Escoamentos Internos II – Escoamento Laminar e Turbulento em Tubulações

Prof. Jayme P. Ortiz

13/05/20

Escoamento Laminar e Turbulento em Tubulações - Condutos Forçados

Classificação dos regimes de escoamento em função do número de Reynolds:

- Escoamento **laminar**: $Re < 2100$;
- Escoamento de **transição**: $2100 < Re < 4000$;
- Escoamento **turbulento**: $Re > 4000$;

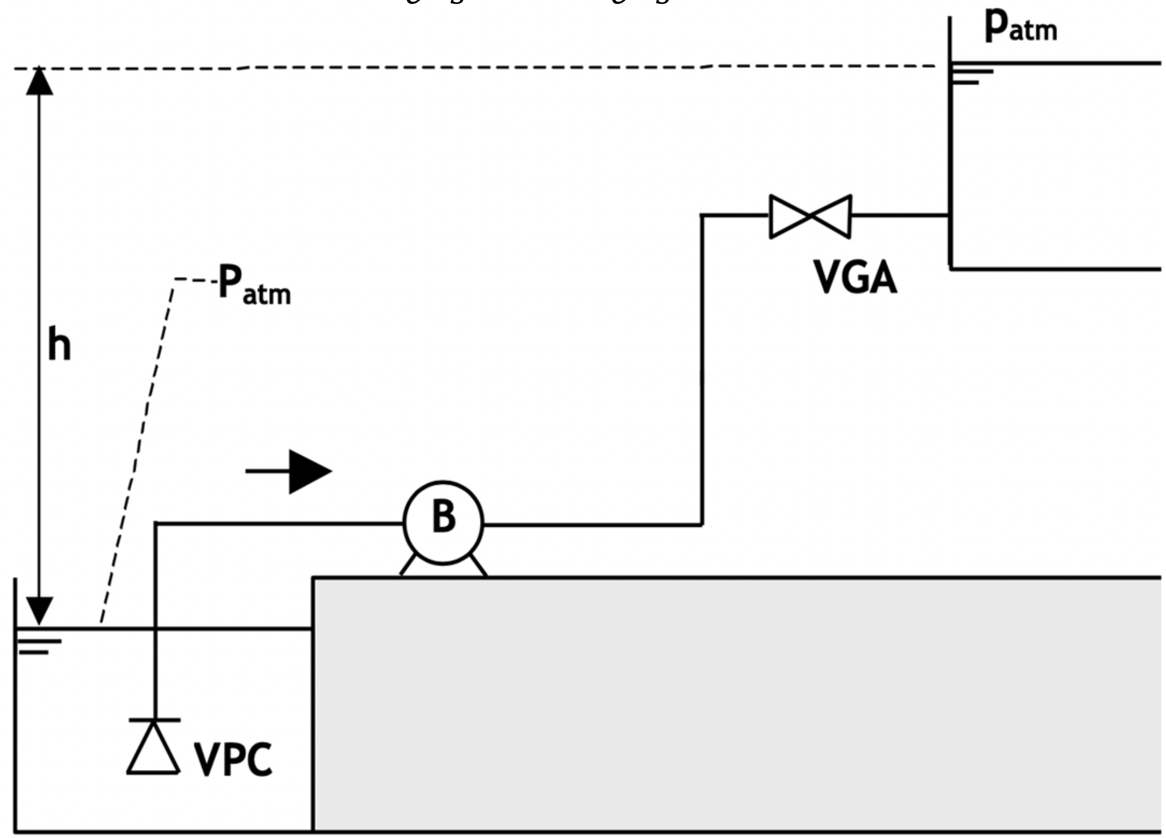
Na prática adota-se escoamento turbulento para $Re > 2100$.

Experiência 1 de Laboratório: Escoamento Laminar e de Transição para a Turbulência
Experiência de Reynolds

Equação da Energia Aplicada a Escoamentos em Tubulações

Equação da Energia Aplicada a Escoamento Permanente Incompressível

$$H_e - H_s = \left(\frac{\dot{W}a}{\gamma Q}\right)_{e-s} - \left(\frac{\dot{W}m}{\gamma Q}\right)_{e-s}$$



Equação da Energia Aplicada a Escoamentos em Tubulações

- Nomenclatura para perda de carga:

$h_L = \Delta H_{e-s} = h_f$

$$h_L = \sum_{i=0}^{N} h_{d,i} + \sum_{j=0}^{M} h_{s,j}$$

$h_d \rightarrow$ *perda distribuída*

$h_s \rightarrow$ *perda singular*

$H_m = \left(\frac{\dot{W}m}{\gamma Q}\right)_{e-s} \rightarrow$ *carga fornecida ou retirada pela máquina de fluxo*

$\Delta H_{e-s} = \left(\frac{\dot{W}a}{\gamma Q}\right)_{e-s}$

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Distribuídas

- **Fórmula Universal da Perda de Carga – Equação de Darcy – Weisbach**
- $h_f = f \, \frac{L}{D_H} \, \frac{V^2}{2g}$
- *$f \rightarrow$ coeficiente de perda de carga distribuída ou fator de atrito, sendo dado pela função:*

$$\boxed{f = f\left(Re, \frac{e}{D}\right)}$$

- *Nomenclatura: e = k = ε $\rightarrow$ rugosidade da parede do conduto*
- No escoamento laminar em tubos adota-se:
- Equação de Hagen – Poiseuille

$$f = \frac{64}{Re_D}$$

- Experiência 2 de Laboratório.

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Distribuídas

- **Determinação de f:**
- **<u>Experiência de Nikuradse (1933):</u>**
- Nikuradse fez experiências em laboratório de hidráulica usando tubos cilíndricos de seção circular, artificialmente rugosos, revestidos internamente por grãos de areia de dimensões uniformes e uniformemente distribuídos (impôs o seu controle de qualidade na implantação da rugosidade de parede, com $\frac{\varepsilon}{D}\ variando\ na\ faixa\ de\ \frac{1}{30}\ a\ \frac{1}{1014}$.
- As experiências foram feitas à temperatura ambiental constante medindo-se a vazão volumétrica *Q* da água e a queda de pressão em posições de medição convenientemente instaladas ao longo do comprimento do conduto.
- Os resultados da experiência foram apresentados em diagramas
- (Harpa de Nikuradse ou Diagrama de Stanton).

