2ª Questão: (3,5 ptos)

Considere que o cotovelo da figura possui uma redução de seção no bocal de saída e que está fixado em uma tubulação por um flange na seção **1-1**. Este bocal emite um jato livre de água na direção **y** com velocidade **V_2 = 10 m/s**.

Pedem-se:

2.1. As expressões literais para a equação da quantidade de movimento, nas componentes **x** e **y**, aplicadas ao cotovelo com redução. Escreva-as em função das variáveis **V_1, V_2, D_1, D_2, Rx, Ry, p_1** e **p_2** (1,5 pontos).

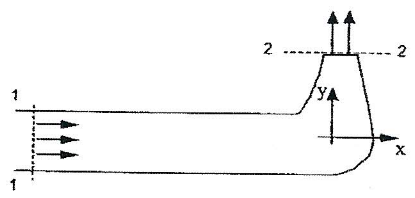
2.2. Determinar a vazão em volume (**Q**) e a pressão (**p_1**) na seção **1-1** (1,0 ponto).

2.3. Calcular as componentes nas direções **x** e **y** da força que o fluido exerce sobre o flange de fixação do bocal instalado em **1-1,** indicando-as na figura. (1,0 ponto).

Dados:

O plano **xy** em que se encontra o bocal é horizontal, as perdas são desprezadas, e o escoamento é turbulento.

ρ = 1000 kg/m^2; **D_1** = 100 mm ; **D_2** = 50 mm ; **V_2** = 10 m/s; **g** = 10 m/s^2.



$$\vec{G}+\vec{R} = \cancel{\pm}(p_1 S_1 + \beta_1 \dot{m}_1 \vec{V}_1)\vec{n}_1 + \cancel{\pm}(p_2 S_2 + \beta_2 \dot{m}_2 \vec{V}_2)\vec{n}_2 \pm \frac{\partial}{\partial t}\int_{vc} \rho \vec{v}\, d\forall$$

ou

1) $$\frac{\partial}{\partial t}\int_{vc} \vec{v}\rho\, d\forall + \int_{sc} \vec{v}\cdot\rho\cdot\vec{v}\cdot\vec{n}\, dA = \sum \vec{F}_{EXT.} = \vec{R}+\vec{G}$$

$\nexists\ \vec{G}$ (plano xy é horizontal)

HIPÓTESES:

- → Escoamento Incompressível
- → " em mov. Permanente
- → Perdas por atrito viscoso desprezíveis
- → Regime Turbulento : $\alpha \simeq \beta \simeq 1$

Usando a forma integral e a função impulso:

Na componente Ox:

$$-(\dot{m}_1 V_1 + p_1 A_1) = R_x \Rightarrow -\rho\frac{\pi D_1^2}{4} V_1^2 - p_1\frac{\pi D_1^2}{4} = R_x$$

$$\boxed{R_x = -\frac{\pi D_1^2}{4}(\rho V_1^2 + p_1)}$$

Na componente Oy:

$$\dot{m}_2 V_2 + p_2 A_2 = R_y$$

$$\rho V_2^2 A_2 + p_2 A_2 = R_y$$

$$R_y = A_2(\rho V_2^2 + p_2)$$

$$\boxed{R_y = \frac{\pi D_2^2}{4}(\rho V_2^2 + p_2)}$$

2) $Q = V\cdot A$

$$Q = V_2 A_2 = V_2 \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{10\,\pi(0{,}05)^2}{4} = 0{,}0196\ \frac{m^3}{s}$$

p_1 → Eq. Energia entre 1-1 e 2-2:

$$\rho\frac{V_1^2}{2} + p_1 + \cancel{\rho g z_1} = \rho\frac{V_2^2}{2} + \underbrace{\cancel{p_2}}_{0 = P_{atm}} + \cancel{\rho g z_2}$$

V_2 → Eq. CONTINUIDADE:

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow V_1 = \frac{V_2 A_2}{A_1} \quad e \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{D_2^2}{D_1^2} = \frac{50^2}{100^2} = \frac{1}{4}$$

