Escoamento interno - I

Introdução: escopo

Exemplo de escoamento em duto

Tubulação hidrelétrica de Henry Borden (Cubatão - SP)

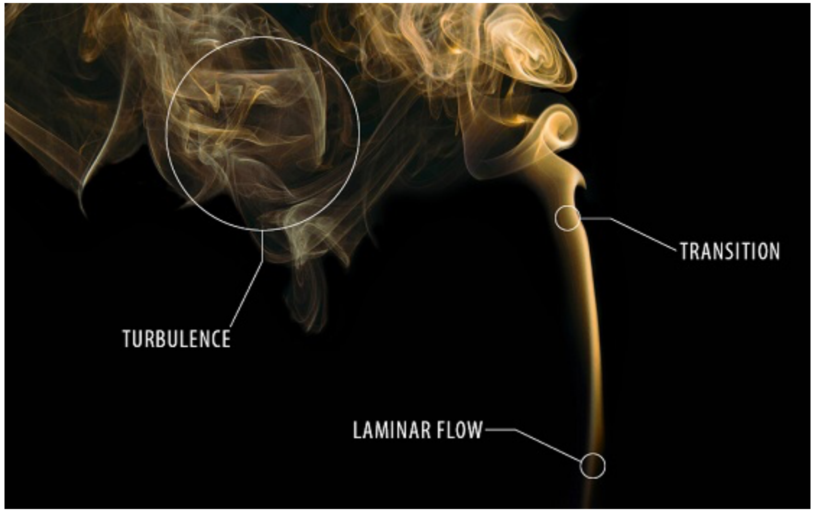
Contraexemplo de escoamento em canal aberto

Trecho de rede de esgoto romana (Cloaca Maxima)

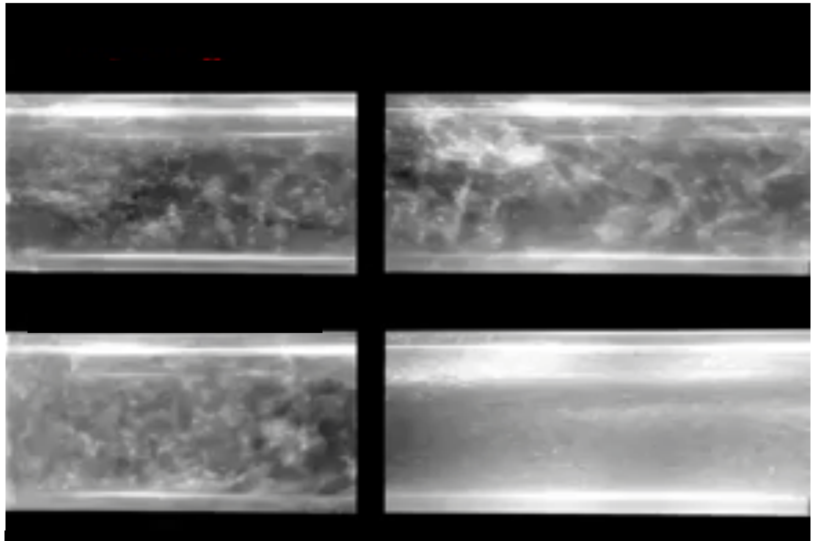
https://www.sciencemag.org/news/2017/08/origins-ancient-rome-s-famed-pipe-plumbing-system-revealed-soil-samples

https://www.diariodolitoral.com.br/cotidiano/a-historia-dos-tubos-gigantes-fincados-na-serra-do-mar/101608/

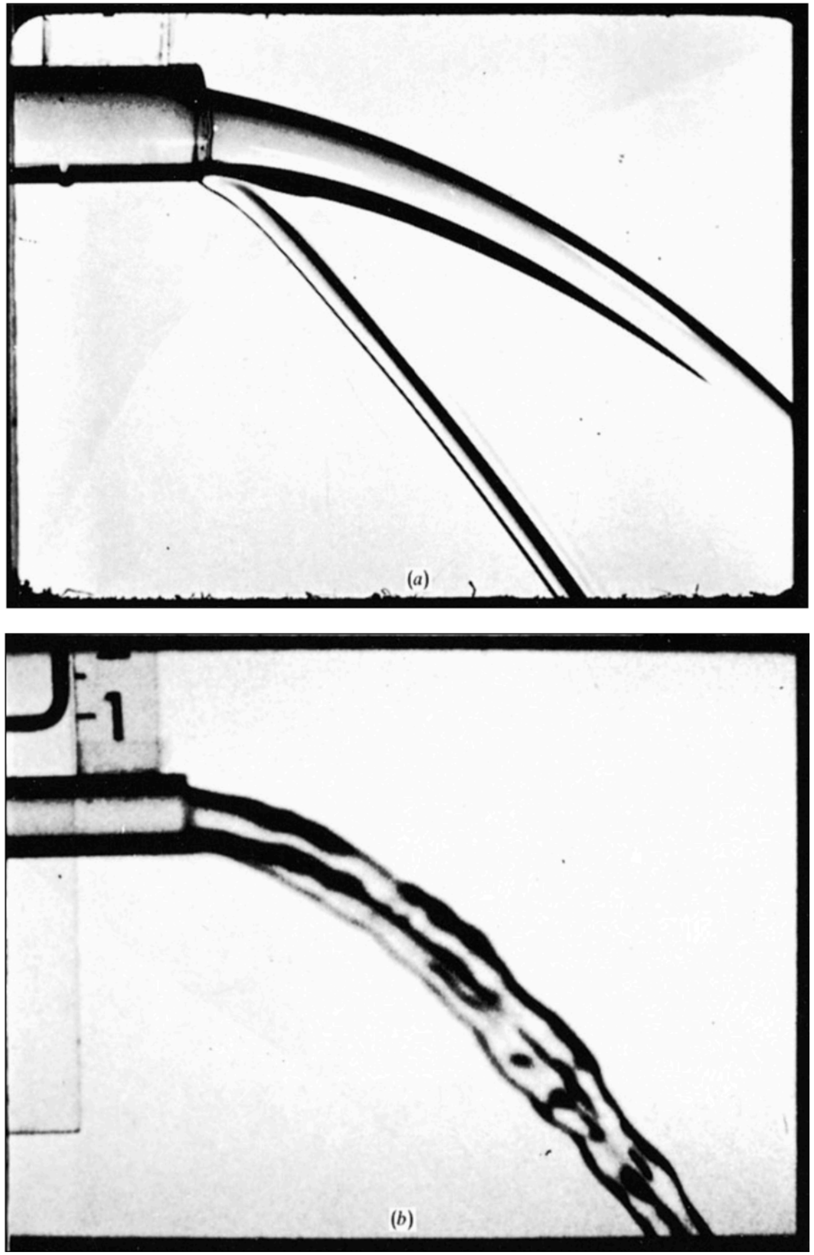
Escoamento laminar x turbulento



https://www.bronkhorst.com/int/blog/what-is-the-difference-between-laminar-flow-and-turbulent-flow/

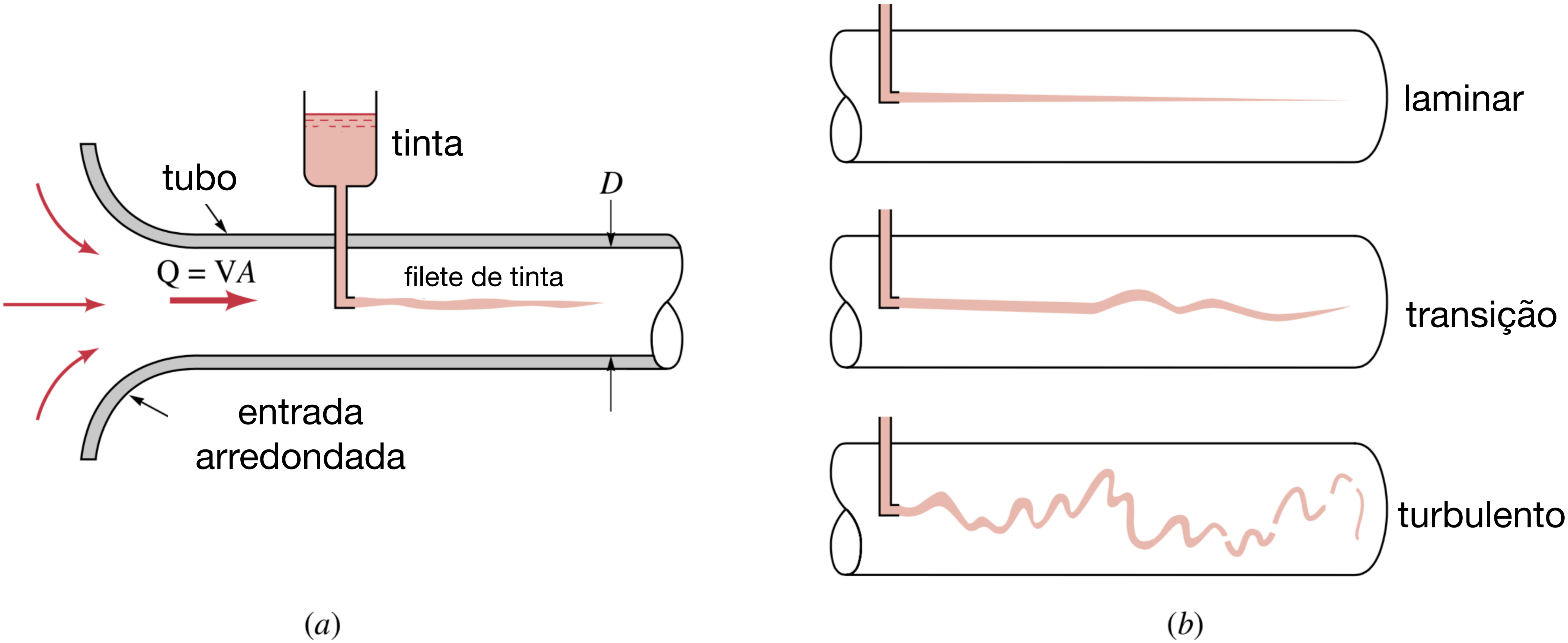


https://www.createdigital.org.au/pipe-design-energy-costs/



White, F. Mecânica dos Fluidos.

Escoamento laminar x turbulento



Experimento de Reynolds

Experimento de Reynolds

Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

"Se o fluxo em um tubo é laminar, transitório ou turbulento depende do valor do número de Reynolds.
Neste experimento, a água flui através de um tubo transparente com velocidade crescente. O corante é injetado através de um tubo de pequeno diâmetro na parte esquerda da tela. Inicialmente, em baixa velocidade (Re<2100), o fluxo é laminar e o fluxo de corante é estacionário. À medida que a velocidade (Re) aumenta, o regime de transição ocorre e a corrente do corante fica ondulada (fluxo laminar oscilatório instável). A velocidades ainda mais altas (Re> 4000), o fluxo se torna turbulento e a corrente de corante é dispersa aleatoriamente por todo o fluxo."

Video © B. R. Munson

Escoamento laminar x turbulento

Classificação dos regimes de escoamento em função do número de Reynolds:

- Escoamento **laminar**: $\mathrm{Re} < 2100$;
- Escoamento de **transição**: $2100 < \mathrm{Re} < 4000$;
- Escoamento **turbulento**: $\mathrm{Re} > 4000$;

Na prática adota-se escoamento turbulento para $\mathrm{Re} > 2100$.