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Distribuídas

- Apoiados nos resultados de Nikuradse Kármán (1881-1963) e Prandtl (1875 – 1953) apresentaram equações para cálculo de *f.*
- **Determinação de f:**
- **<u>Condutos Industriais – Equação de Colebrook – White (1939):</u>**
- Diferentemente da experiência de Nikuradse, a rugosidade dos condutos industriais é muito variável e distribuída ao acaso na face interna dos tubos. Depende ainda do material da tubulação, do processo de fabricação, da idade da tubulação.
- Colebrook em colaboração com White (1939) propôs uma equação implícita para cálculo de *f* para tubos comerciais circulares, válida em todo o domínio dos escoamentos turbulentos. Suas experiências foram feitas com tubulações de parede de natureza diversa (concreto, ferro fundido etc).

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo Perdas de Carga Distribuídas

- **Determinação de f:**
- **<u>Condutos Industriais – Equação de Colebrook – White (1939):</u>**

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{K}{3{,}71D} + \frac{2{,}51}{R_e\sqrt{f}}\right)$$

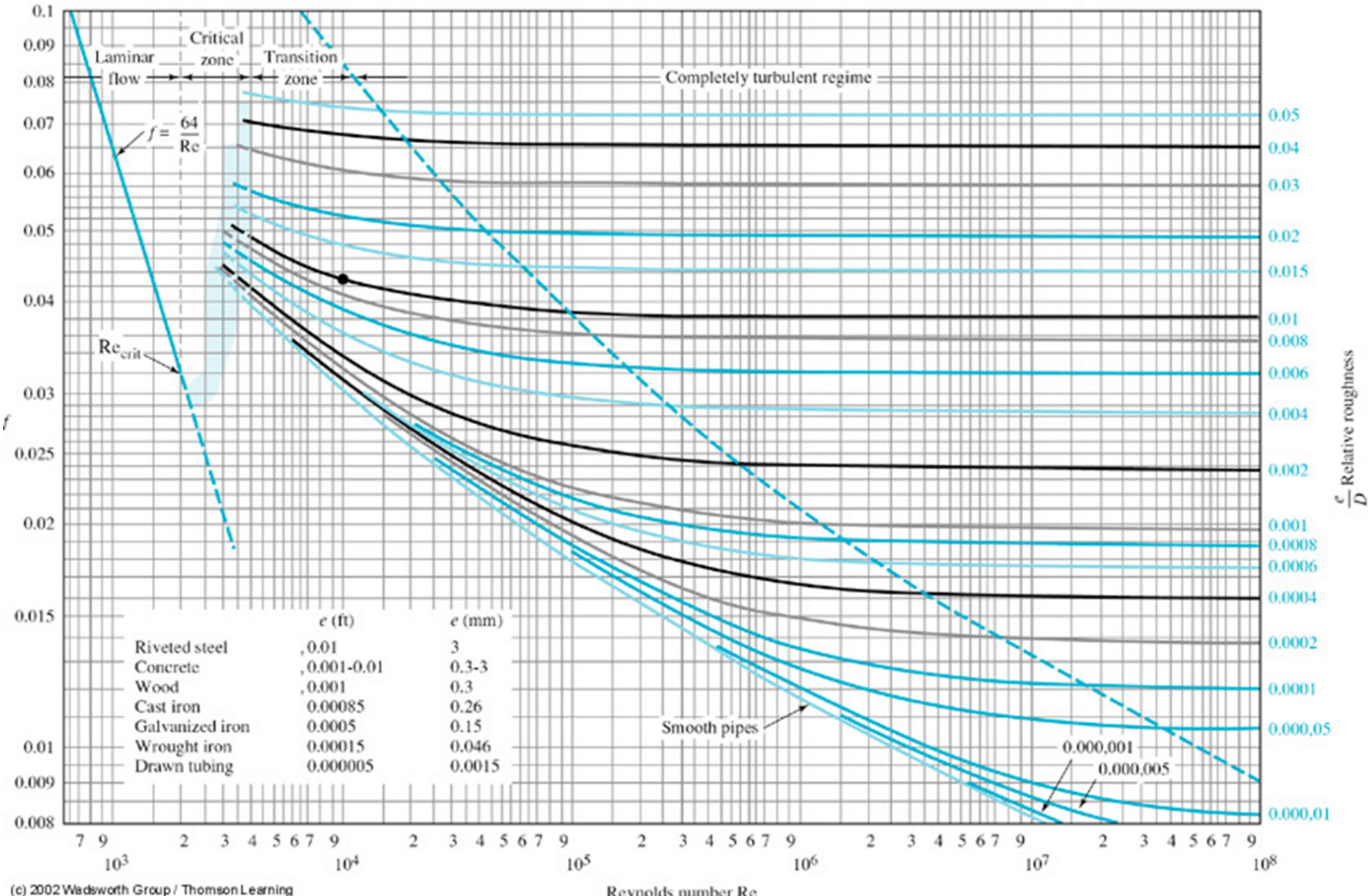
Onde: *K ou* $\varepsilon \rightarrow$ *rugosidade absoluta equivalente do conduto (mm).*

Os valores de K estão tabelados na literatura para as tubulações industriais utilizadas na prática da engenharia (Porto, 1998)

- **Determinação de f:**
- **<u>Condutos Industriais – Diagrama de Moody (1944):</u>**
- A aplicação da Equação de Colebrook para diversos condutos industrias foi retratada no diagrama de Moody onde se reconhece as diversas regiões do escoamento turbulento.

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Distribuídas

Diagrama de Moody



	e (ft)	e (mm)
Riveted steel	0.01	3
Concrete	0.001-0.01	0.3-3
Wood	0.001	0.3
Cast iron	0.00085	0.26
Galvanized iron	0.0005	0.15
Wrought iron	0.00015	0.046
Drawn tubing	0.000005	0.0015

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Distribuídas

- **O diagrama de Moody pode ser representado para Re > 4000 pelas equações:**
- **Região I : regime laminar *f = F (Re)* $\rightarrow$** $f = \dfrac{64}{Re_D}$
- **Região II: regime de transição de escoamento laminar para turbulento (não tem equação definida)**
- **Região III: regime de escoamento turbulento liso**

f = F (Re) $\rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{f}} = 2 log R_e \sqrt{f} \; - 0,8$

- ***Região IV : regime de escoamento turbulento de transição de liso para rugoso***

f = F (Re, K/D) $\rightarrow$ ***Colebrook***

- ***Região V: regime de escoamento turbulento rugoso***

f = F (K/D) $\rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{f}} = 1,74 + 2 log \dfrac{D}{2K}$

Obs.: Alternativa Diagrama de Moody - Rouse

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Distribuídas

- **Determinação de f:**
- **<u>Condutos Industriais – Equações Explícitas Aproximadas:</u>**
- Equações apresentadas na literatura a partir da década de 70.
- Exemplo: equação de Swamee-Jain (1976):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{K}{3{,}71D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)$$

Tabela comparativa – Equações de Colebrook e Swamee-Jain

Os cálculos foram feitos para condições típicas de projetos de instalações hidráulicas.

