

Considerações Básicas

PME 3222 - Mecânica dos Fluidos para Eng. Civil

PME/EP/USP

Prof. Antonio Luiz Pacífico

1º Semestre de 2020

Noções Preliminares

Propriedades Físicas dos Fluidos

Descrição e Classificação dos Movimentos dos Fluidos

Exercícios

Definição de Fluido

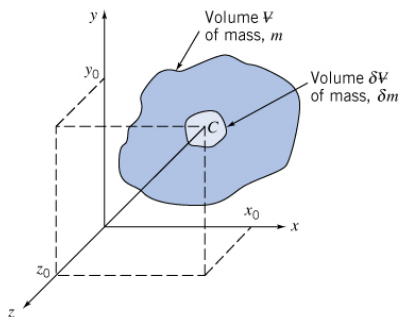
1 - Fluido é definido como a substância que deforma continuamente quando submetida a uma tensão de cisalhamento de qualquer valor.
(MUNSON; YOUNG; OKIISHI, 2004)

2 - Fluido é o meio material que escoar e se deforma continuamente, enquanto uma tensão de cisalhamento permanece aplicada. (??)

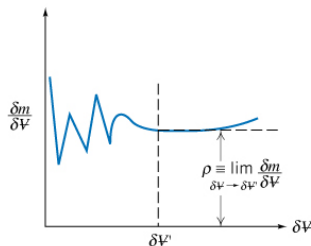
3 - Fluido é um meio material contínuo e deformável formado por uma infinidade de partículas para as quais é impossível o equilíbrio quando submetidas em suas faces a tensões tangenciais não nulas \Rightarrow
Quando um fluido está em repouso só há tensões normais de compressão.

Fluido como Meio Contínuo

As moléculas estão em constante movimento!



(a)



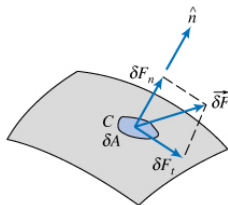
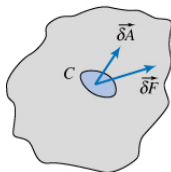
(b)

A variação das propriedades em um fluido tomado como *meio contínuo* é tão suave que os cálculos diferenciais podem ser usados para analisar a substância. (??): $\delta V' \sim 10^{-9} \text{ mm}^3$.

(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006): Cada partícula fluida pode sofrer a ação de *forças de superfície* (devidas à pressão e atrito), que são geradas pelo contato com outras partículas ou com superfícies sólidas, e *forças de campo ou de corpo* (devidas a campos tais como gravitacional e eletromagnético) que agem a distância nas partículas.

Forças de superfície agindo sobre as partículas geram *tensões*. Num fluido essas tensões estão associadas majoritariamente ao seu movimento. Num sólido não necessariamente (deflexão é um estado de tensão num sólido sem movimento).

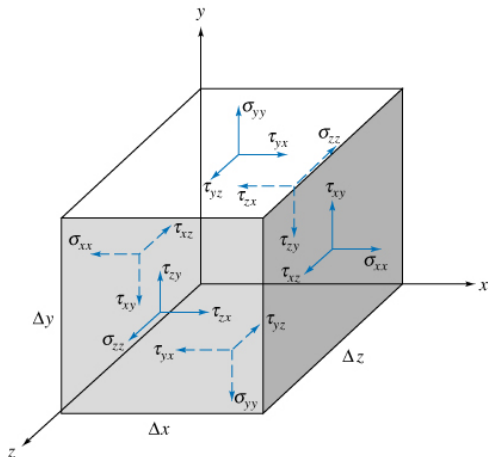
Noções de Tensão e Pressão



tensão normal: $\sigma_n = \lim_{\delta A_n \rightarrow 0} \frac{\delta F_n}{\delta A_n}$; tensão de cisalhamento: $\tau_n = \lim_{\delta A_n \rightarrow 0} \frac{\delta F_t}{\delta A_n}$

A orientação de $\vec{\delta A}$ é dada pelo vetor unitário, \hat{n} , normal à superfície sempre apontando para fora dela.