Outras formas de calcular Re

Para tubos de seção circular:

$$Q = \overline{V}.A_c = \overline{V} \cdot \frac{\pi.D^2}{4} \Rightarrow \overline{V} = \frac{4.Q}{\pi.D^2} \therefore \mathrm{Re} = \frac{4.Q}{\pi.D.\nu}$$

$$\dot{m} = \rho.\overline{V}.A_c = \rho.\overline{V} \cdot \frac{\pi.D^2}{4} \Rightarrow \overline{V} = \frac{4.\dot{m}}{\rho.\pi.D^2} \therefore \mathrm{Re} = \frac{4.\dot{m}}{\pi.D.\mu}$$

Diâmetro hidráulico e Reynolds

$$D_h = \frac{4.A_c}{P}$$

onde A_c é a área da seção transversal do duto e P o perímetro molhado desta seção. Para tubos: $A_c = (\pi/4).D^2$ e $P = \pi.D$, o que resulta, portanto, $D_h = D$, onde D é o diâmetro do tubo. Assim,

$$\text{Re} = \frac{\rho.\overline{V}.D_h}{\mu} = \frac{\overline{V}.D_h}{\nu}$$

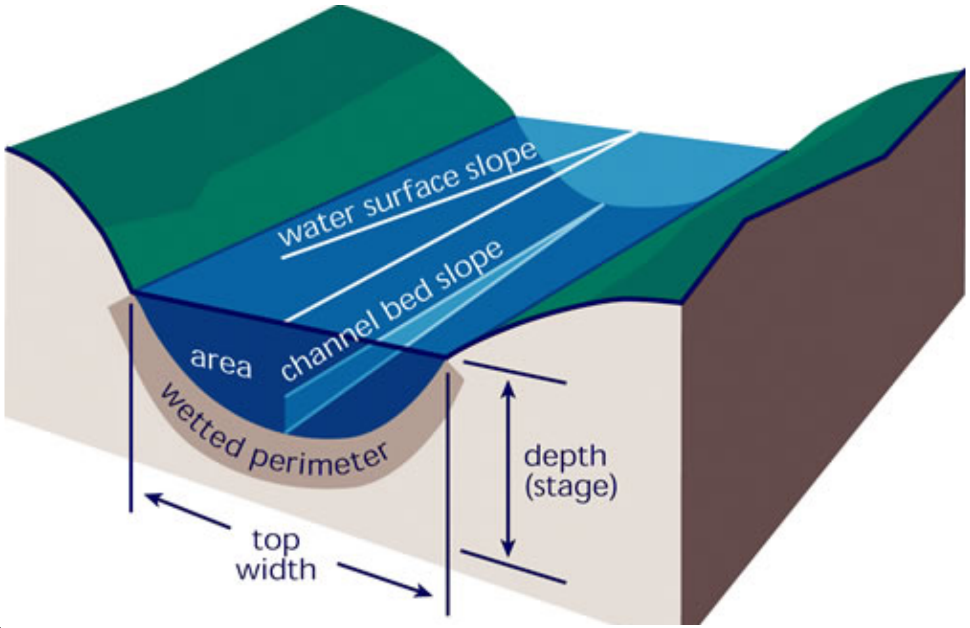
Dutos - seção não circular

$$Re_D = \frac{\rho \bar{V} D_H}{\mu}$$

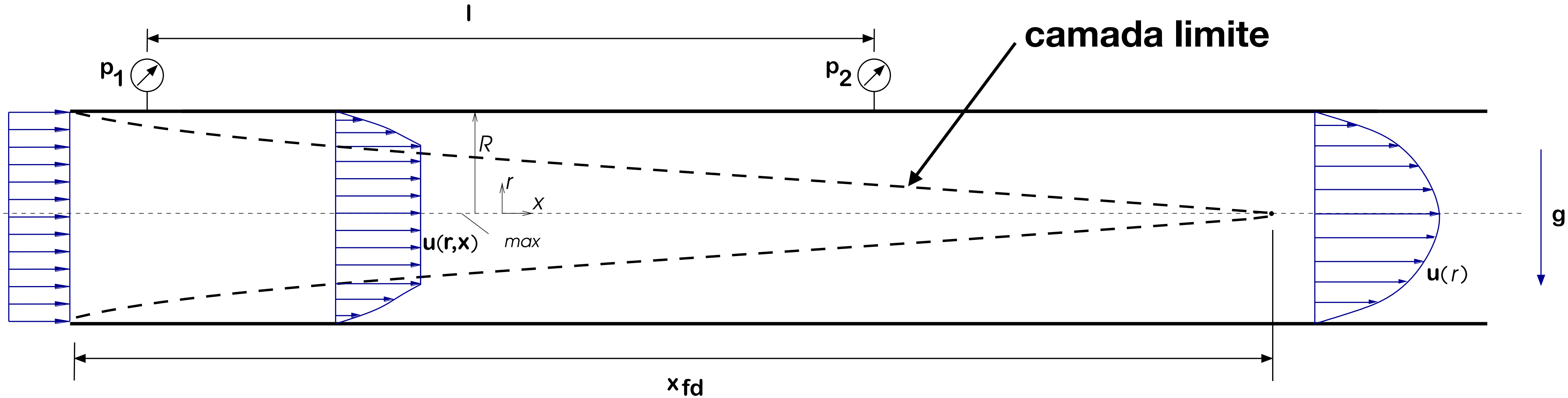
Diâmetro hidráulico:

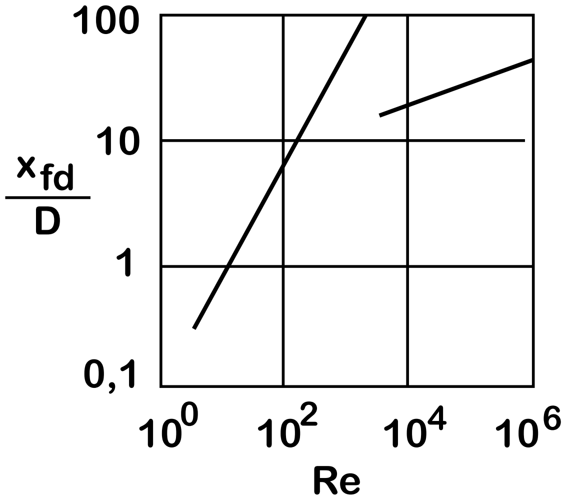
$$D_H = \frac{4A}{P}$$

perímetro molhado



Caso mais simples: tubo horizontal



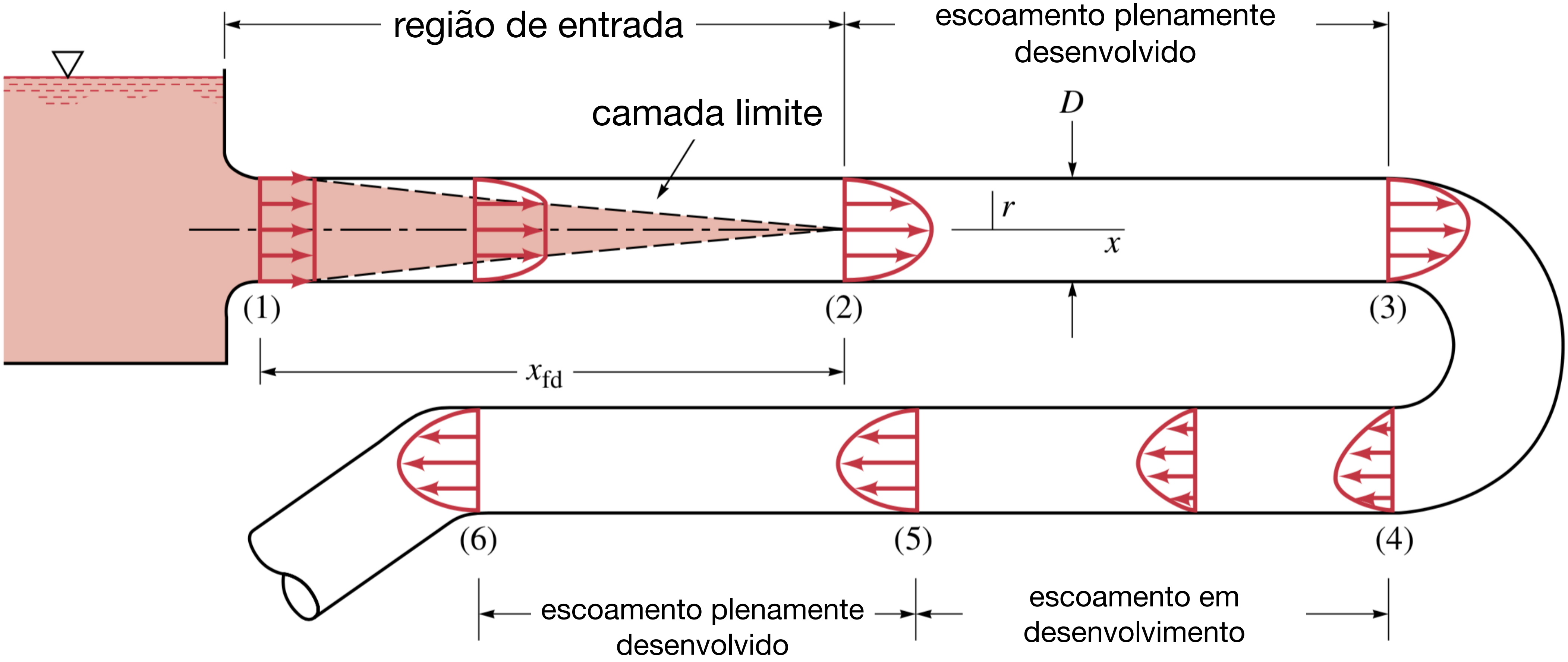


$$x_{fd} = 0{,}06.D.\mathrm{Re} \text{ (escoamento laminar)}$$

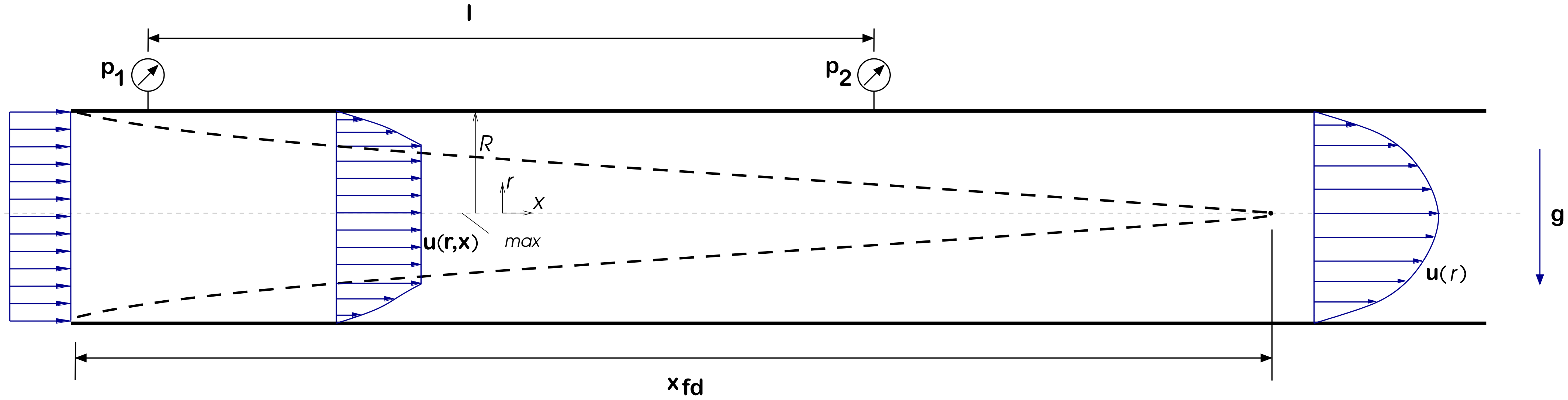
$$x_{fd} = 4{,}4.D.\mathrm{Re}^{1/6} \text{ (escoamento turbulento)}$$

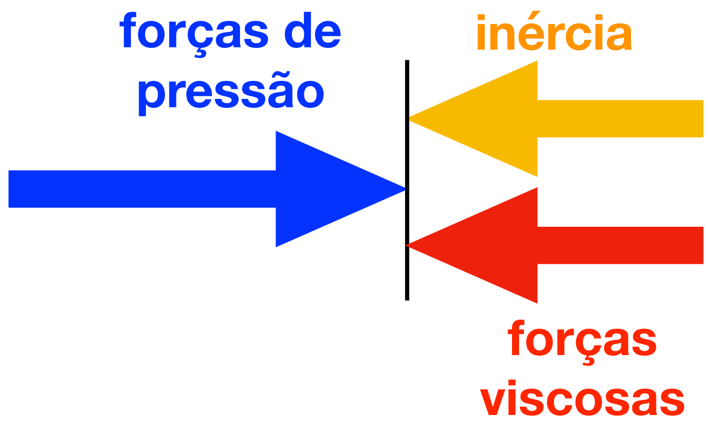
Região de entrada

O comprimento de entrada é a distância necessária para que u(x,r) deixe de ser função de x e passe a ser função apenas de r, u(r).