Reynolds	f (Colebrook)	f (Swamee-Jain)
10^4	0,0351	0,0357
5×10^4	0,0286	0,0289
10^5	0,0275	0,0277
5×10^4	0,0264	0,0265
10^6	0,0263	0,0264
3×10^4	0,0262	0,0262

Fonte: Porto, 1998

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Distribuídas

- Categorias de Problemas:

Categoria	*Conhecidos*	*Desconhecido*
1	Q, D, e, ν	h_L
2	D, e, ν, h_L	Q
3	Q, e, ν, h_L	D

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo Perdas de Carga Localizadas

- Experimentalmente pode-se estabelecer a perda de carga localizada ou singular em um escoamento em tubulação através de uma função dimensional:
- $\gamma\, h_s = f\,(\,\rho,\, V,\, D,\, \mu,\, K,\, coef.\ forma).$
- Aplicando-se a teoria da análise dimensional, é possível obter a seguinte equação adimensional equivalente:
- $\frac{\gamma h_s}{\rho V^2} = \emptyset\,(R_e\,, \frac{K}{D}$, coef. forma).
- Em muitos casos práticos, com Reynolds elevados, singularidades curtas, os efeitos de viscosidade e rugosidade são desprezados:
- $\frac{\gamma h_s}{\rho V^2} = \emptyset$ (coef. forma).
- Para uma singularidade específica, em função do termo cinético:
- $\frac{\gamma h_s}{\frac{1}{2}\rho V^2} = K_s$

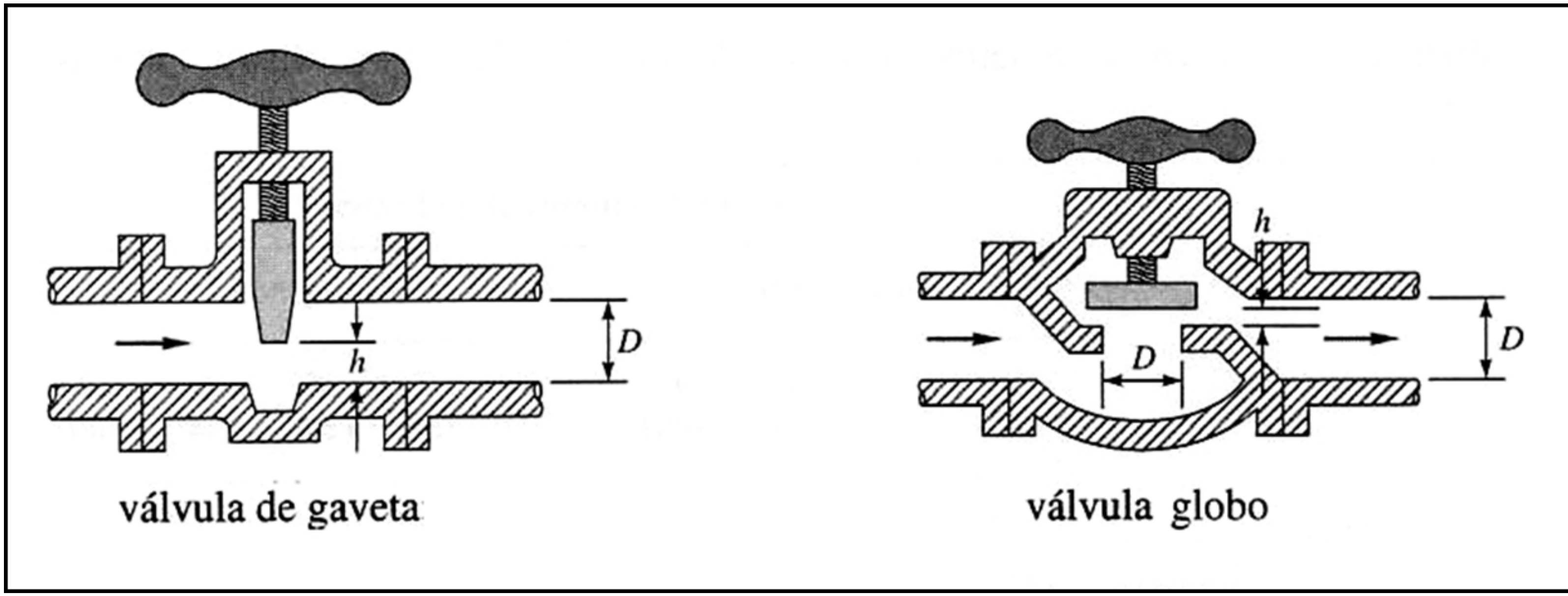
Perdas de Carga – Formulação de Cálculo Perdas de Carga Localizadas

- Alternativamente:
- $h_s = K_s \frac{V^2}{2g}$
- Comparando-se com a equação de Darcy – Weisbach:
- $h_f = f \frac{L}{D_H} \frac{V^2}{2g}$
- $K_s = f \frac{L_{eq}}{D}$,sendo: L_{eq} *comprimento equivalente da singularidade (m)*