Na eq. EN. $\Rightarrow \rho\dfrac{V_2^2 A_2^2}{2A_1^2} + p_1 = \rho\dfrac{V_2^2}{2} \Rightarrow p_1 = \dfrac{\rho}{2}\left(-\dfrac{V_2^2}{16} + V_2^2\right)$

$$p_1 = \frac{\rho}{2}\left(\frac{15 V_2^2}{16}\right) = \boxed{46875 \text{ Pa}}$$

3) R_x' e R_y' que o fluido exerce no flange

$$R_x = -\frac{\pi D_1^2}{4}\left(\rho V_1^2 + p_1\right) = -\frac{\pi (0{,}100)^2}{4}\left(10^3 \frac{V_2^2}{4^2} + p_1\right)$$

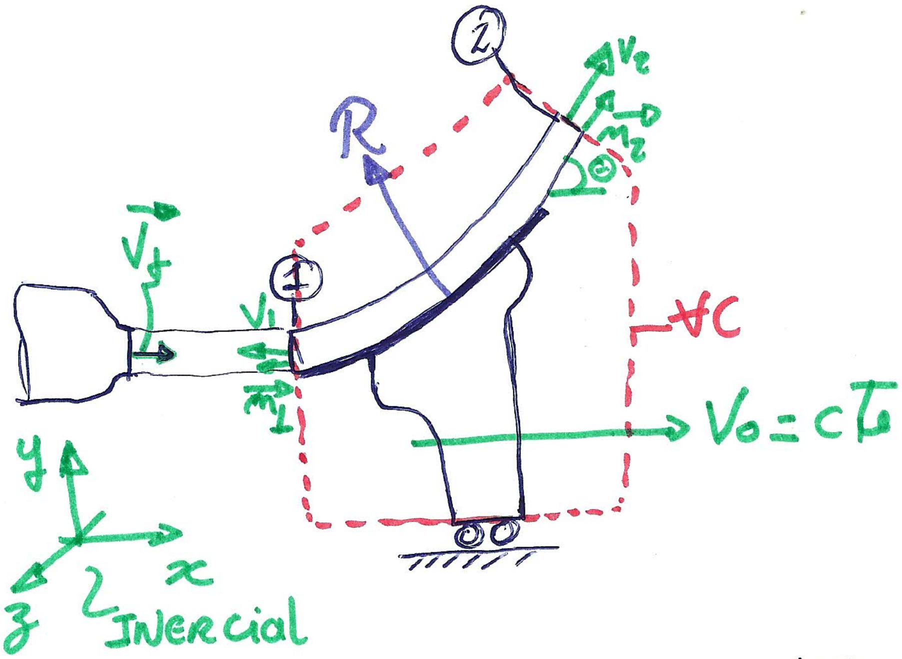
$$R_x = -\frac{\pi (0{,}100)^2}{4} \cdot 53.125 = \boxed{-417{,}2 \text{ N}}$$

$$R_y = \frac{\pi D_2^2}{4}\left(\rho V_2^2 + \underbrace{\cancel{p_2}}_{0 = p_{atm}}\right)$$

$$R_y = \frac{\pi \cdot 0{,}05^2}{4}\left(10^3 \cdot 10^2\right) = \boxed{196{,}4 \text{ N}}$$

AS FORÇAS QUE O FLUIDO EXERCE NO FLANGE SÃO EM SENTIDO OPOSTO:

$R_x' = +417{,}2$ N e $R_y' = -196{,}4$ N



Desviador Móvel de fluxo.
Com Vel. constante $\vec{V_0}$

Pode representar uma
Pá de Turbina Pelton.

Solução - Seleciona-se o $\forall C$ mostrado, que se move com $\vec{V_0} = c^{te}$, e é portanto inercial.

Hipoteses: (1) Reg. Permanente; (2) Não há perda de carga no desviador (s/ atrito), o que dá $V_1 = V_2$ (como visto p/ desviador fixo); (3) Fluido Incompressível; (4) - Entradas e saídas unidimensionais.