Noções de Tensão e Pressão



Pressão, p [$\text{N}/\text{m}^2 \equiv \text{Pa}$ no SI], é o resultado da distribuição de tensões normais, σ , de compressão atuando num elemento fluido.

Tensões de cisalhamento, τ [$\text{N}/\text{m}^2 \equiv \text{Pa}$ no SI], são tensões tangenciais.

$\tau_{i,j} \equiv \tau_{\text{plano,eixo}}$. $\tau_{i,j} > 0$ quando tanto o plano como o eixo no qual atua são ambos positivos ou negativos.

Mais adiante no curso o estado de tensões num elemento fluido

Massa, Volume e Peso Específicos; Densidade

A **massa específica**, ρ [kg/m^3 no SI], é definida como a quantidade de massa de uma determinada substância contida numa unidade de volume.

A chamada **densidade**, também conhecida por *SG* (*specific gravity*) é a razão entre a massa específica do fluido e a massa específica da água a 4°C :

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{\text{H}_2\text{O}} @ 4^\circ\text{C}} = \frac{\rho}{1000}$$

O **volume específico**, ν [m^3/kg no SI], de um fluido é dado pelo inverso da sua massa específica: $\nu = 1/\rho$.

Finalmente, o **peso específico**, γ [N/m^3 no SI], de um fluido é definido como o peso da substância contida numa unidade de volume: $\gamma = \rho \cdot g$, onde g é o módulo da aceleração da gravidade local.

Lei dos Gases Perfeitos

A equação de estado (relação entre pressão e temperatura absolutas e volume) de uma gás perfeito é dada por:

$$p \cdot V = n \cdot \bar{R} \cdot T$$

onde n é o número de moles; V é o volume; \bar{R} é a constante universal (= 8314 J/kmol.K); e T a temperatura absoluta. Recordando que $n = m/M$ (m sendo a massa do gás e M sua massa molecular), então:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot \bar{R} \cdot T \Rightarrow p \cdot V = m \cdot R \cdot T$$

$$p \cdot v = R \cdot T ; p = \rho \cdot R \cdot T$$

onde R é a constante do gás específico. Ex: para ar $M = 28,9645$ g/mol = 28,9645 kg/kmol, segue-se que $R = 8314/28,9645 = 287$ J/kg.K.

Compressibilidade dos Fluidos

O **módulo de elasticidade volumétrico**, E_v [N/m² no SI], é a propriedade do fluido utilizada para caracterizar sua compressibilidade:

$$E_v = -V \cdot \left(\frac{dp}{dV} \right)_T$$

como $dp/dV < 0$ para os fluidos, o sinal negativo é acrescentado à definição para que $E_v > 0$.

Uma vez que $m = \rho \cdot V$, segue-se que, para gases perfeitos ($p \cdot V = m \cdot R \cdot T$):

$$E_v = \rho \cdot \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_T$$

Fluidos incompressíveis possuem E_v da ordem de giga-pascal (GPa): é necessária uma grande variação de pressão para uma criar uma pequena variação de volume em líquidos. Para gases o efeito é exatamente o contrário...

Pressão de Vapor

Líquidos tendem a evaporar quando expostos a uma atmosfera gasosa. Considere uma mistura de líquido, gás e vapor da substância do líquido. Chamando p_{pg} a pressão parcial do gás (tudo o que não é o vapor do líquido); p_{pv} a pressão parcial do vapor do líquido, a pressão total, p_t , da mistura gasosa será: $p_t = p_{pg} + p_{pv}$.

Numa condição de equilíbrio o número de moléculas por unidade de tempo que vaporizam é igual ao número de moléculas por unidade de tempo condensam. Neste estado $p_{pv} = p_v$, onde p_v é chamada **pressão de vapor** (ou de saturação). Esta pressão é função da temperatura e seu comportamento é do tipo $dp_v/dT > 0$.