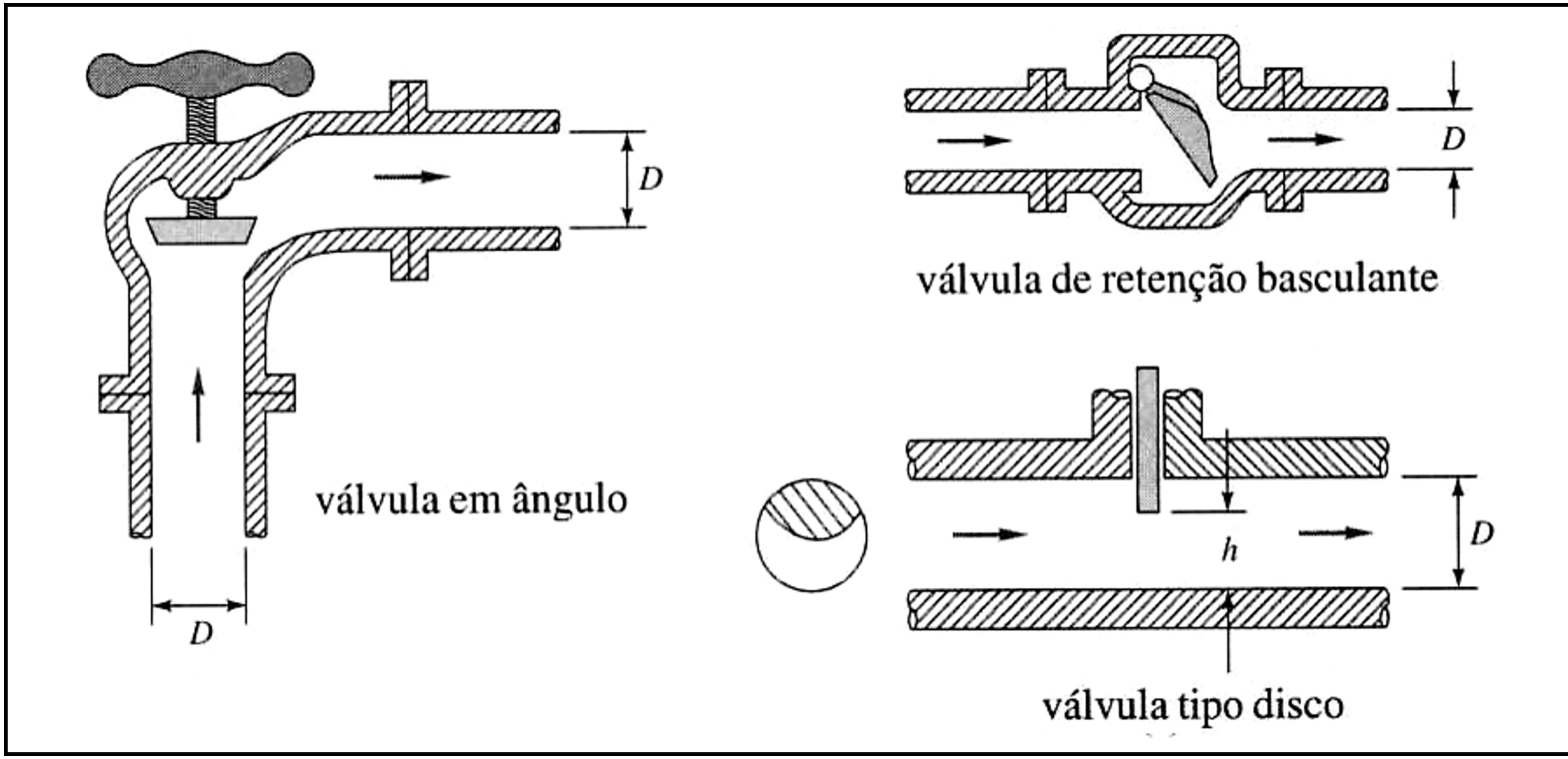
- **As perdas localizadas ocorrem quando há mudanças bruscas, localizadas, de velocidade. Por exemplo: em acessórios de tubulações.**

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Localizadas

- **Alguns acessórios de tubulação - válvulas**

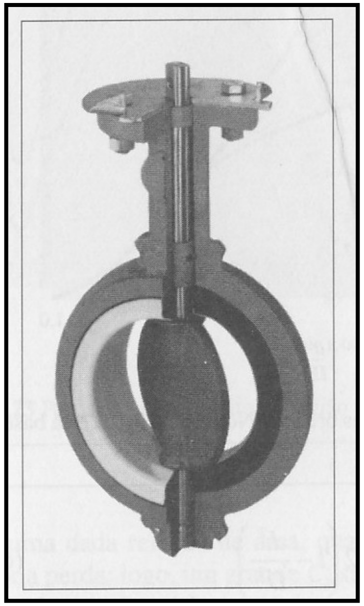


Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Localizadas



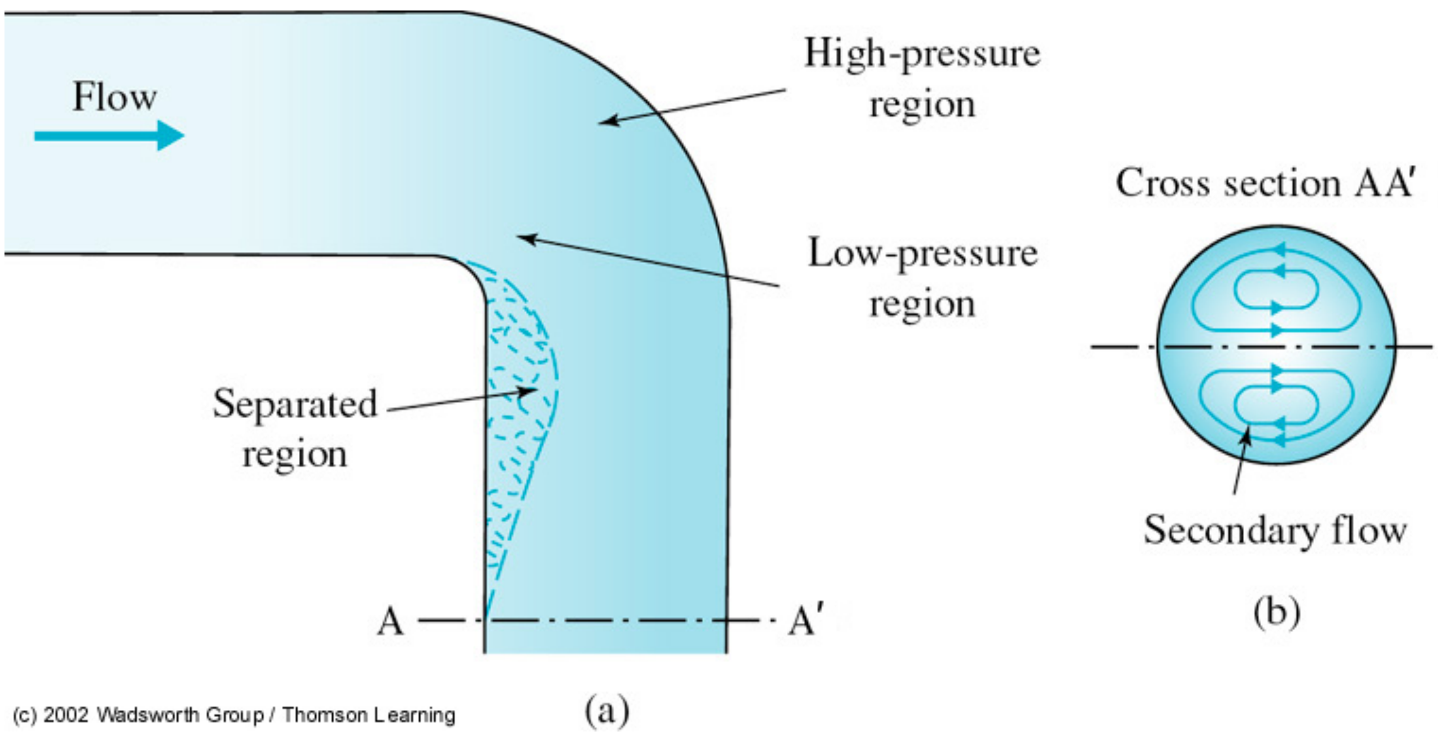
Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Localizadas