Região de entrada fluidodinâmica



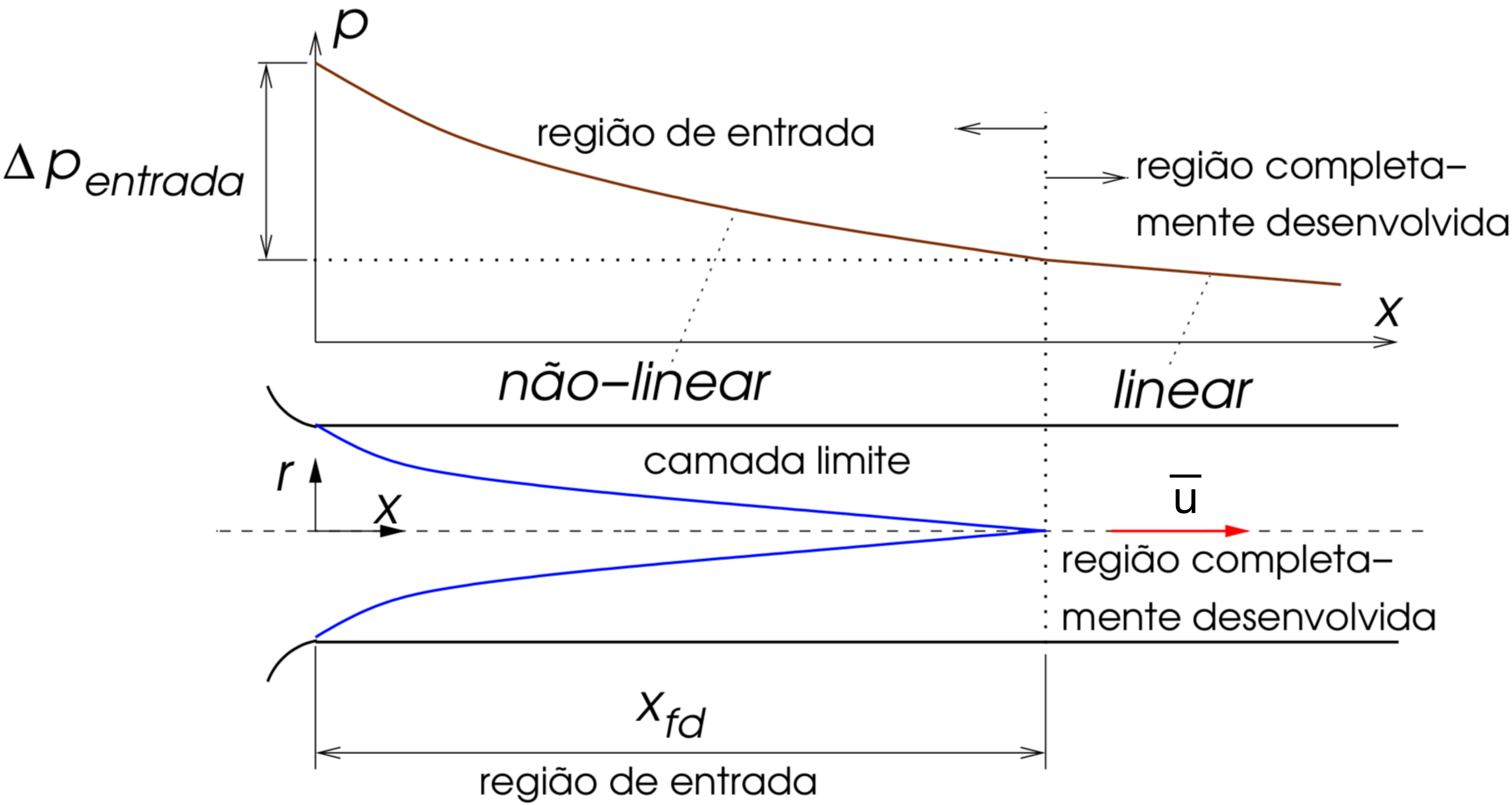


$$\Delta p_{L,e} = p_1 - p_2 > 0$$

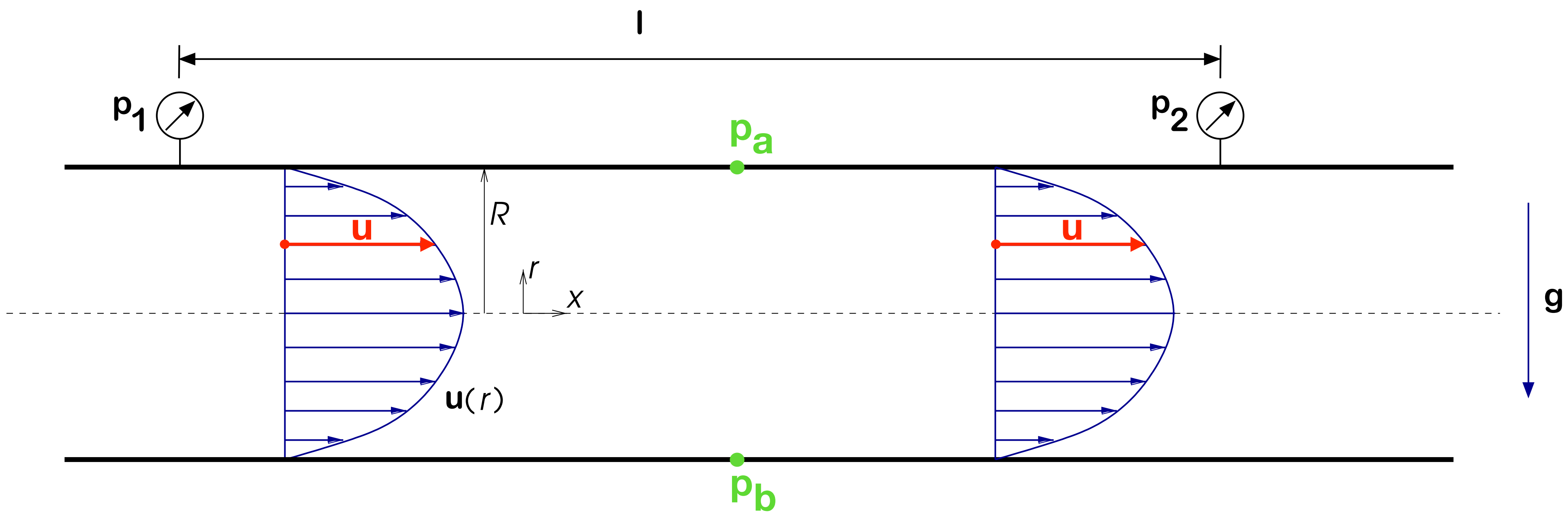
$$\therefore \vec{a} \neq \vec{0}$$

Nota: $\dfrac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \vec{0}, \quad reg.perm.$ $\qquad \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = u \dfrac{\partial u}{\partial x} \hat{i} \neq \vec{0}, \quad esc.\ em\ desenvolvido$

Perfil de pressão em um tubo horizontal



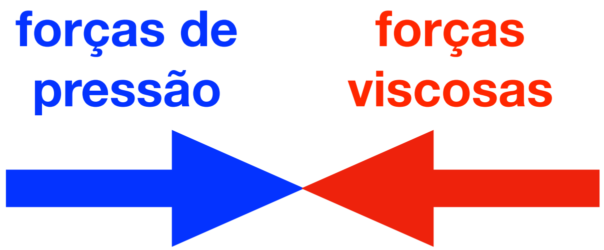
Escoamento plenamente desenvolvido



$$\Delta p_{L,e} > \Delta p_L = p_1 - p_2 > 0$$

$$p_b - p_a = \rho g 2R$$

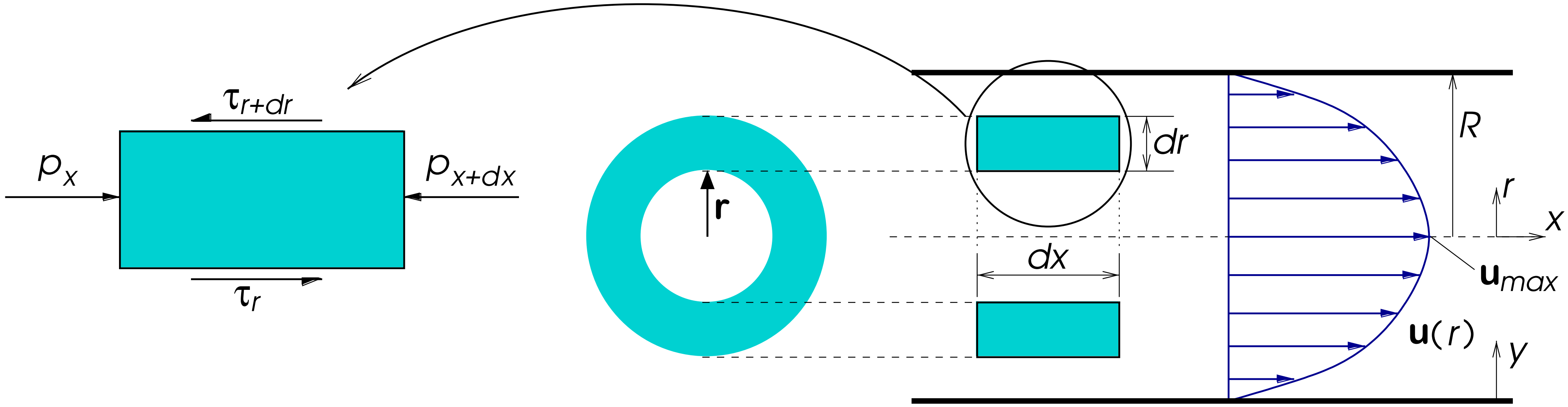
$$p_b - p_a \ll p_1, p_2$$



$$\therefore \vec{a} = \vec{0}$$

Nota: $\dfrac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \vec{0}, \quad reg.perm.$ $\qquad \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = u \dfrac{\partial u}{\partial x} \hat{i} = \vec{0}, \quad esc.pl.desenvolvido$

Elemento de fluido diferencial (na horizontal):



2ª lei de Newton em regime permanente para o elemento diferencial: $\vec{F} = m\vec{a} = \vec{0}$

$$(2.\pi.r.dr.p)_x - (2.\pi.r.dr.p)_{x+dx} + (2.\pi.r.dx.\tau)_r - (2.\pi.r.dx.\tau)_{r+dr} = 0$$

$$(2.\pi.r.dr.p)_x - (2.\pi.r.dr.p)_{x+dx} + (2.\pi.r.dx.\tau)_r - (2.\pi.r.dx.\tau)_{r+dr} = 0$$

Dividindo por $2.\pi.dr.dx$, resulta:

$$r \cdot \frac{p_{x+dx} - p_x}{dx} + \frac{(r.\tau)_{r+dr} - (r.\tau)_r}{dr} = 0$$

No limite, quando $dx \to 0$ e $dr \to 0$:

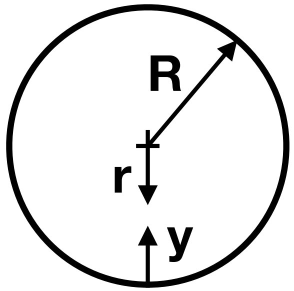
$$r \cdot \frac{dp}{dx} + \frac{d(r.\tau)}{dr} = 0$$

Desprezando-se a ação da gravidade, p(x): $\therefore \dfrac{dp}{dx} = f(x)$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido: 2ª Lei de Newton

$$r\frac{dp}{dx}+\frac{\partial\left(r\tau\right)}{\partial r}=0$$

obs.:



Para um fluido Newtoniano: $\tau=-\mu\dfrac{du}{dr}$

$$y=R-r\Rightarrow\frac{du}{dr}=-\frac{du}{dy}$$

$$u\left(r\right)\Rightarrow\tau\left(r\right)\qquad\qquad\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\mu\frac{du}{dr}\right)=\frac{dp}{dx}$$

Para μ constante: $\underbrace{\dfrac{\mu}{r}\dfrac{d}{dr}\left(r\dfrac{du}{dr}\right)}_{f(r)}=\underbrace{\dfrac{dp}{dx}}_{g(x)}\quad\therefore f\left(r\right)=g\left(x\right)=cte$

$$\frac{dp}{dx}<0\qquad\qquad\frac{dp}{dx}=\frac{p_2-p_1}{L}=-\frac{\Delta p_L}{L}<0$$

Equação diferencial ordinária de 2ª ordem no espaço:

$$\frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right)=\frac{dp}{dx}$$

Separando as variáveis e integrando:

$$d\left(r\frac{du}{dr}\right)=\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}rdr \qquad \int d\left(r\frac{du}{dr}\right)=\int\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}r\,dr$$

$$\Rightarrow r\frac{du}{dr}=\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{r^2}{2}+C_1 \qquad \Rightarrow du=\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{r}{2}dr+\frac{C_1}{r}dr$$

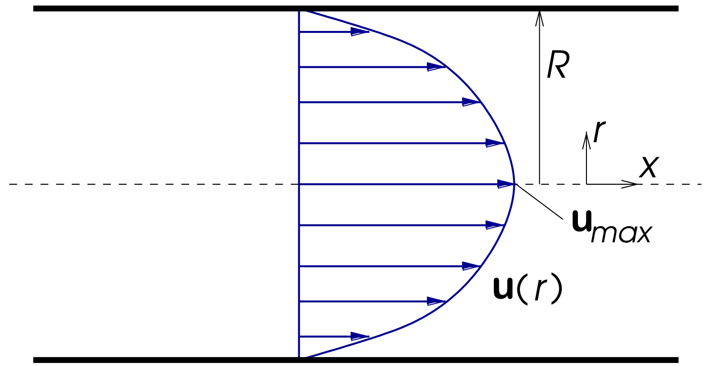
$$\Rightarrow \int du=\int\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{r}{2}dr+\int\frac{C_1}{r}dr \qquad \Rightarrow \boxed{u(r)=\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dx}r^2+C_1\ln r+C_2}$$

$$u(r) = \frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dx}r^2 + C_1 \ln r + C_2$$

Condições de contorno:

$$r = R, u = 0$$

$$r = 0, u = u_{\max}$$

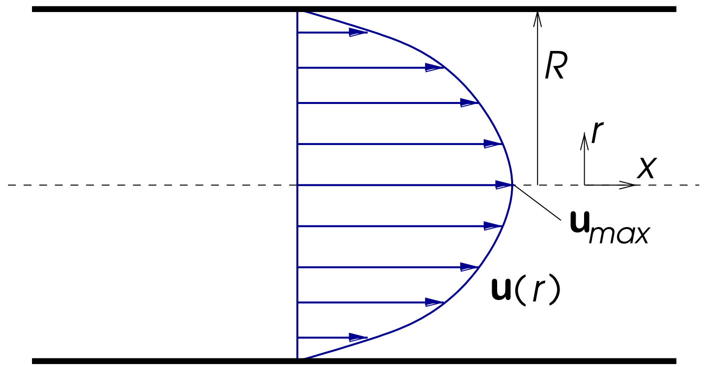


$$r = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$r = R, u = 0 \qquad \Rightarrow C_2 = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dx}R^2$$

Perfil de velocidades no escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$u(r)=\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dx}r^2-\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dx}R^2$$



$$u(r)=-\frac{R^2}{4\mu}\frac{dp}{dx}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

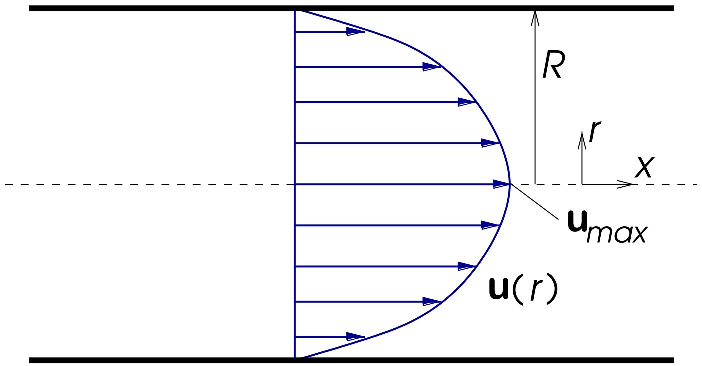
Perfil parabólico

$$\boxed{\frac{u(r)}{u_{\max}}=1-\left(\frac{r}{R}\right)^2} \quad com \quad \boxed{u_{\max}=-\frac{R^2}{4\mu}\frac{dp}{dx}}$$

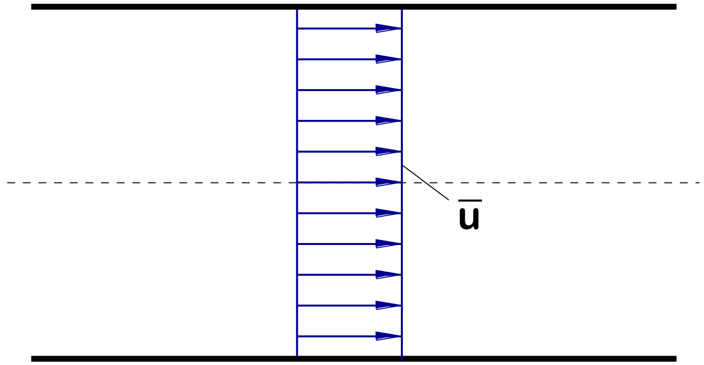
Velocidade média no escoamento laminar plenamente desenvolvido

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

$$\frac{u(r)}{u_{\max}} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$$



$\equiv$



$$\dot{m} = \int_{A_c} \rho u \, dA \quad = \quad \dot{m} = \rho \bar{u} A$$

$$\bar{u} = \frac{\int_{A_c} \rho u \, dA}{\rho A} \xrightarrow{\rho\ cte} \bar{u} = \frac{\int_{A_c} u \, dA}{A} \xrightarrow{\text{circular}} \bar{u} = \frac{\int_0^R u \, 2\pi r \, dr}{\pi R^2}$$

$$\boxed{\bar{u} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u \, r \, dr} \rightarrow \bar{u} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u \, r \, dr \rightarrow \bar{u} = \frac{2u_{\max}}{R^2} \int_0^R \left(r - \frac{r^3}{R^2} \right) dr$$

Velocidade média no escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\bar{u} = \frac{2u_{\max}}{R^2}\int_0^R \left(r - \frac{r^3}{R^2} \right) dr$$

$$\bar{u} = \frac{2u_{\max}}{R^2}\left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2} \right]_0^R = \frac{u_{\max}}{2}$$

$$\boxed{\bar{u} = \frac{u_{\max}}{2}}$$ **velocidade média é metade da máxima**

sendo a velocidade média dada por $\bar{u} = -\frac{R^2}{8\mu}\frac{dp}{dx}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\bar{u} = \frac{R^2}{8\mu}\frac{\Delta p_L}{L}}$

Tensão de cisalhamento no escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\frac{u(r)}{u_{\max}} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \qquad com \quad u_{\max} = \frac{R^2}{4\mu}\frac{\Delta p_L}{L}$$

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr} \qquad \tau = -\mu u_{\max} \frac{d}{dr}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

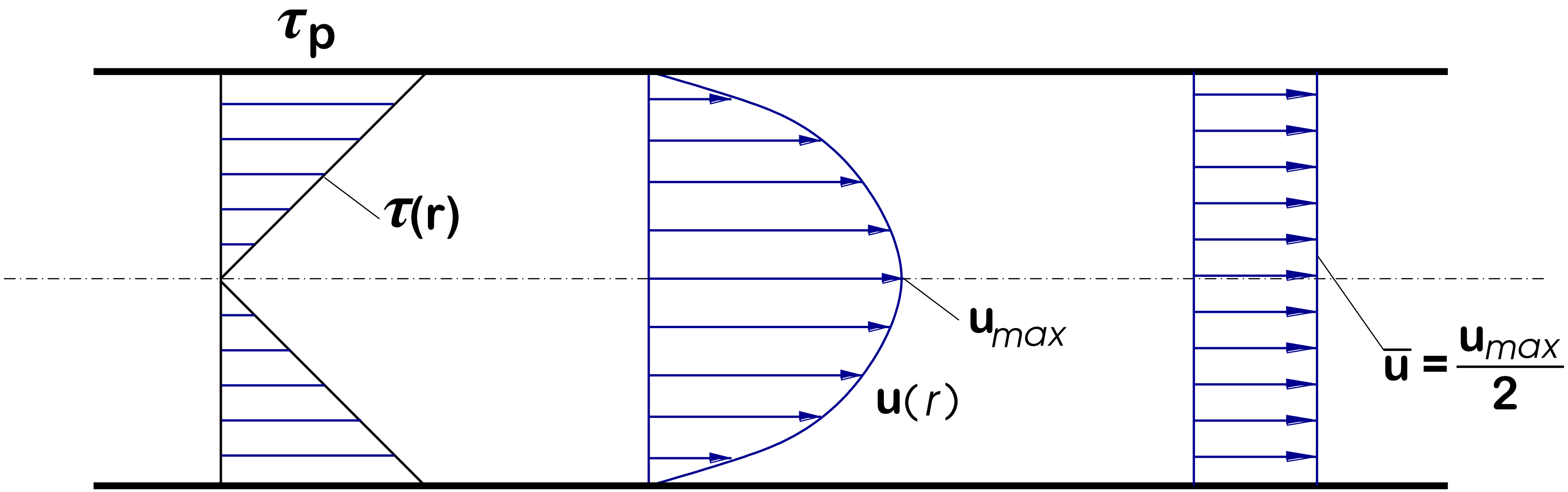
$$\tau = \frac{2\mu u_{\max}}{R^2} r$$ **Linear!**

$$\tau_p = \left[\frac{2\mu u_{\max}}{R^2} r\right]_{r=R}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau_p = \frac{2\mu u_{\max}}{R}} \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{\tau_p r}{R}}$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido: resumo