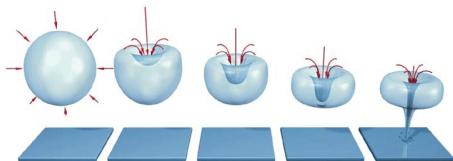
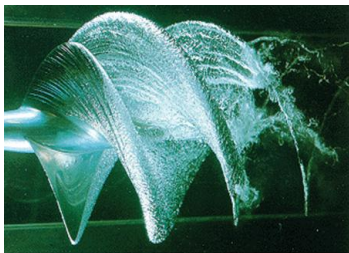
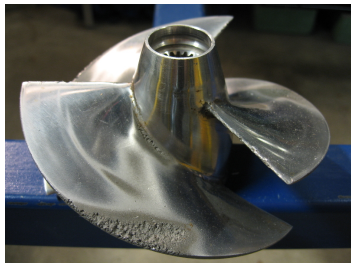
Ebulição ocorre quando $p_v >$ pressão na superfície do líquido.

Um líquido que se caracteriza por ter p_v elevada é chamado de volátil. Para mantê-lo líquido é, então, necessário armazená-lo em recipientes à alta pressão. Ex: CO₂, gasolina, etc.

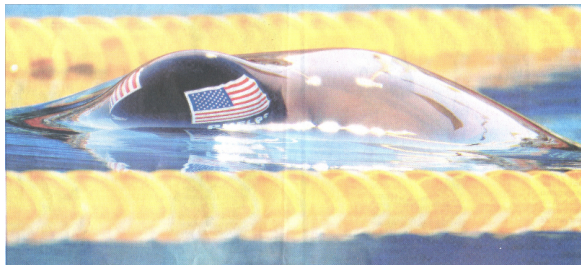
Cavitação é o fenômeno que ocorre quando há redução brusca da pressão sobre um fluido tal que esta pressão passa a ser menor que a pressão de vapor do fluido na temperatura específica. Neste estado o fluido entra em ebulição. Na sequência há aumento da pressão acima da pressão de vapor e as bolhas se colapsam causando micro-jatos na sua vizinhança.

A cavitação causa vibrações nas estruturas; desgaste ou erosão de superfícies sólidas; redução do rendimento de bombas e turbinas, entre outros efeitos indesejáveis.

Cavitação



Tensão Superficial



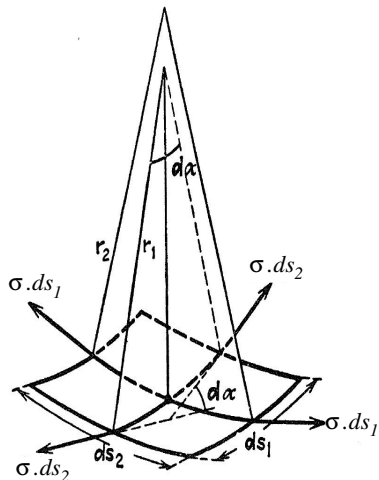
Superfícies líquidas livres mostram uma variedade de fenômenos que podem ser reduzidos à mesma causa: a tendência da superfície tornar-se tão pequena quanto for possível. O fato de que um líquido, isento de forças externas, adquira uma forma esférica, pode ser

atribuído à propriedade da superfície em buscar a mínima área para um dado volume.

A causa deste efeito é devida à força molecular assimétrica entre as moléculas da superfície do líquido. Enquanto dentro do líquido as forças moleculares compensam-se, as moléculas da superfície experimentam uma força dirigida para dentro prevenindo o seu escape.

Como resultado a superfície tem a tendência a tornar-se tão pequena quanto possível. Este fenômeno também ocorre na interface entre líquidos imiscíveis.

Tensão Superficial



A **tensão superficial**, σ [N/m no SI], é a mesma em qualquer parte de uma superfície líquida e, em qualquer ponto dado, sua direção está no plano que tangencia a superfície naquele ponto; σ é a força por unidade de comprimento de um corte na superfície líquida. Se traçarmos o diagrama de forças perpendicular a ds_2 então, uma vez que $ds_1 = r_1 \cdot d\alpha$, a força resultante perpendicular será:

$$\sigma \cdot ds_2 \cdot d\alpha = \sigma \cdot ds_2 \cdot \frac{ds_1}{r_1}$$

uma vez que para ângulos muito pequenos, $\text{sen}(d\alpha) = d\alpha$.

Analogamente, a força perpendicular a ds_1 será $\sigma \cdot ds_1 \cdot (ds_2/r_2)$.

Figura: Aqui leia-se $C \equiv \sigma$.