Válvula borboleta



Perdas de Carga – Formulação de Cálculo Perdas de Carga Localizadas

- **Escoamento em um cotovelo**

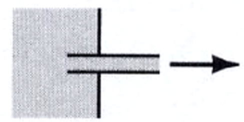
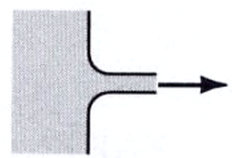
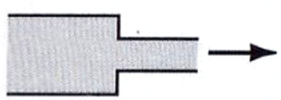


Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Localizadas

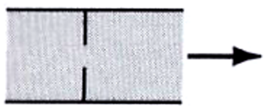
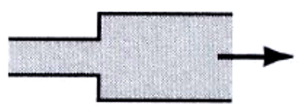
TABELA 7.2 Coeficientes de perda nominais K (escoamento turbulento)[a]

Tipos de Acessório	*Rosqueado*			*Flangeado*		
Diâmetro	2,5 cm	5 in	10 cm	5 cm	10 cm	20 cm
Válvula globo (totalmente aberta)	8,2	6,9	5,7	8,5	6,0	5,8
(meio aberta)	20	17	14	21	15	14
(um quarto aberta)	57	48	40	60	42	41
Válvula em ângulo (totalmente aberta)	4,7	2,0	1,0	2,4	2,0	2,0
Válvula de retenção (totalmente aberta)	2,9	2,1	2,0	2,0	2,0	2,0
Válvula de gaveta (totalmente aberta)	0,24	0,16	0,11	0,35	0,16	0,07
Curva de Retorno (em "U")	1,5	0,95	0,64	0,35	0,30	0,25
Tê (ramal)	1,8	1,4	1,1	0,80	0,64	0,58
Tê (em linha)	0,9	0,9	0,9	0,19	0,14	0,10
Cotovelo-padrão	1,5	0,95	0,64	0,39	0,30	0,26
Cotovelo de grande diâmetro	0,72	0,41	0,23	0,30	0,19	0,15
Cotovelo de 45°	0,32	0,30	0,29			

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Localizadas

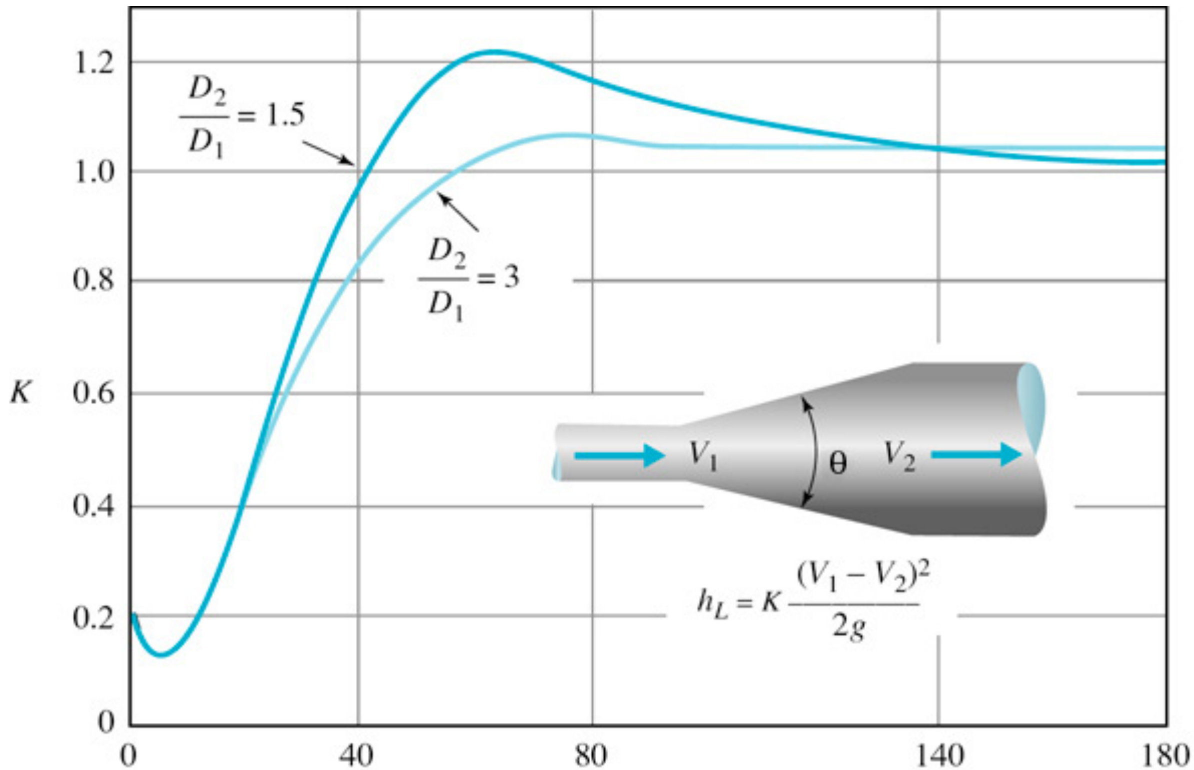
Entrada com quinas vivas			0,5
Entrada reentrante			0,8
Entrada arredondada			0,03
Saída do tubo			1,0
		Razão de área	
Contração súbita[b]		2:1	0,25
		5:1	0,41
		10:1	0,46