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo



tensão de cisalhamento

$$\tau = \frac{\tau_p r}{R}$$

$$\tau_p = \frac{2\mu u_{\max}}{R}$$

perfil de velocidades

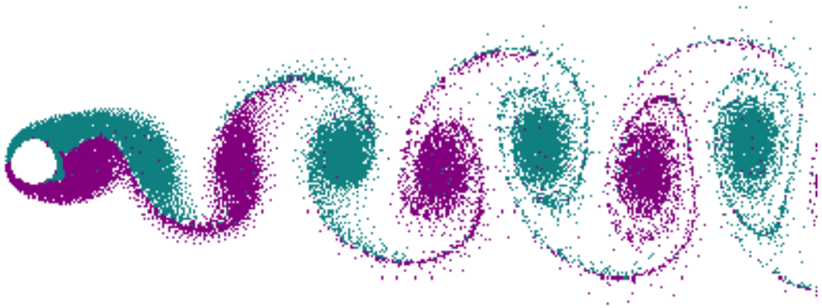
$$\frac{u(r)}{u_{\max}} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

$$\bar{u} = \frac{R^2}{8\mu}\frac{\Delta p_L}{L}$$

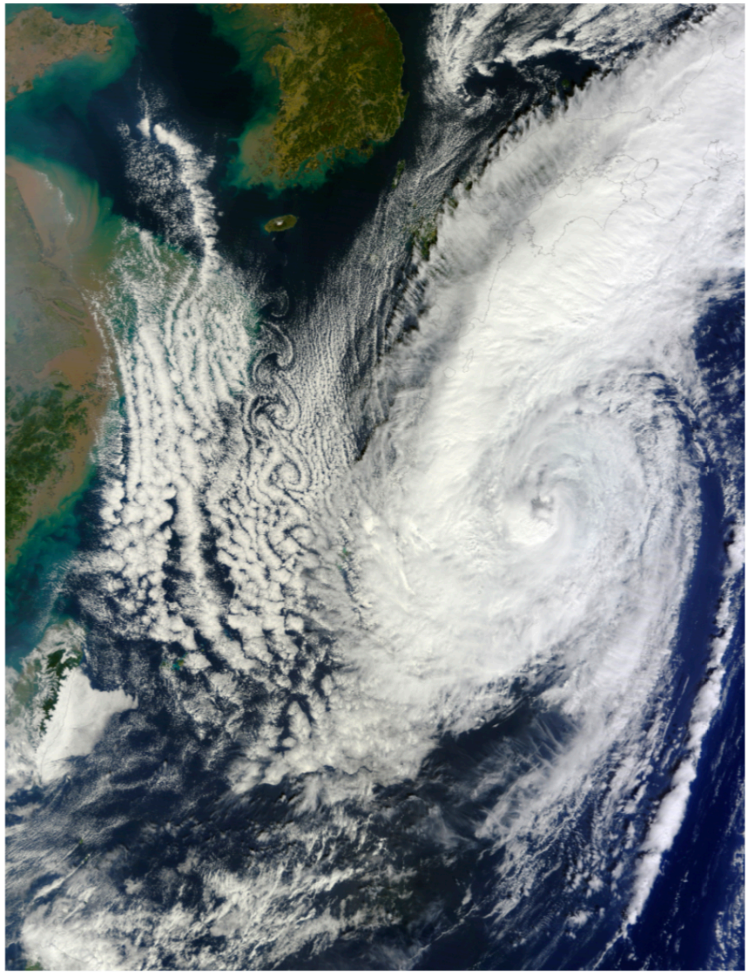
$$\bar{u} = \frac{u_{\max}}{2}$$

Escoamento turbulento

Grande mancha vermelha: Júpiter

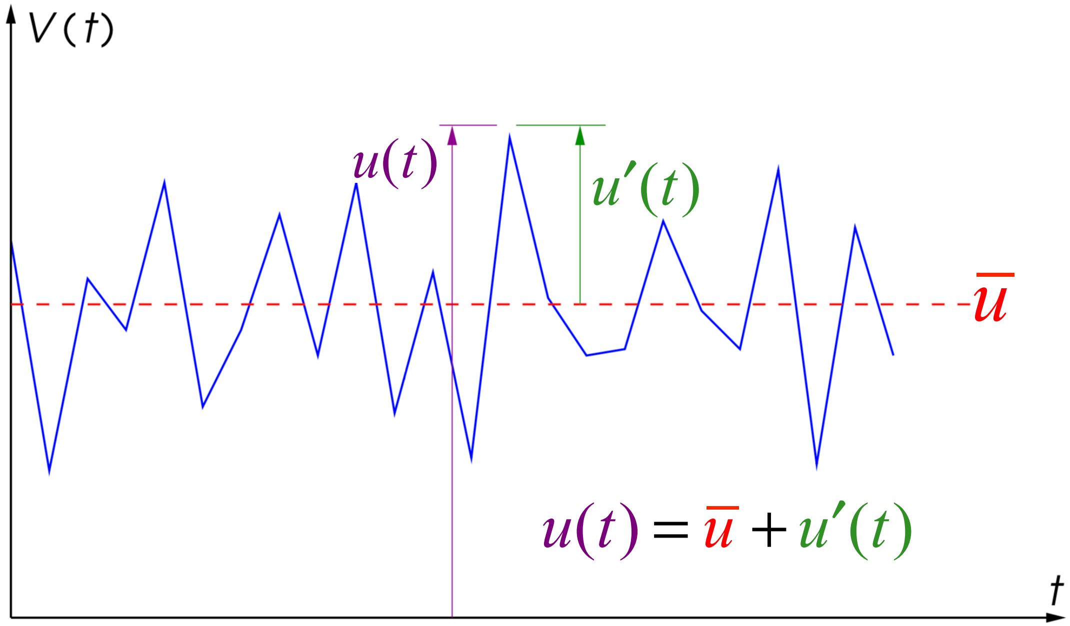


https://en.wikipedia.org/wiki/Eddy_(fluid_dynamics)



Turbulência atmosférica

Turbulência



Para o escoamento turbulento o conceito de regime permanente deve ser entendido em função da sua média temporal. Quando esta média é constante no tempo, diz-se que o escoamento é permanente em média.

$$\overline{u}=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}u\left(x,y,z,t\right)dt$$

Comparação

- **Intensidade de turbulência**

$$I=\frac{\sqrt{\overline{\left(u'\right)^2}}}{\overline{u}}=\frac{\left[\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\left(u'\right)^2dt\right]^{1/2}}{\overline{u}}$$

Situação	I
Atmosfera e rios	>0,1
Túnel de vento	0,01

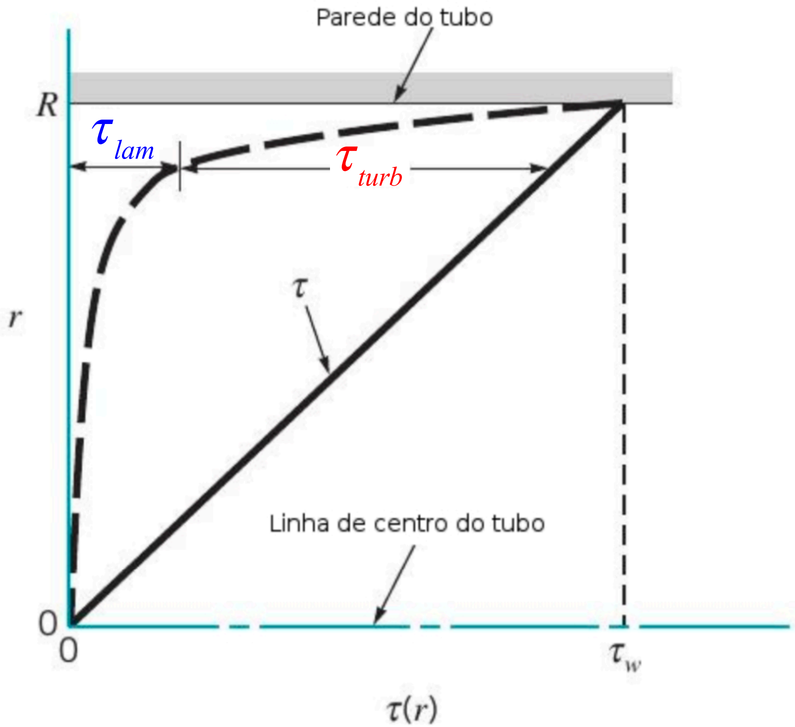
- **Escala de tempo**

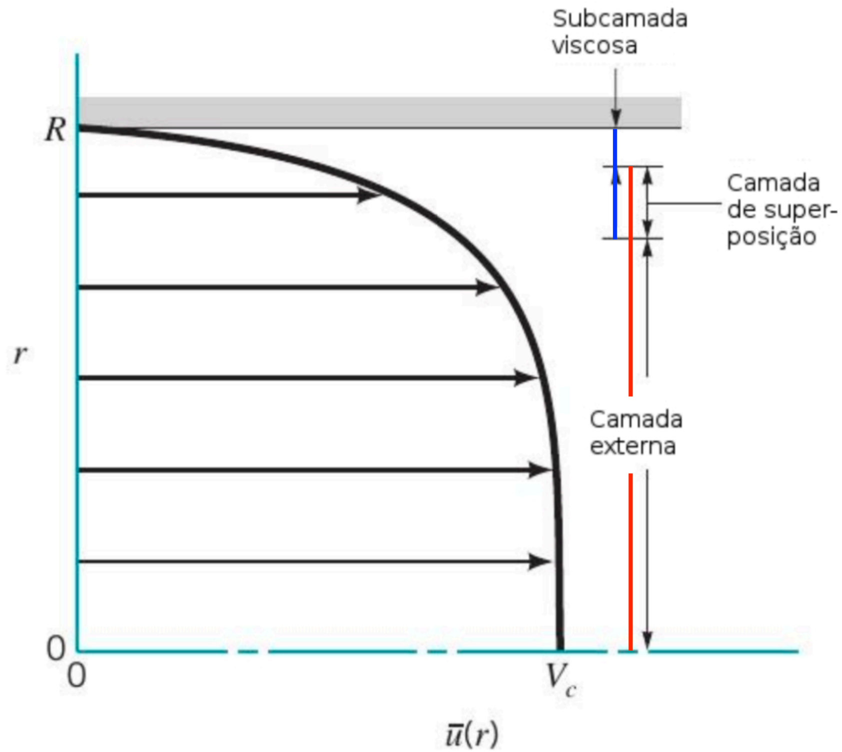
…10 Hz,100 Hz, 1000 Hz…

Escoamento turbulento plenamente desenvolvido: tensão de cisalhamento

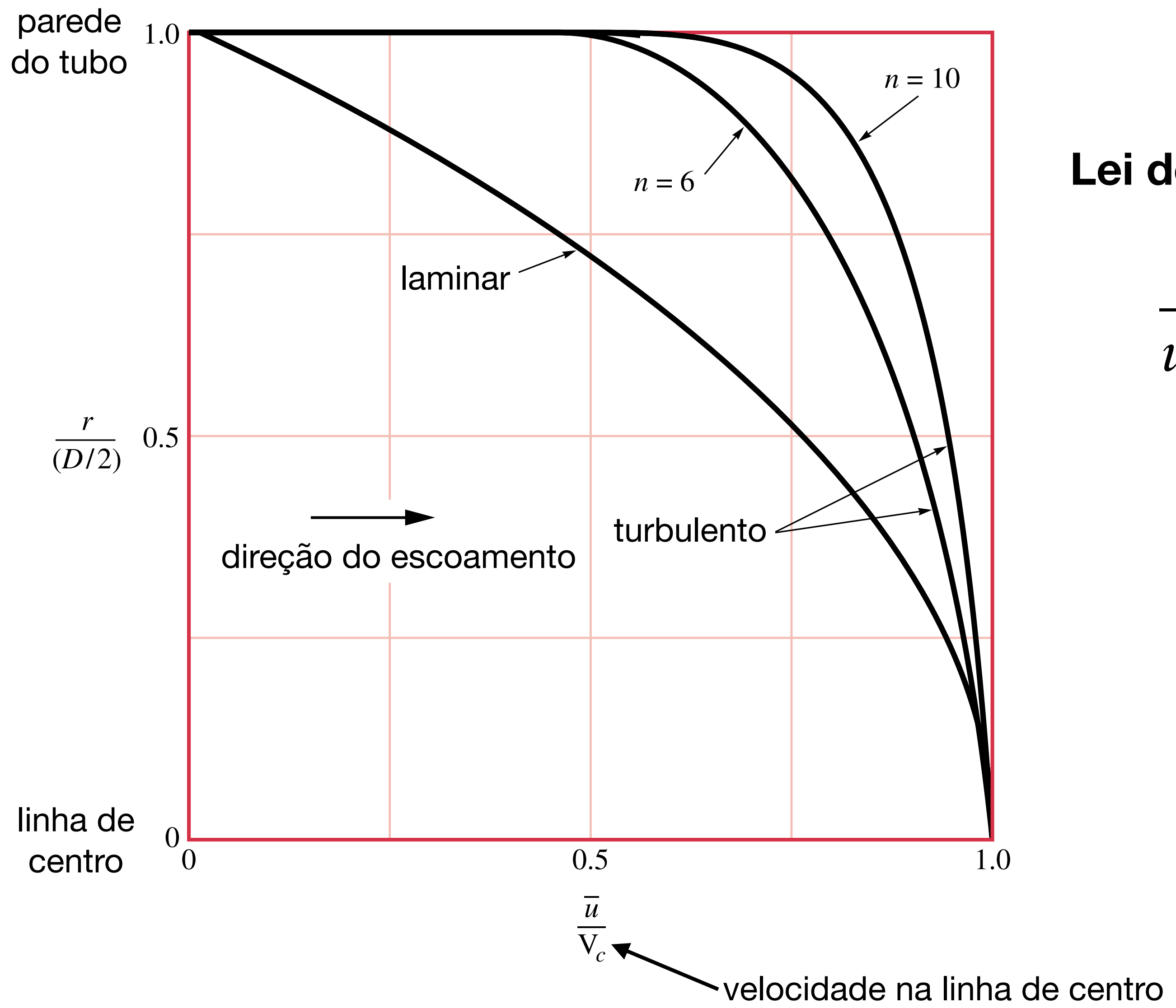
Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

$$\tau = \tau_{lam} + \tau_{turb} = \mu \frac{d\bar{u}}{dy} - \boxed{\rho \overline{u'v'}}$$ **Tensão de Reynolds (<0)**





