the manometer reading, h.



■ FIGURE P3.53

a) From the Bernoulli equation,

$$p_1+\frac{1}{2}\rho V_1^2+\gamma z_1=p_2+\frac{1}{2}\rho V_2^2+\gamma z_2\text{, where } p_1=p_2=0,\ V_1=0,\ z_1=4m\text{, and } z_2=0.$$

Thus,

$$\gamma z_1=\frac{1}{2}\rho V_2^2\text{, or } \rho g z_1=\frac{1}{2}\rho V_2^2 \text{ so that } V_2=\sqrt{2gz_1}$$

or

$$V_2=\sqrt{2(9.81m/s^2)(4m)}=8.86\ m/s$$

Hence,

$$Q=A_2V_2=\frac{\pi}{4}(0.10m)^2(8.86m/s)=\underline{\underline{0.0696\ m^3/s}}$$

b) From the Bernoulli equation,

$$p_3+\frac{1}{2}\rho V_3^2+\gamma z_3=p_2+\frac{1}{2}\rho V_2^2+\gamma z_3\text{, where } z_2=z_3 \text{ and } p_2=0$$

so that

$$p_3=\frac{1}{2}\rho(V_2^2-V_3^2)$$

Also, $A_2V_2=A_3V_3$ so that $V_3=\frac{A_2}{A_3}V_2=\left(\frac{D_2}{D_3}\right)^2V_2=\left(\frac{0.1m}{0.08m}\right)^2 8.86m/s=13.84m/s$

Hence,

$$p_3=\frac{1}{2}(999\ kg/m^3)\left[(8.86m/s)^2-(13.84m/s)^2\right]=-56{,}500\ N/m^2 \qquad (1)$$

Also, from the manometer,

$$p_3=-\gamma_{Hg}h+\gamma_{H_2O}(2m+(0.08/2)m)$$
$$=-(133\times10^3N/m^3)h+(9.80\times10^3N/m^3)(2.04m)$$
$$=-133\times10^3h+1.99\times10^4\ N/m^2\text{, where } h\sim m \qquad (2)$$

Thus, from Eqs. (1) and (2):

$$-5.65\times10^4N/m^2=-133\times10^3h+1.99\times10^4\ N/m^2$$

or

$$h=\underline{\underline{0.574\,m}}$$