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Localizadas

		Razão de área A/A_0	
Placa de orifício		1,5:1	0,85
		2:1	3,4
		4:1	29
		$\geq 6:1$	$2{,}78\left(\dfrac{A}{A_0}-0{,}6\right)^2$
Alargamento súbito[c]			$\left(1-\dfrac{A_1}{A_2}\right)^2$

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo Perdas de Carga Localizadas

- **Coeficientes de perda em expansão cônica**



θ

Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga Localizadas

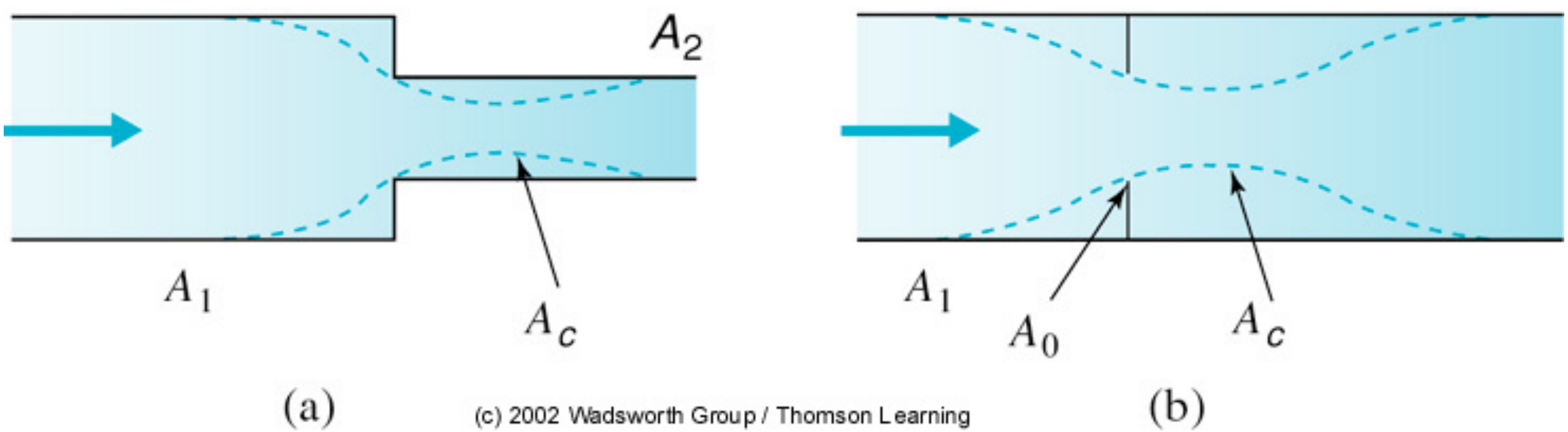
Vena contracta em contração e orifícios: (a) contração brusca; (b) orifício concêntrico.

$$A_c = C_c A_2$$

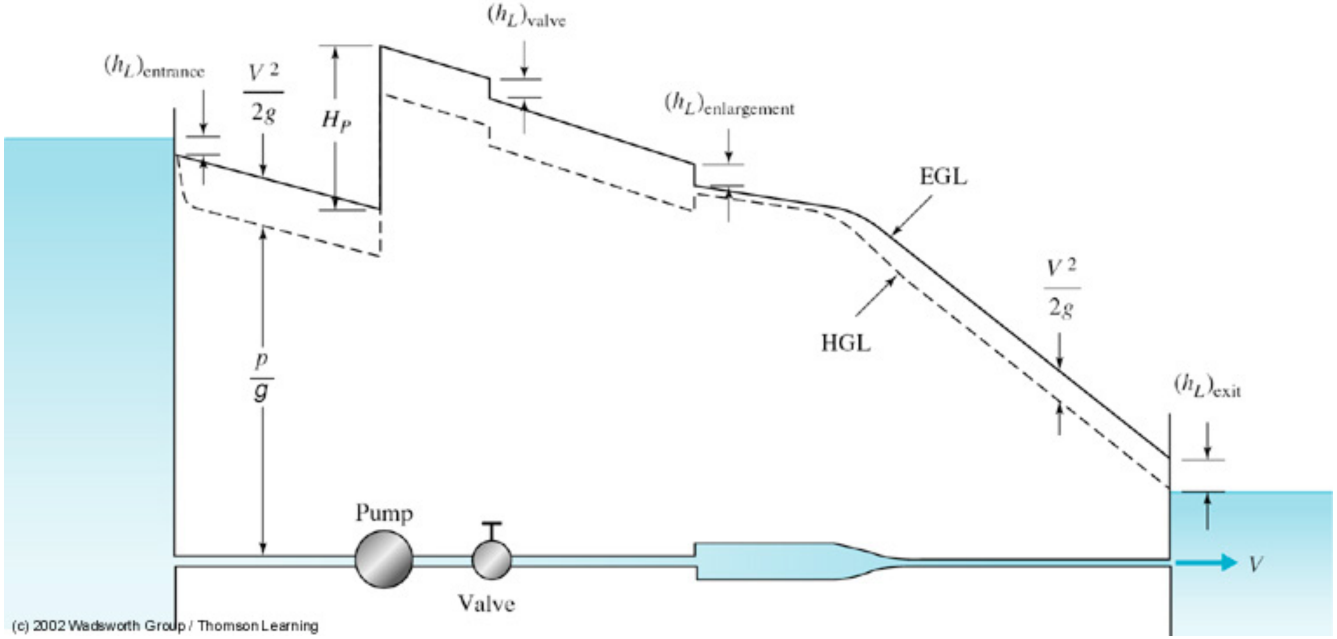
$$C_c = 0.62 + 0.38\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^3$$