Escoamento turbulento plenamente desenvolvido: perfil de velocidades



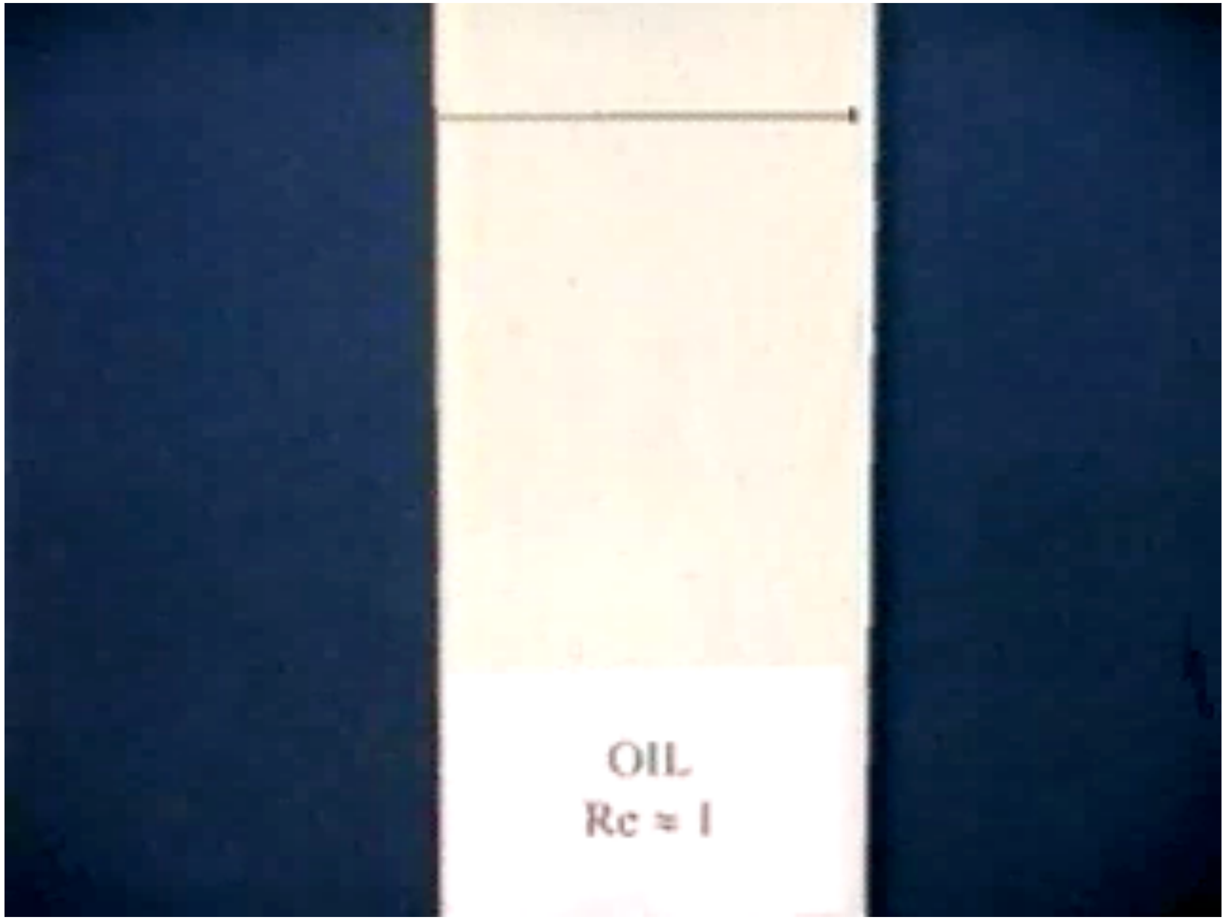
Lei de potência

$$\frac{\bar{u}}{u_{max}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n}$$

n = 7 (bastante usado)

Escoamento laminar x turbulento

Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo



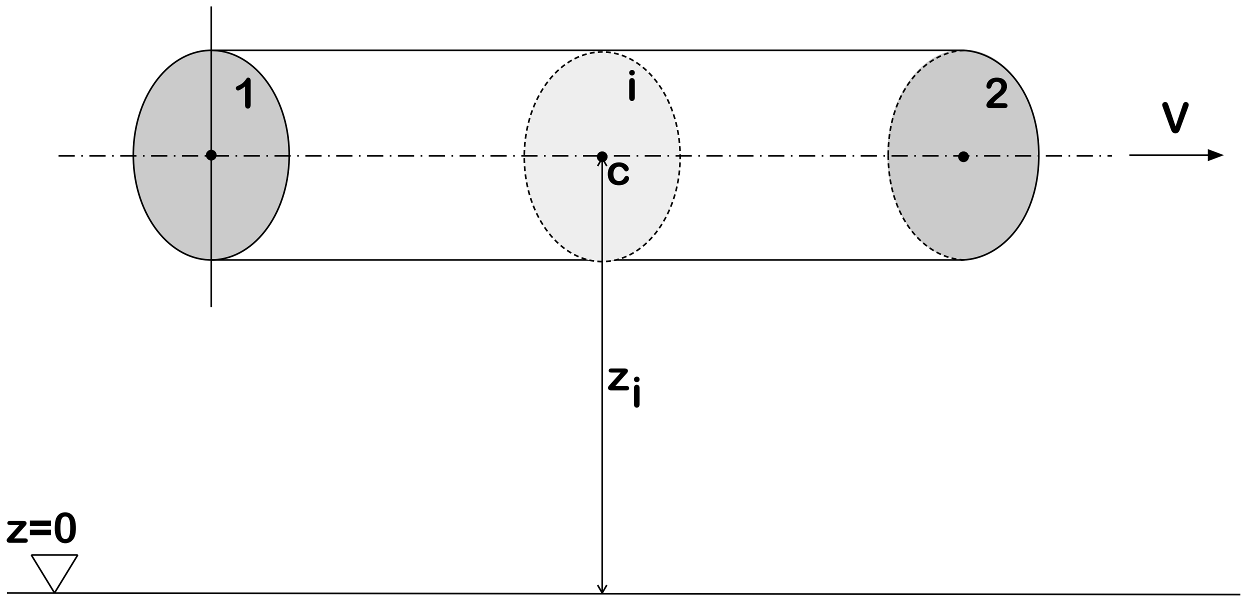
"O perfil de velocidade para o fluxo laminar em um tubo é bastante diferente daquele para o fluxo turbulento.
Uma aproximação ao perfil de velocidade em um tubo é obtida pela observação do movimento de uma faixa de corante colocada no tubo. Com um óleo viscoso no número de Reynolds de cerca de 1, os efeitos viscosos dominam e é fácil injetar uma faixa de corante relativamente reta. O perfil do fluxo laminar resultante é parabólico. Com a água e número de Reynolds de cerca de 10.000, os efeitos inerciais dominam e é difícil injetar uma linha reta de tinta. É claro, no entanto, que o perfil de velocidade turbulenta não é parabólico, mas é mais quase uniforme do que no fluxo laminar."
Video © B. R. Munson

Equação da energia: escoamento permanente e incompressível

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

CARGA = energia mecânica do escoamento em uma seção por unidade de peso do fluido.

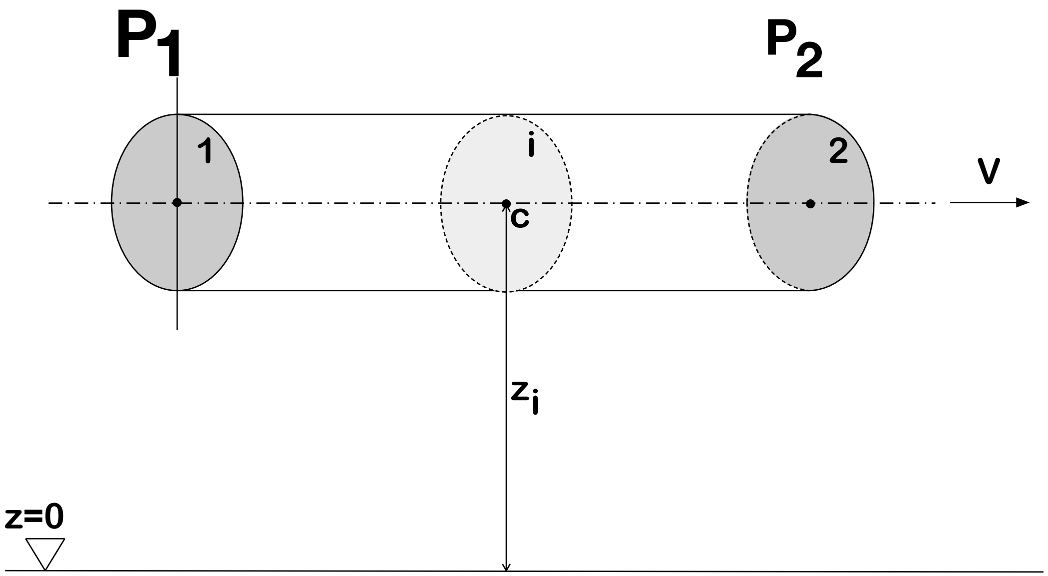
$$\left[\text{carga}\right] = \frac{energia}{peso} = \frac{ML^2T^{-2}}{MLT^{-2}} = L$$



$$H_i = \frac{p_i}{\gamma} + \frac{\alpha_i \bar{V}_i^2}{2g} + z_i$$

p_i é a pressão estática na seção transversal considerada, γ é o peso específico do fluido, z_i é a cota em relação ao plano horizontal de referência, α_i é o coeficiente de energia cinética, V_i é a velocidade média na seção *i* e g é a aceleração da gravidade.