Tensão Superficial

Para equilíbrio: a soma das duas forças deve ser balanceada pela diferença de pressão na área $ds_1 \cdot ds_2$: $\Delta F_p = \Delta p \cdot ds_1 \cdot ds_2$ Como,

$$\sigma \cdot ds_2 \cdot \frac{ds_1}{r_1} + \sigma \cdot ds_1 \cdot \frac{ds_2}{r_2} = \Delta F_p$$

segue-se que,

$$\Delta p = \sigma \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

A pressão é maior sempre no lado côncavo da superfície. A equação acima é independente da direção na qual o elemento retangular é tomado.

Tensão Superficial

A tensão superficial entre dois corpos 1 e 2, rigorosamente falando, deve ser escrita como $\sigma_{1,2}$. Considere a figura abaixo: 1 é líquido, 2 é ar e 3 sólido.

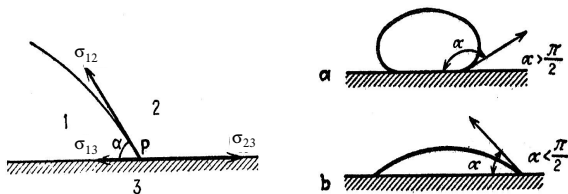


Figura: Aqui leia-se $C \equiv \sigma$.

$$\sigma_{1,2} \cdot \cos \alpha + \sigma_{1,3} = \sigma_{2,3} \quad (\star)$$

Se $\sigma_{2,3} - \sigma_{1,3} < 0 \Rightarrow \alpha > \pi/2$: diz-se que o líquido não molha o sólido (Ex: Hg no vidro); se $\sigma_{2,3} - \sigma_{1,3} < \sigma_{1,2} \Rightarrow \alpha < \pi/2$: diz-se que o líquido molha o sólido, pois (\star) já não pode ser satisfeita: não haverá equilíbrio e o ponto P mover-se-á para a direita continuamente. Ex: óleo em água forma uma película fina e esparramada.

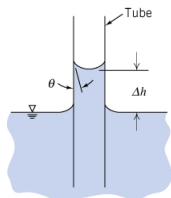
Tensão Superficial

A pressão em qualquer ponto de um líquido 1, de massa específica ρ_1 , e a pressão em qualquer ponto de um líquido 2, de massa específica ρ_2 , são dadas por $p_1 = p_{atm} - \rho_1 \cdot g \cdot z$ e $p_2 = p_{atm} - \rho_2 \cdot g \cdot z$. Para $z = 0 \Rightarrow p_1 = p_2$. Por outro lado, a se houver diferença de pressão, $p_1 - p_2 = \Delta p$, então $\Delta p = (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot z$. Aplicando este ao resultado anterior para Δp :

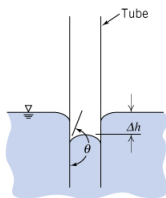
$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{(\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot z}{\sigma_{1,2}}$$

os raios r_1 e r_2 serão positivos se: (1) a interface é côncava na direção ascendente; (2) o líquido 2 estando sobre o líquido 1 com $\rho_2 < \rho_1$, caso contrário se $\rho_2 > \rho_1$, a interface é convexa

Capilaridade



(a) Capillary rise ($\theta < 90^\circ$)



(b) Capillary depression ($\theta > 90^\circ$)

Do resultado anterior, se for assumido que o menisco tem raio de curvatura a , e força superficial ao longo do perímetro do menisco, $2\pi \cdot a$, é balanceada pelo peso da coluna Δh de líquido:

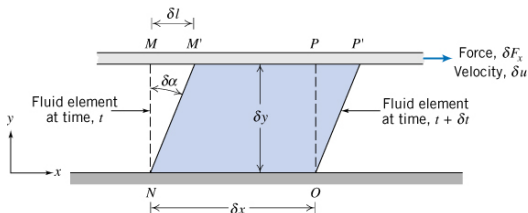
$$2\pi \cdot a \cdot \sigma_{1,2} \cdot \cos \theta = \pi \cdot a^2 \cdot (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \Delta h$$

$$\Delta h = \frac{2 \cdot \sigma_{1,2} \cdot \cos \theta}{(\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot a}$$

Para $\theta > \pi/2 \Rightarrow \Delta h < 0$. Ex: Mercúrio e tubo capilar.