$$A_c = C_c A_0$$

$$C_c = 0.60 + 0.40\left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2$$



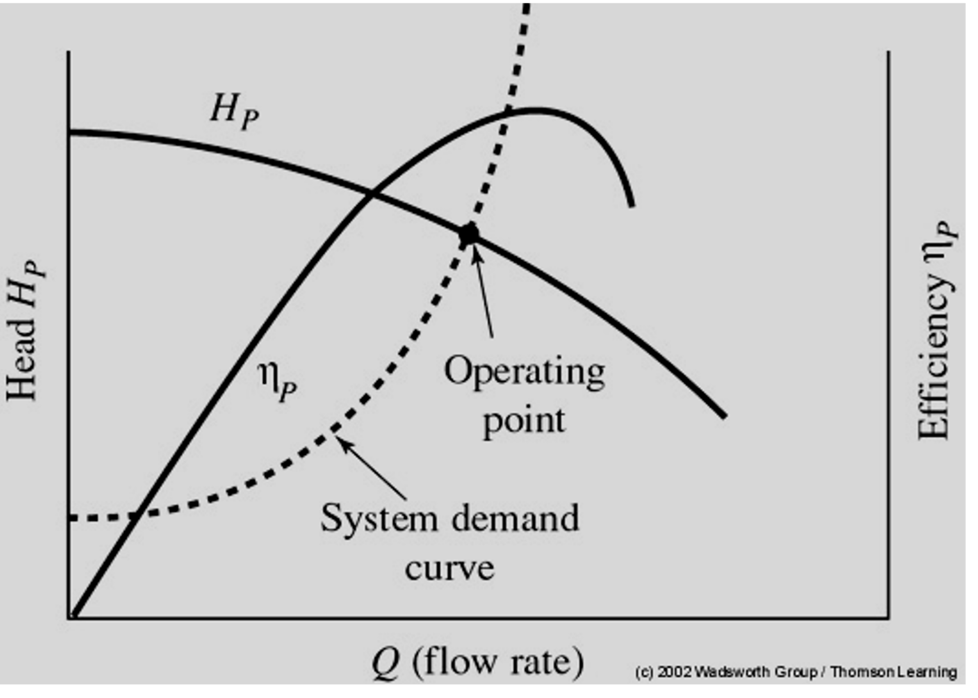
Perdas de Carga – Formulação de Cálculo
Perdas de Carga – Linhas



Perdas de Carga – Perdas de Carga Curvas Características

$$H_e - H_s = \left(\frac{\dot{W}a}{\gamma Q}\right)_{e-s} - \left(\frac{\dot{W}m}{\gamma Q}\right)_{e-s}$$

$$H_B = H_P = \left(\frac{\dot{W}m}{\gamma Q}\right)_{e-s}$$

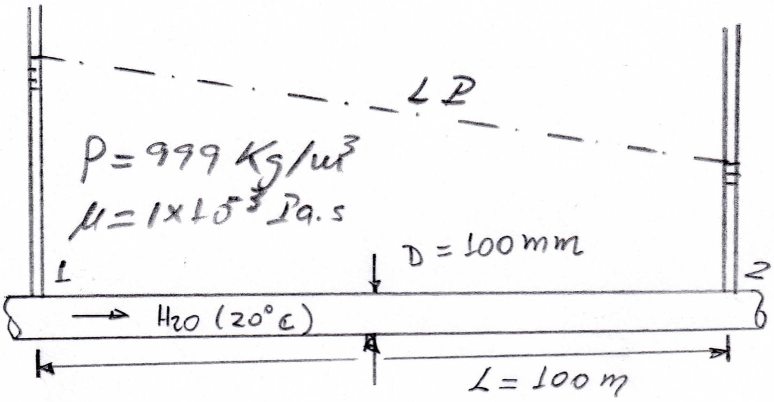


Exercícios

Exercícios

Escoamento em Tubulações – Perda de Carga

1) Água a 20^{0}C escoa através de uma tubulação horizontal de concreto fr 100 m de comprimento e D = 100 mm. Sabendo-se que a vazão em massa da água $\dot{m} = 15\ kg/s$, pede-se determinar a queda de pressão na tubulação (problema tipo I).



Solução:

$$H_1 - H_2 = \left(\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}\right)_{1-2} - \cancel{\frac{\dot{W}_u}{\gamma Q}}^{\,0}$$

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + z_2\right) = \left(\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}\right)_{1-2}$$

$$V_1 = V_2 = V \quad e \quad z_1 = z_2$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \left(\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}\right)_{1-2} = \Delta H_{1-2} = h_f + \cancel{\sum h_s}^{\,0}$$

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = f \frac{L}{D_H} \frac{V^2}{2g} \qquad \text{onde } D_H = D$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{4\dot{m}}{\rho \pi D^2} = \frac{4 \times 15}{999 \times \pi \times (0{,}10)^2}$$

$$V = 1{,}91\ m/s \ ; \ Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{999 \times 1{,}91 \times 0{,}10}{1 \times 10^{-3}}$$

$$Re = 1{,}91 \times 10^5$$

concreto (má qualidade $\Rightarrow K = 0{,}90\,mm$

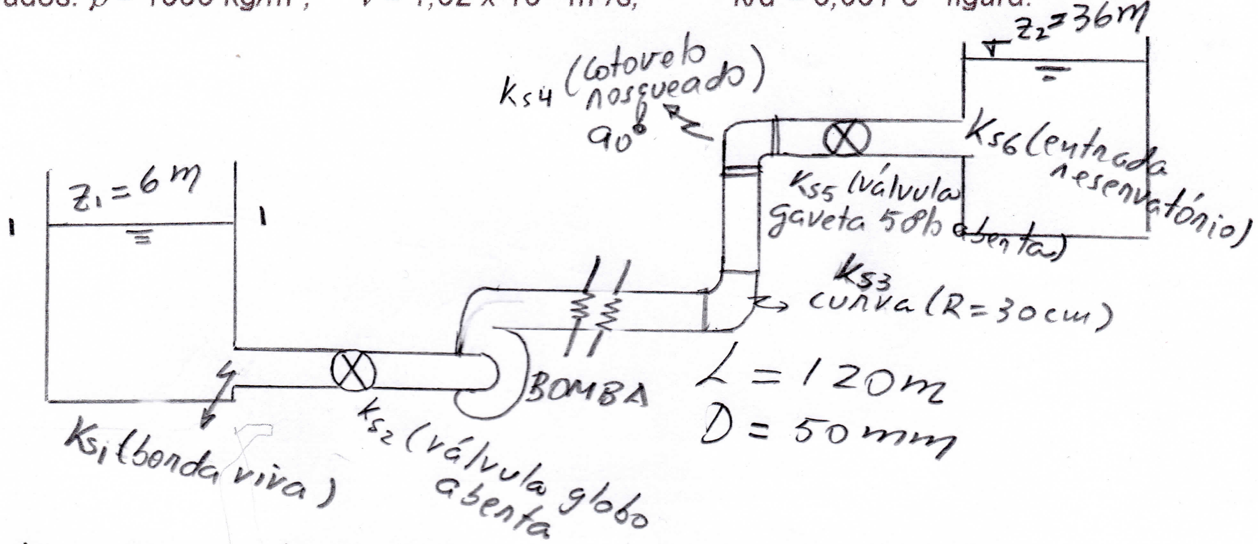
$$\frac{K}{D} = \frac{0{,}90}{100} = 0{,}009$$

Moody ou Colebrook $\Longrightarrow f = 0{,}037$

$$\Delta p = 0{,}037 \times \frac{100}{0{,}10} \times \frac{(1{,}91)^2}{2 \times 9{,}8} \times 9800 \cong \underline{\underline{67490\ Pa}}$$

2) Água é bombeada entre dois reservatório $Q = 6 \times 10^{-3}\ m^3/s$ através de um duto de $D = 50\ mm$ e $L = 120\ m$ e diversas singularidades . determinar a potência requerida pela bomba.