Eq. QDM:

$$\vec{G} + \vec{R} = (\underbrace{\cancel{P_1 S_1}}_{0} + \beta_1 \dot{m}_1 V_1)\vec{m}_1 + (\underbrace{\cancel{P_2 S_2}}_{0} + \beta_2 \dot{m}_2 V_2)\vec{m}_2 + \underbrace{\cancel{\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \rho \vec{V} \, d\forall}}_{0}$$

e, para a componente x:

$$R_x = -\dot{m}_1 V_1 + \dot{m}_2 V_2 \cos\theta$$

da continuidade $\Rightarrow \dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow \rho V_1 S_1 = \rho V_2 S_2$

e como é assumido $S_1 = S_2 \Rightarrow V_1 = V_2$

mas $V_1 = V_2 = (V_J - V_0)$ ← vel. jato - vel. Desviador

e resulta:

$$R_x = -\rho(V_j - V_0)^2 S_1 + \rho(V_j - V_0)^2 S_2 \cos\theta$$. e, como $S_1 = S_2 = S$

Força do desviador sobre o fluido

$$\underline{R'_x = -R_x = \rho(V_j - V_0)^2 S.(1 - \cos\theta)}$$ | força do fluido sobre o desviador

Para a componente y resulta:

$$G_y + R_y = 0 + \dot{m}_2 V_2 \cos\theta \Rightarrow R_y = -\cancel{G_y} + \rho(V_j + V_0)^2 S.\text{sen}\theta$$

≈ 0

e, no desviador:

$$\underline{R'_y = -R_y = -\rho(V_j - V_0)^2 S.\text{sen}\theta}$$ ||

Se tomarmos . $S_1 = S_2 = 2\,mm \times 40\,mm$

Vdefletor $= 30\,m/s$ e $V_j = 80\,m/s$ com $\theta = 30°$

resulta:

$$R'_x = 1000\,(80-30)^2 \cdot (0{,}002 \times 0{,}40) \cdot (1 - \cos 30) = \underline{268\,N}$$

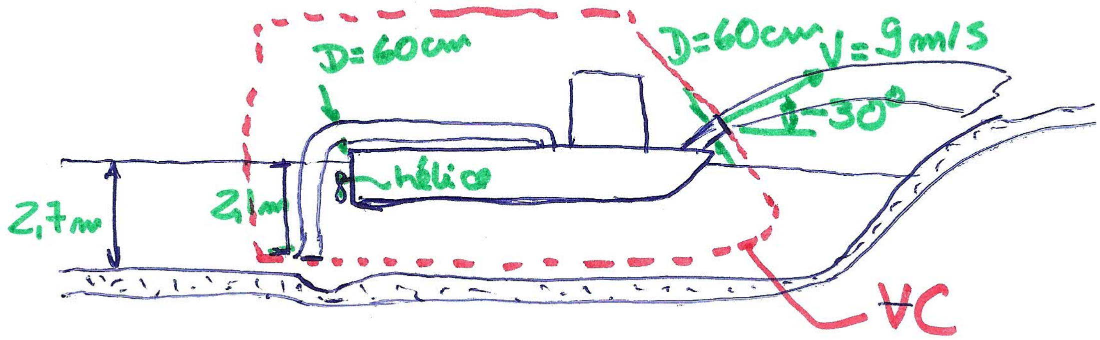
$$R'_y = -1000\,(80-30)^2 \cdot (0{,}002 \times 0{,}40)\,\text{sen}\,30 = \underline{-1000\,N}$$

Potência gerada pela palheta:

= força na palheta x vel. da palheta na direção do movimento.

$$\dot{W} = 268\,N \times 30\,m/s = 8040\,W.$$

Um barco é usado para dragar areia do fundo de um Rio. Estime a força a ser fornecida pelo hélice para que o barco permaneça estacionário, assumindo $\rho_{agua+areia} = 1200\ kg/m^3$



Deve ser escolhido o ∀C pontilhado, normal à entrada e saída de Fluidos.