Eq. da energia: escoamento permanente e incompressível



$$\left(\frac{p_1}{\gamma}+\frac{\alpha_1\bar{V}_1^2}{2g}+z_1\right)-\left(\frac{p_2}{\gamma}+\frac{\alpha_2\bar{V}_2^2}{2g}+z_2\right)=H_1-H_2=h_L$$

h_L é a perda de carga do escoamento, que ocorre devido à conversão irreversível de energia mecânica em energia térmica

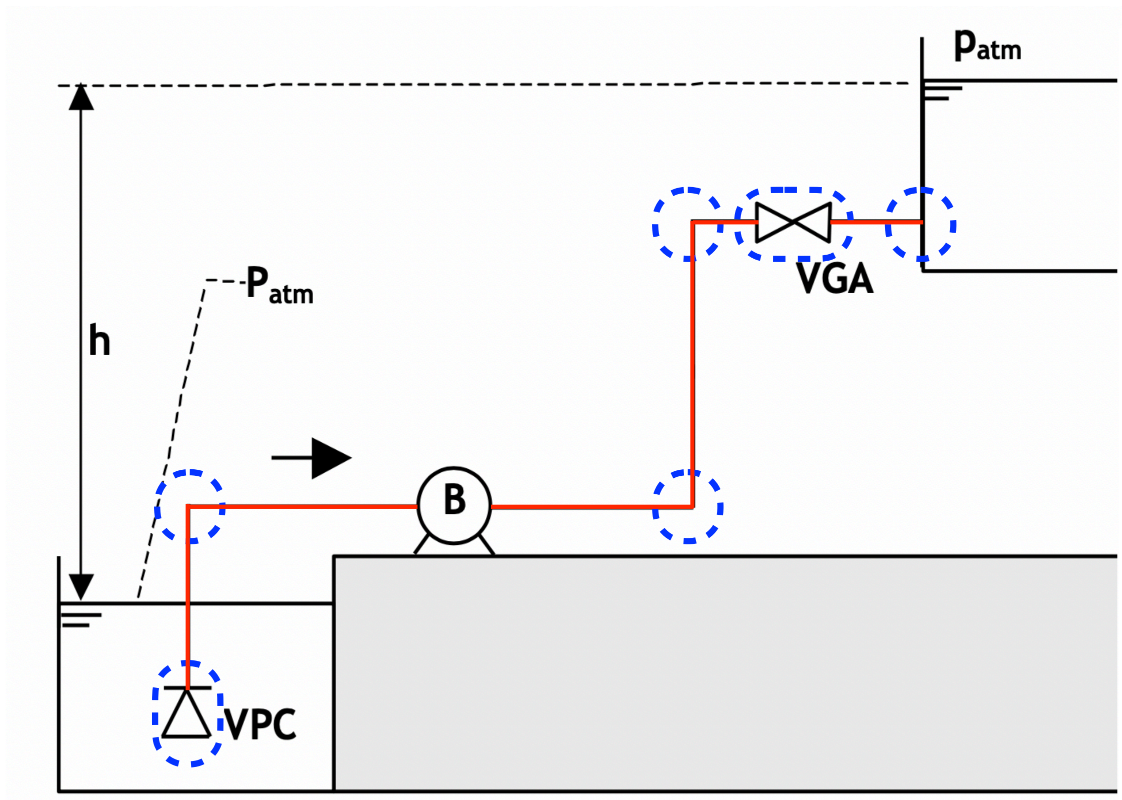
Para o tubo horizontal: $$\frac{p_1}{\gamma}-\frac{p_2}{\gamma}=h_L$$

Perda de carga

h_L
perda de carga total

h_D
perda de carga distribuída

h_s
perda de carga localizada ou singular



$$h_L = \sum_{i=0}^{N} h_{d,i} + \sum_{j=0}^{M} h_{s,j}$$

$$\Delta p_L = f(D, \overline{V}, L, \varepsilon, \mu, \rho)$$

$$\frac{\Delta p_L}{\rho . \overline{V}^2} = \phi \left(\mathrm{Re}, \frac{L}{D}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

A experiência mostra que a queda de pressão num escoamento turbulento é diretamente proporcional à razão *L*/*D*:

$$\frac{\Delta p_L}{\rho . \overline{V}^2} = \frac{L}{D} \cdot \phi_1 \left(\mathrm{Re}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

$$\frac{\Delta p_L}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \overline{V}^2} = \frac{L}{D} \cdot \phi_2 \left(\mathrm{Re}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

Fator de atrito

$$\frac{\Delta p_L}{\frac{1}{2}\rho\overline{V}^2} = \frac{L}{D}\phi_2\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

Fator de atrito de Darcy: $f = \phi_2\left(\mathrm{Re}, \frac{\varepsilon}{D}\right)$

A queda de pressão relaciona-se com a perda de carga pela expressão:

$$\Delta p_L = \rho g h_D$$

$$h_D = f\frac{L}{D}\frac{\overline{V}^2}{2g}$$ fórmula universal de Darcy-Weisbach

$$\bar{u} = \frac{R^2}{8\mu}\frac{\Delta p_L}{L} \rightarrow \Delta p_L = \frac{8\mu L\bar{u}}{R^2} \rightarrow \Delta p_L = \frac{32\mu L\bar{u}}{D^2}$$

$$\Delta p_L = f\frac{L}{D}\frac{\rho\bar{V}^2}{2}$$

sendo *f* o fator de atrito de Darcy ou de Darcy-Weisbach

$$f\frac{L}{D}\frac{\rho\bar{V}^2}{2} = \frac{32\mu L\bar{V}}{D^2} \rightarrow f = \frac{64\mu}{\rho\bar{V}D}$$

$$\rightarrow \boxed{f = \frac{64}{Re_D}}$$

Lei de Poiseuille

Mostramos que:

$$\frac{\Delta p_L}{\frac{1}{2}\rho \bar{V}^2} = \frac{64}{Re_D}\frac{L}{D}$$

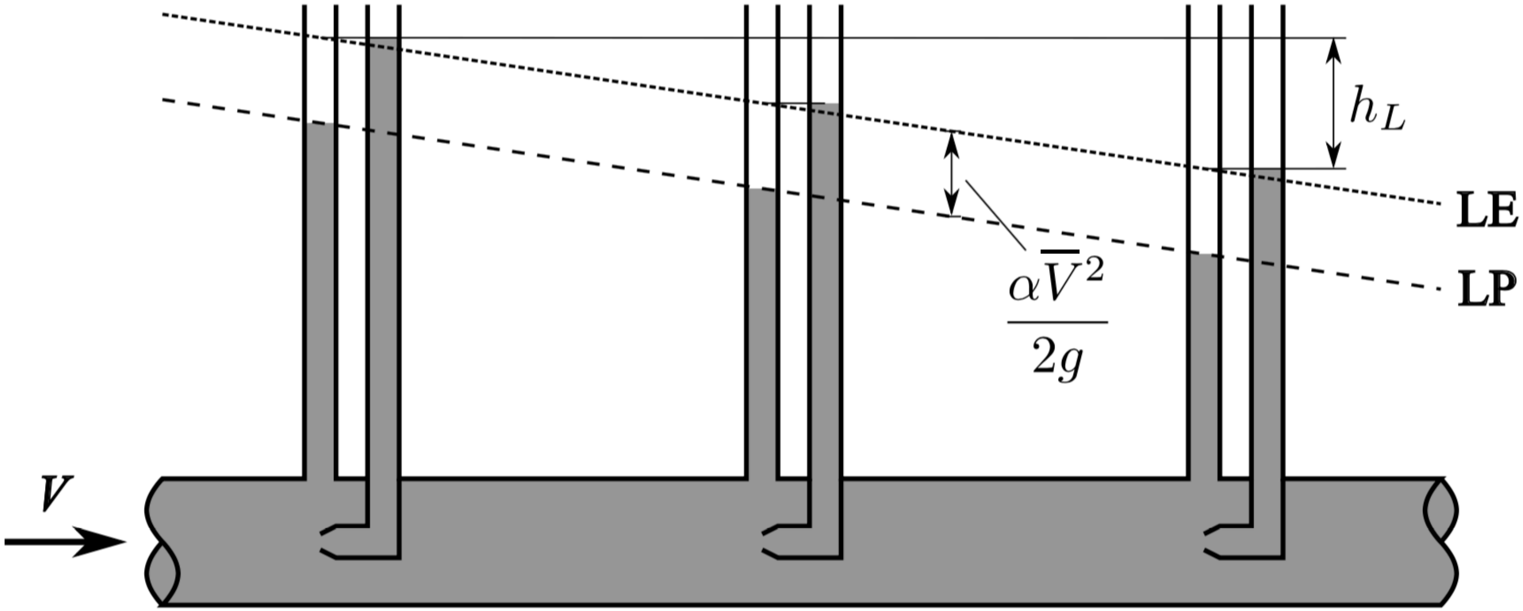
Vamos calcular a vazão correspondente:

$$\longrightarrow \quad Q = \frac{\Delta p_L \pi D^4}{128 \mu L}$$

Linha piezométrica e linha de energia

linha piezométrica: $\dfrac{P}{\gamma} + z$ altura em *m* de coluna do fluido

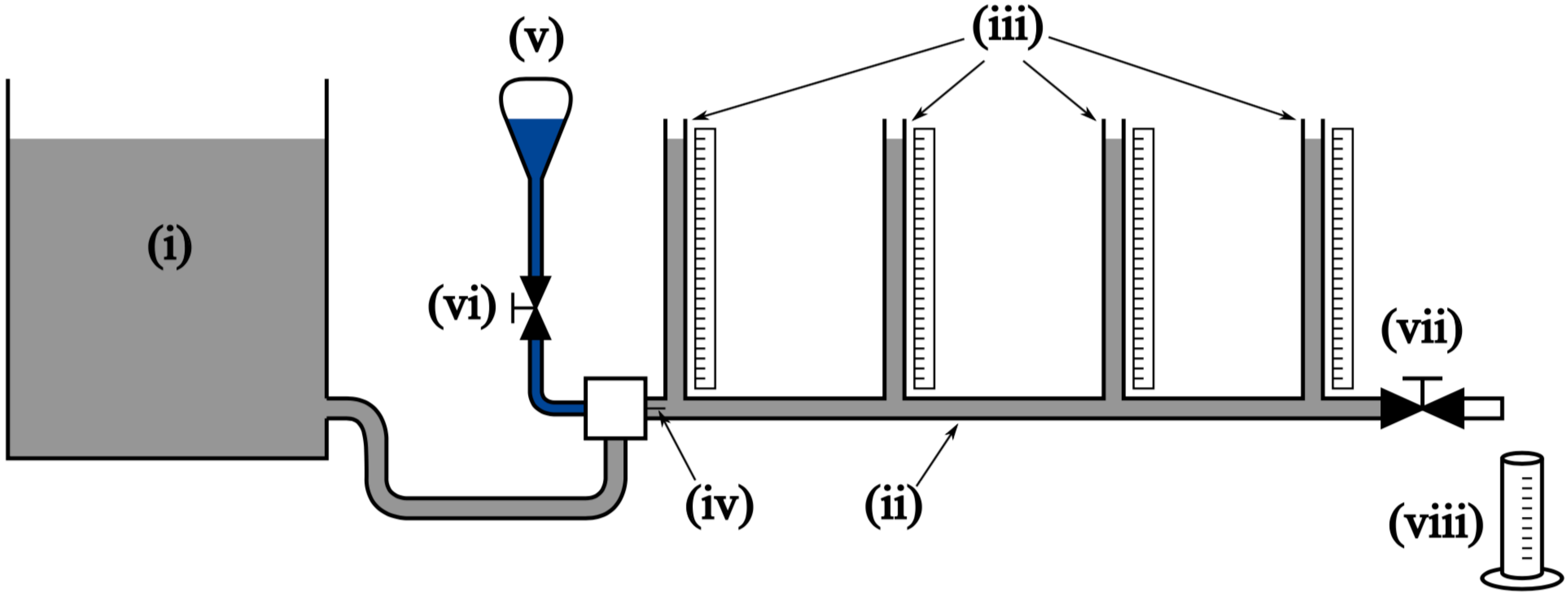
linha de energia: $\dfrac{P}{\gamma} + z + \dfrac{\alpha \bar{V}^2}{2g}$ altura em *m* de coluna do fluido



* A linha piezométrica de um escoamento é o gráfico onde os valores da carga piezométrica são traçados em função da distância longitudinal no duto.

* Já a linha de energia é o gráfico onde os valores da carga total, isto é, considerando também a energia cinética além da pressão e da cota, são traçados em função da distância longitudinal.