Dados: $\rho = 1000\ kg/m^3$; $\nu = 1{,}02 \times 10^{-6}\ m^2/s$; $k/d = 0{,}001$ e *figura:*



$K_{s1} = 0{,}5$; $K_{s2} = 6{,}9$; $K_{s3} = 0{,}15$; $K_{s4} = 0{,}95$;
$K_{s5} = 2{,}7$; $K_{s6} = 1{,}0$

$$\left(\underset{0}{\cancel{\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}}} + \underset{0}{\cancel{\frac{p_1}{\gamma}}} + z_1\right) - \left(\underset{0}{\cancel{\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}}} + \underset{0}{\cancel{\frac{p_2}{\gamma}}} + z_2\right) = \frac{\dot W_a}{\gamma Q} - \frac{\dot W_m}{\gamma Q}$$

$$z_1 - z_2 = \frac{\dot W_a}{\gamma Q} - \frac{\dot W_m}{\gamma Q}$$

$$\frac{\dot W_a}{\gamma Q} = h_f + \Sigma h_s = \left(f\frac{L}{D} + \Sigma k_s\right)\frac{V^2}{2g}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{6 \times 10^{-3} \times 4}{\pi \times (0{,}05)^2} = 3{,}06\ m/s$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{3{,}06 \times 0{,}050}{1{,}02 \times 10^{-6}} = 1{,}5 \times 10^5$$

$$\frac{K}{D} = 0{,}001$$

Tipo I — Colebrook ou Moody ⟹ $f = 0{,}0218$

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = 0{,}0218 \times \frac{120}{0{,}050} \times \frac{(3{,}06)^2}{2 \times 9{,}8}$$

$$h_f = 24{,}5 m$$

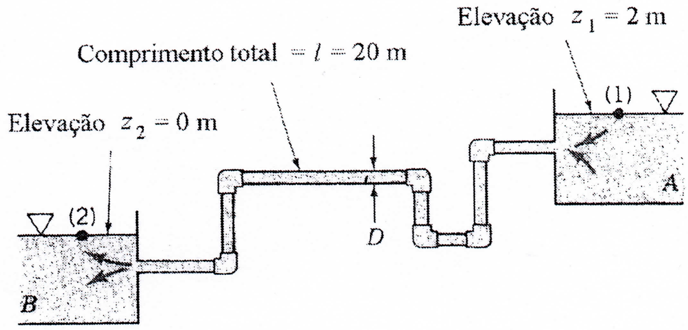
$$\Sigma h_s = \Sigma K_s\left(\frac{V^2}{2g}\right) = (0{,}5 + 6{,}9 + 0{,}15 + 0{,}95 + 2{,}7 + 1{,}0)\frac{(3{,}06)^2}{2 \times 9{,}8}$$

$$\Sigma h_s = 5{,}7\ m$$

$$\frac{\dot W_B}{\gamma Q} = (36 - 6) + (24{,}5 + 5{,}7) = 60{,}2 m \Rightarrow \dot W_B = \underline{3612\ W}$$

ESCOAMENTO TURBULENTO VISCOSO INTERNO

Água a 10 °C ($\nu = 1{,}307 \times 10^{-6}$ m².s) escoa do reservatório A mostrado na figura abaixo para o reservatório B através de uma tubulação de ferro fundido (ε = 0, 26 mm) que apresenta 20 m de comprimento. A vazão de água é de 0,002 m³/s. O sistema contém uma entrada de canto e seis curvas normais de 90°. Determine o diâmetro desta tubulação.



$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{\alpha_1 \cdot \bar{V}_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{\alpha_2 \cdot \bar{V}_2^2}{2g} + z_2 + h_L \quad ; \text{ com } p_1 = p_2 = 0 ; \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \approx 0 ; z_2 = 0$$

$$z_1 = \frac{\bar{V}^2}{2g}\left(f \cdot \frac{L}{D} + \Sigma K\right) \qquad (\mathrm{I})$$

$$Q = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \bar{V} \Rightarrow 0{,}002 = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot \bar{V} \Rightarrow \bar{V} = \frac{2{,}55 \times 10^{-3}}{D^2} \qquad (\mathrm{II})$$

$$\Sigma K = \underbrace{0{,}5}_{\text{entrada}} + \underbrace{6 \cdot 1{,}5}_{\text{curvas}} + \underbrace{1}_{\text{saída}} = 10{,}5$$

Voltando à Eq. (I):

aplicando Eq. (II)

$$z_1 = \frac{\bar{V}^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(f \cdot \frac{20}{D} + 10{,}5\right) \Rightarrow \boxed{6{,}03 \times 10^6 \cdot D^5 - 10{,}5 \cdot D - 20 \cdot f = 0} \qquad (\mathrm{III})$$

$$Re = \frac{\bar{V} \cdot D}{\nu} = \frac{(2{,}55 \times 10^{-3}/D^2) \cdot D}{1{,}307 \times 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{Re = \frac{1{,}95 \times 10^3}{D}} \qquad (\mathrm{IV})$$

$$\boxed{\frac{\varepsilon}{D} = \frac{2{,}6 \times 10^{-4}}{D}} \qquad (\mathrm{V})$$

4 Eqs: (III), (IV), (V) + Diagr. Moody ou Eq. Colebrook (ou Churchill)

4 Inc.: D, f, Re, ε/D

D (m)	f	Re	ε/D	f	D (m)
0,05	0,068	39000	0,0052	0,033	0,0452
0,0452	0,0332	43141,6	0,00575	0,034	0,0453
0,0453	0,0337	43046,4	0,00574	0,034	0,0453

Assim:

$$\boxed{D = 45{,}3 \text{ mm}}$$