Aplica-se a equação da QDM:

$$\vec{G}+\vec{R} = (P_e S_e + \beta_e \dot{m}_e V_e)\vec{n}_e + (P_s S_s + \beta_s V_s \dot{m}_s)\vec{n}_s + \frac{\partial}{\partial t}\int \rho \vec{U}\, d\forall$$

Interessa saber a posição horizontal:

$$\underbrace{G}_{0} + R_x = (\underbrace{\cancel{P_e S_e} + \cancel{\beta_e \dot{m}_e V_e})\cancel{n_e}}_{\text{Está na posição Vertical}} + (\underbrace{\cancel{P_s} S_s}_{\text{atm.}} + \beta_s V_s \dot{m}_s)\vec{n}_s + \underbrace{\cancel{\frac{\partial}{\partial t}}\int\dots}_{0}$$

$$\therefore R_x = \rho V S . V . \cos 30 = 1200 . 9 . \frac{\pi 0{,}6^2}{4} . 9 . \cos 30 = \underline{23.800\ N}$$

Força do barco sobre a água.

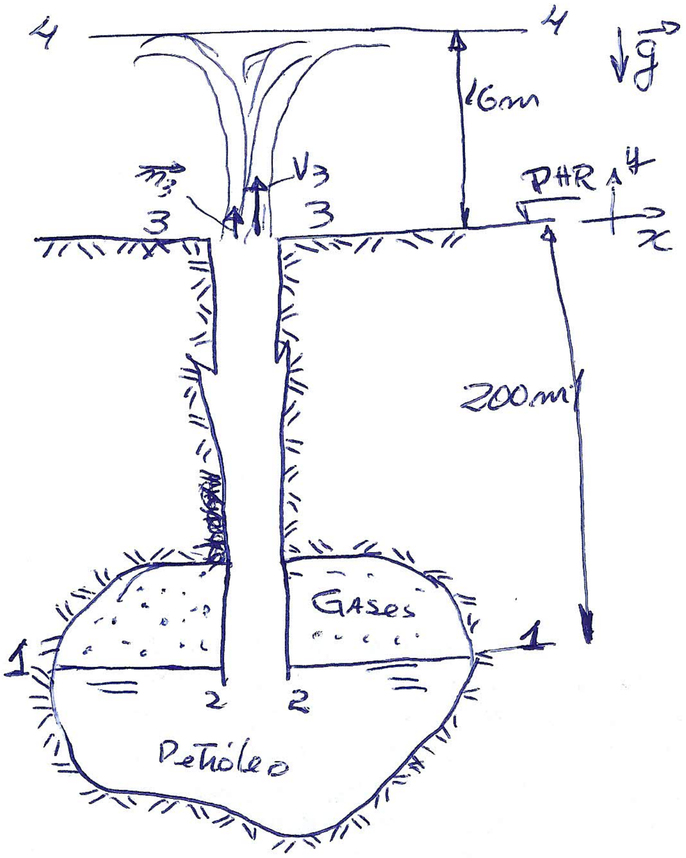
Portanto, o hélice deve fornecer 23,8 kN na direção horizontal.

A Potência $W = F.V = 23.800 \times 9 = 214\ kW \sim 31\ cv$ serão consumidos apenas para manter o barco estacionário, sem contar a componente $\underline{\underline{Y}}$

Ex Poço de Petróleo

Um um poço de Petróleo, o jato jorra 16 m acima do nível do solo. Perdas por atrito com o ar equivalem a 20% da carga total do jato na saída do poço. Sabendo que a potência perdida por atrito no trecho de tubulação é 4×10^5 watts, e desprezando as perdas na entrada do tubo, calcular:

DADOS – $g = 10\ m/s^2$
$\gamma = 8.000\ N/m^3$
$S_{tubo} = 5 \times 10^{-2}\ m^2$



a) Vel. V_3, VAZÃO Q; VAZÃO $\dot{m}$

b) P_1 que os gases exercem sobre a superfície do Petróleo

c) P_2, na entrada do poço

d) FORÇA F que o Petróleo exerce sobre a tubulação de aço que forma a parede do poço.

a) V_3, Q, $\dot{m}$ – aplica-se a equação da Energia entre $\underline{3}$ e $\underline{4}$.