Laboratório: experimento



Exercícios

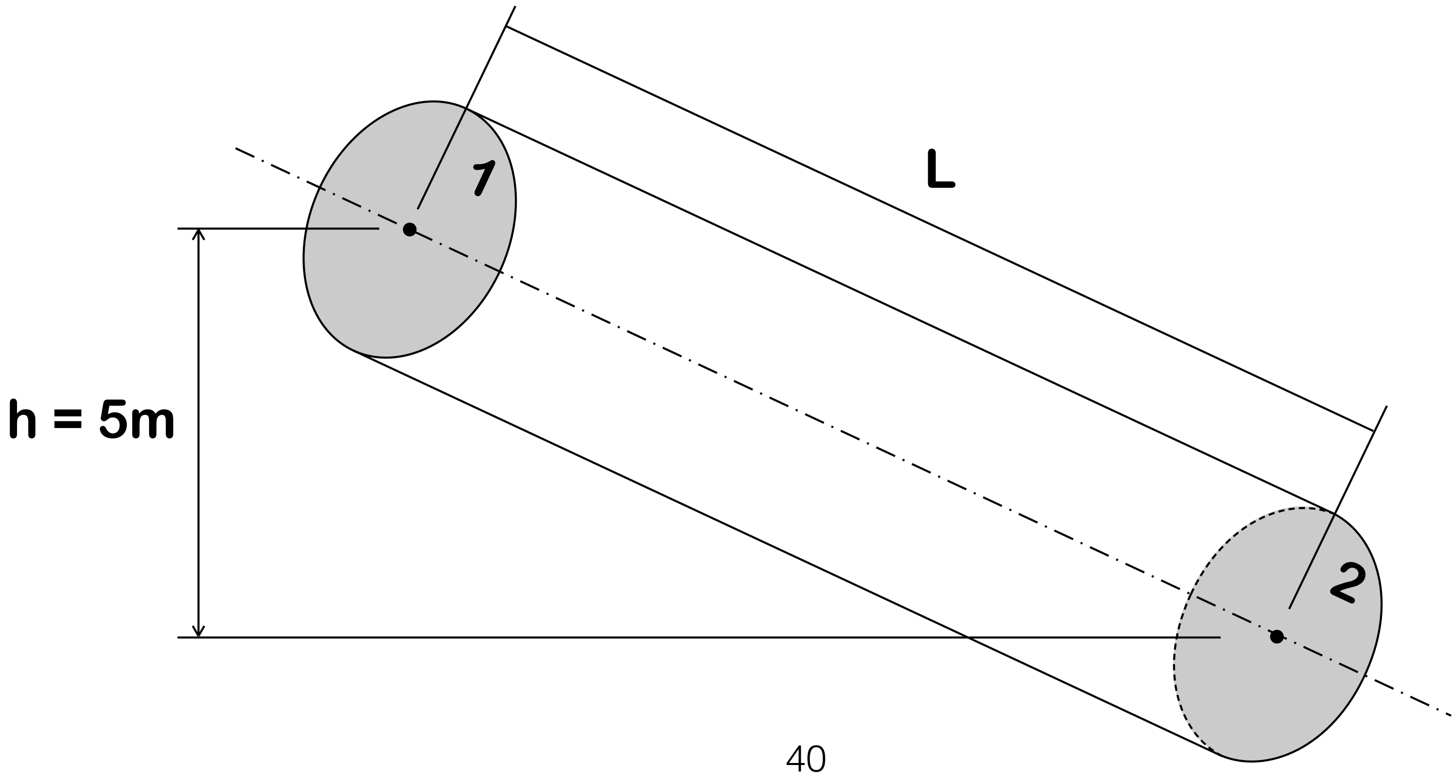
Exercício 1

Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

No sistema representado na figura o fluido escoa com velocidade média de 0,5 m/s em sentido desconhecido, a ser determinado. A pressão em 1 é de 200 kPa e em 2 de 300 kPa.

Dados: diâmetro do tubo, D = 10 mm; peso específico do fluido, $\boldsymbol{\gamma}$ = 8000 N/m³ e viscosidade dinâmica, μ = 0,04 kg/(m.s);

Pede-se para calcular: (a) o sentido do escoamento, (b) a perda de carga entre as seções 1 e 2 e (c) o comprimento do trecho de tubo, L.



Exercício 1

a) Sentido do escoamento e perda de carga ao longo da tubulação

$$H_1 = \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1$$

$$H_2 = \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2$$

$$H_2 - H_1 = \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 - \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} - \frac{p_1}{\gamma} - z_1$$

$$H_2 - H_1 = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + z_2 - z_1 = \frac{300.000 - 200.000}{8.000} - 5 = 7{,}5m > 0$$

$$\therefore H_2 > H_1 \Rightarrow \mathit{Escoamento\ é\ de}\ 2 \rightarrow 1$$

(b) a perda de carga entre as seções 1 e 2

$$h_L = H_2 - H_1 = 7{,}5m$$

Exercício 1

c) Comprimento do trecho de tubo

$$Re_D = \frac{\rho \bar{V} D}{\mu} = \frac{8000/9{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}01}{0{,}04} = 102{,}04 < 2.100 \therefore laminar$$

$$f = \frac{64}{Re_D} = \frac{64}{102{,}04} = 0{,}6272$$

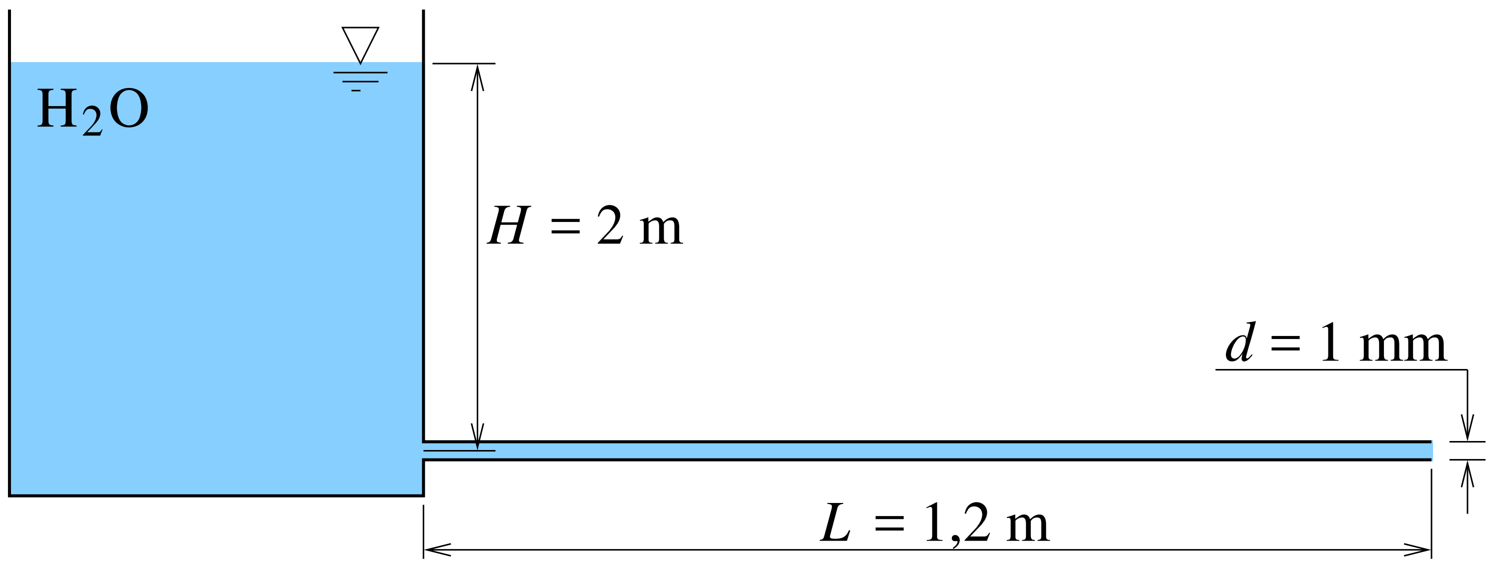
$$h_D = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\Rightarrow L = \frac{2gDh_D}{f\bar{V}^2} = \frac{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}0{,}01 \cdot 7{,}5}{0{,}6272 \cdot 0{,}5^2}$$

$$\therefore L = 9{,}375m$$

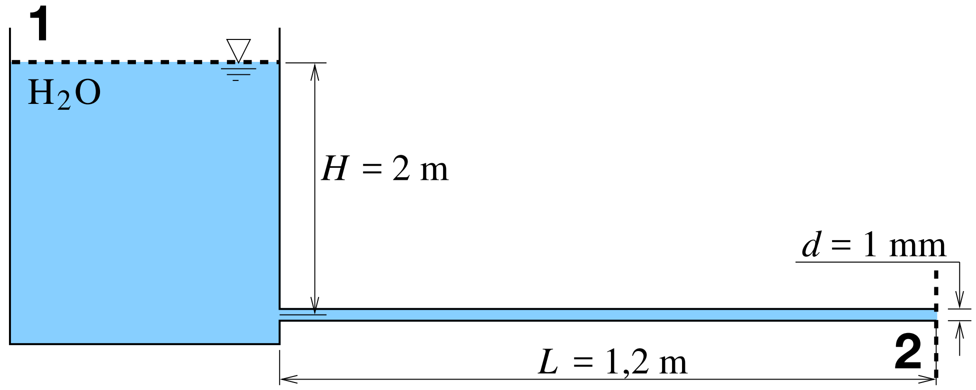
Exercício 2

Um tubo horizontal de pequeno diâmetro, como mostrado na figura abaixo, é conectado a um reservatório. Se 6600 mm^3 são capturados na saída a cada 10 s, estime a viscosidade cinemática da água.



Exercício 2

Vazão volumétrica e velocidade:



$$Q = \frac{6600 \times 10^{-9}}{10} = 6{,}6 \times 10^{-7} m^3 / s$$

$$\bar{V} = \frac{Q}{A} = \frac{6{,}6 \times 10^{-7}}{7{,}854 \times 10^{-7}} = 0{,}8403 m / s$$

Aplicando a equação da energia entre as seções 1 e 2:

$$H_1 = \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 \qquad H_2 = \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2$$

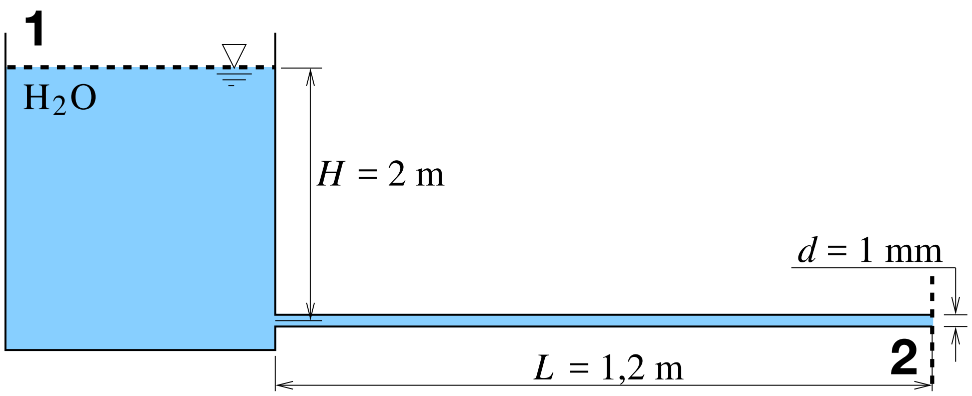
$$H_1 - H_2 = \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 - \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} - \frac{p_2}{\gamma} - z_2$$

$$H_1 - H_2 = z_1 - z_2 - \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} = H - \frac{2 \bar{V}_2^2}{2g}$$

hipótese: esc. laminar

Exercício 2

$$H_1 - H_2 = H - \frac{\overline{V}_2^2}{g}$$



Podemos escrever a perda de carga entre as seções 1 e 2:

$$H - \frac{\overline{V}_2^2}{g} = f\,\frac{L}{D}\frac{\overline{V}_2^2}{2g}$$

$$f = \frac{H}{\frac{\overline{V}_2^2}{g}\left[\frac{L}{2D}+1\right]} = \frac{2}{\frac{0,8403^2}{9,8}\left[\frac{1,2}{2.0,001}+1\right]} = 0,04619$$

$$f = \frac{64}{Re_D} \quad Re_D = 1386 \therefore \text{laminar}, ok!$$

Exercício 2

$$Re_D = \frac{\bar{V}D}{\nu} = 1386$$

$$\nu = \frac{\bar{V}D}{Re_D} = \frac{0,8403.0,001}{1386}$$

$$\nu = 6,062 \times 10^{-7}\, m^2 / s$$

Verificação: comprimento de entrada

$$x_{fd} = 0,06 \cdot D \cdot Re_D = 0,06.0,001.1386 = 0,08316m$$

$\sim 7\%$ do comprimento total, ok!