$$\underbrace{\left(\alpha_3 \frac{V_3^2}{2g} + \underbrace{\frac{P_3}{\gamma}}_{0\ atm} + \underbrace{z_3}_{0\ PHR}\right)}_{H_3} - \underbrace{\left(\alpha_4 \underbrace{\frac{V_4^2}{2g}}_{V_4=0} + \underbrace{\frac{P_4}{\gamma}}_{0\ atm} + \underbrace{z_4}_{16\ mca}\right)}_{H_4} = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - \underbrace{\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}}_{0\ (\text{sem máquinas})} \qquad (\mathrm{I})$$

$$\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = 0{,}2\, H_3 = 0{,}2 \cdot \frac{V_3^2}{20} = \frac{V_3^2}{100}$$ substituindo em (I) $\Rightarrow$

$$\frac{V_3^2}{20} - 16 = \frac{V_3^2}{100} \Rightarrow V_3 = 20\ m/s$$

$$Q = V_3 S = 20 \times 5 \times 10^{-2} = 1\ m^3/s$$

$$\dot{m} = \rho Q = 800 \times 1 = 800\ kg/s$$

b) Calculo de P_1.

Energia entre 1-1 e 3-3

$\dot{W}_a = 4\times10^5$ watts

$$\left(\cancel{\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}}+\frac{P_1}{\gamma}+z_1\right)-\left(\frac{\alpha_3 V_3^2}{2g}+\cancel{\frac{P_3}{\gamma}}+\cancel{z_3}\right)=\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}-\cancel{\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}}$$

V_1 na interface gás - Petróleo; z_1: -200 mca; $\frac{P_3}{\gamma}$: 0; z_3: 0; $\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$: 0

↳ desprezando perdas na entrada da tubulação e tb a altura da coluna de óleo entre 1 e 2.

$$\frac{P_1}{\gamma}-200-\frac{V_3^2}{2g}=\frac{4\times10^5}{\gamma Q} \Rightarrow \underline{P_1 = 2{,}16\times10^6\ Pa}$$

c) P_2? - aplica-se a eq da energia entre ① e ②

$$\left(\cancel{\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}}+\frac{P_1}{\gamma}+z_1\right)-\left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\gamma}+z_2\right)=\cancel{\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}}-\cancel{\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}}$$

$\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}$: 0; $\frac{\dot{W}_a}{\gamma Q}$: 0; $\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$: 0

$\frac{P_1}{\gamma}+z_1=\frac{V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\gamma}+z_2$ e, substituindo os termos numéricos

$P_2 = 2{,}0\times10^6\ Pa$ - observe que há $\neq$ c/ P_1, porque há energia cinética em ②.

d) <u>Força do Petróleo sobre a tubulação</u>

$$\vec{G}+\vec{R}=\left(P_2S_2+\beta_2\dot{m}_2V_2\right)\vec{m}_2+\left(P_3S_3+\beta_3\dot{m}_3V_3\right)+\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall c}\vec{v}\rho\,d\forall$$

e tomando na direção y, resultaria:

$$R_y-G=-\left(P_2S_2+\underbrace{\beta_2\dot{m}_2V_2}\right)+\left(\cancel{P_3}S_3+\underbrace{\beta_3\dot{m}_3V_3}\right)+\cancel{\frac{\partial}{\partial t}}$$

P_3: 0 atmosf; $\frac{\partial}{\partial t}$: 0

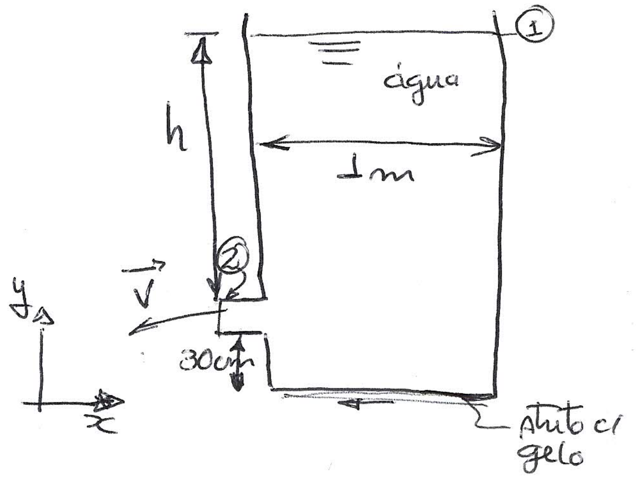
são iguais

admitindo $R_y\uparrow$ $G\downarrow$:

$R_y = G-(2\times10^6\times5\times10^{-2})$, onde $G=\rho g V = 8000\times200\times5\times10^{-2}$
$= 80.000\ N$

$\therefore R_y = -100.000+80.000 = -20.000\ N$ (<u>Reação da tubulação sobre o fluido</u>)

$\therefore R'_y = 20.000\ N$ - <u>Força do Petróleo sobre o duto.</u>



Segundo Torricelli, $V = \sqrt{2gh}$

O tanque cilíndrico pesa 150 N vazio e contém água a 20°C. O tanque repousa em gelo muito liso (coeficiente de atrito estático $\xi \cong 0{,}01$). O orifício de saída tem $\phi = 9$ cm. Para qual altura h o tanque começa a se mover p/ a ~~esquerda~~ direita?

Regime Permanente, Fluido Incompressível

$$\vec{G} + \vec{R} = \left(P_1 S_1 + \beta_1 \dot{m}_1 \vec{V}_1\right)_{\vec{n}_1} + \left(P_2 S_2 + \beta_2 \dot{m}_2 \vec{V}_2\right)_{\vec{n}_2} + \frac{\partial}{\partial t}\int_{vc} \rho \vec{v}\, d\forall$$

Na direção x:

$R_x = -\dot{m}_2 V_2 = -\rho A V_2^2$ - força que o tanque exerce sobre o jato

$R'_x = \rho A V_2^2$ - " " o jato exerce sobre o tanque.

A força de atrito é dada por $\xi . N$ - força normal e age p/ a esquerda

$$F_{atrito} = -\xi . N = -0{,}01 . \left(\frac{\pi . 1^2}{4} . (h + 0{,}09 + 0{,}3) . 998 . 9{,}81 + 150\right) =$$

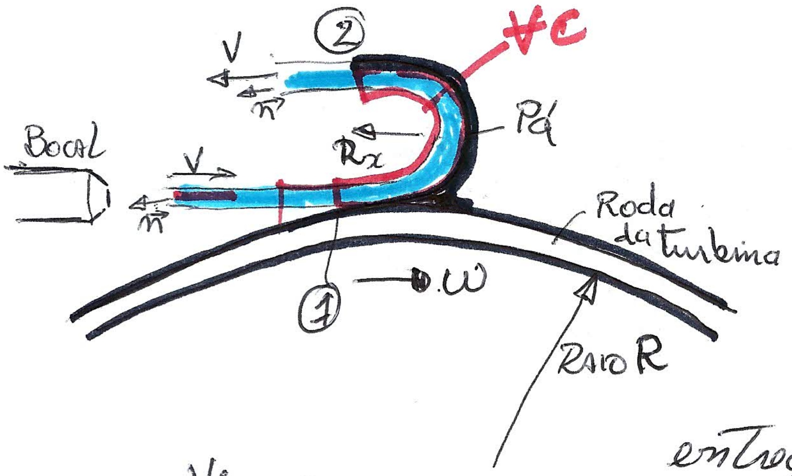
$$F_{atrito} = \cancel{-998 \frac{\pi}{4} 0{,}09^2 . 2 . 9{,}81 h} \; -76{,}85h - 31{,}47.$$

Como $\sum F_{ext\,x} = 0 \Rightarrow F_{atrito} + \text{Forças hidráulicas} = 0$

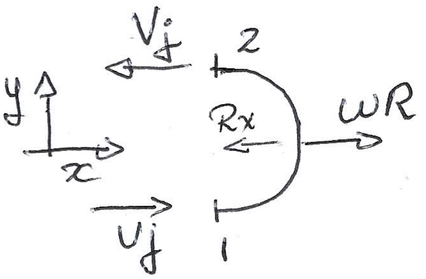
$\rho A V_2^2 - 76{,}85h - 31{,}47 = 0$ e como $V = \sqrt{2gh}$

$$998 . \frac{\pi . 0{,}09^2}{4} . 2 . 9{,}81 . h - 76{,}85h - 31{,}47 = 0$$

$$\therefore \boxed{h = 0{,}66 \text{ m}}$$



Jato de líquido c/ V_j e área A_j atinge uma pá da roda de turbina e sai a 180°, turbina girando c/ vel. angular ω. Mostre uma expressão p/ a potência P entregue a esta turbina neste instante. A qual ω é entregue a máxima potência. Se houver muitas pás na roda, e o jato atingisse ao menos uma pá, como mudaria a sua análise?



Seleciona-se o ∀C mostrado, assumindo que se move c/ $\underline{\omega R = cte}$, sendo ∴ inercial.

Hipóteses: ① Regime Permanente; ② Não há perda de carga no desviador (s/ atrito), o que dá $V_1 = V_2$ (como visto por observador fixo); ③ Fluido Incompressível; ④ Entradas e Saídas unidimensionais ~~4/π~~

Equação da QDM:

$$\vec{G} + \vec{R} = (\cancel{P_1}S_1 + \beta_1 \dot{m}_1 V_1)\vec{n}_1 + (\cancel{P_2}S_2 + \beta_2 \dot{m}_2 V_2)\vec{n}_2 + \cancel{\frac{\partial}{\partial t}}\int_{\forall C} \rho \vec{V} d\forall$$

e, p/ a componente x:

$-R_x = \dot{m}_2 V_2 + \dot{m}_1 V_1$ e, da continuidade:

$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow V_1 = V_2$, mas $V_1 = V_2 = V_j - \omega R$ e

Substituindo:

$$-R_x = 2 \cdot \underbrace{\rho (V_j - \omega R) \cdot A}_{\dot{m} = \rho V S} \cdot (V_j - \omega R) \Rightarrow$$

$$R_x = -2\rho A \cdot (V_j - \omega R)^2 \rightarrow$$ força da estrutura da pá sobre a água

$$\therefore \underline{R'_x = R_x = 2\rho A (V_j - \omega R)^2} \rightarrow$$ força da agua sobre a pá.

$$\therefore P = R_x V = \boxed{2\rho A (V_j - \omega R)^2 \cdot \omega R}$$ potência transmitida à pá.

P/ obter a potência max, $P_{max} \Rightarrow \cancel{\frac{dP}{d\omega}}\ \frac{dP}{d\omega} = 0$

$$\therefore P = 2\rho A \omega R (V_j^2 - 2V_j \omega R + \omega^2 R^2) \quad \text{I}$$

$$P = 2\rho A \omega R V_j^2 - 4\rho A \omega^2 R^2 V_j + 2\rho A \omega^3 R^3$$

$$\text{e} \quad \frac{dP}{d\omega} = 2\rho A R V_j^2 - 8\rho A R^2 V_j \cdot \omega + 6\rho A \omega^2 R^3 = 0$$

$$\omega = \frac{8\rho A R^2 V_j \pm \sqrt{64 \cdot \rho^2 \cdot A^2 \cdot R^4 \cdot V_j^2 - 4 \cdot 6\rho \cdot A \cdot R^3 \cdot 2\rho A R V_j^2}}{12\rho A R^3}$$

$$\therefore \omega = \frac{8\rho A \cdot R^2 \cdot V_j \pm 4\rho A R^2 \cdot V_j}{12\rho A R^3}$$

$$\therefore \omega = \frac{8V_j \pm 4V_j}{12R}$$

$\omega = V_j/R \Rightarrow \omega R = V_j \Rightarrow$ o que é impossível, pois $F = 0$.

ou $\omega = V_j/3R$.

Com este $\omega = V_j/3R$ em I, resulta $\boxed{P_{max} = \frac{8}{27}\rho A V_j^3}$

No caso de muitas pás a vazão que atinge as conchas seria $\underline{\dot{m} = \rho V_j S}$, aproveitando toda a V_j.

e $\therefore P = 2 \cdot \rho A \cdot V_j \omega R (V_j - \omega R)$