Para $\theta < \pi/2 \Rightarrow \Delta h > 0$. Ex: Água em tubo capilar.

Viscosidade



Pode-se expressar a distância δl por:

$$\delta l = \delta u \cdot \delta t ; \text{alternativamente para pequenos ângulos: } \delta l = \delta y \cdot \delta \alpha$$

Igualando essas duas expressões para δl e tomando o limite das razões:

$$\frac{\delta \alpha}{\delta t} = \frac{\delta u}{\delta y} \cdot \frac{d \alpha}{d t} = \frac{d u}{d y}$$

Importante: a taxa de deformação (taxa de cisalhamento), $d \alpha / d t$, pode ser expressa em função de quantidades mais fáceis de serem medidas: $d u / d y$.

$$\tau_{yx} = \lim_{\delta A_y \rightarrow 0} \frac{\delta F_x}{\delta A_y} = \frac{d F_x}{d A_y}$$

Durante um intervalo δt o elemento fluido é deformado de $MNOP$ para $M'NOP'$.

$$\text{taxa de deformação} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta \alpha}{\delta t} = \frac{d \alpha}{d t}$$

Quando a **tensão de cisalhamento** é diretamente proporcional à **taxa de cisalhamento** o fluido é dito **Newtoniano**, caso contrário é dito **não-Newtoniano**. Portanto, para fluido newtoniano:

$$\tau_{yx} \propto \frac{du}{dy}$$

O coeficiente de proporcionalidade que completa a relação acima é conhecido como **viscosidade absoluta (ou dinâmica)** do fluido, tem como símbolo a letra grega μ e unidade no SI [$\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2 \equiv \text{Kg}/\text{m}\cdot\text{s} \equiv \text{Pa}\cdot\text{s}$]. Assim, para um fluido newtoniano pode-se escrever, finalmente:

$$\tau_{yx} = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

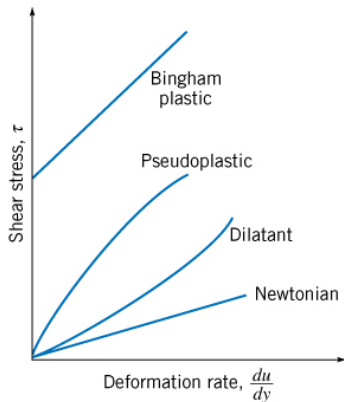
Em mecânica dos fluidos, ocorre com frequência a razão μ/ρ . Assim, designa-se esta razão por **viscosidade cinemática**; símbolo grego ν e unidade no SI [m^2/s].

Para fluidos não-newtonianos a inclinação da curva em função da taxa de deformação é conhecida como viscosidade aparente, μ_{ap} . Para fluidos newtonianos esta viscosidade é sempre igual à viscosidade absoluta.

Plástico de Bingham: este material não é nem um fluido nem um sólido! Ele resiste à tensão de cisalhamento até um determinado limite. A partir daí começa a escoar como um fluido newtoniano. Ex: pasta de dente, maionese.

Pseudoplástico: nestes fluidos a viscosidade (aparente) diminui à medida que a taxa de cisalhamento aumenta. Ex: tinta látex, soluções de polímeros em geral.

Dilatante: comportamento contrário ao do pseudoplástico: $\mu_{ap} \uparrow$ com $\uparrow du/dy$. Ex: mistura de água com Maizena; areia movediça.



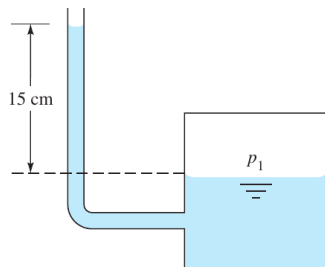
Descrição e Classificação dos Movimentos dos Fluidos

Em sala de aula será feito breve comentário sobre os seguintes tópicos:

- ▶ Fluidos Viscosos e Não-viscosos;
- ▶ Escoamentos Laminar e Turbulento;
- ▶ Escoamentos Compressível e Incompressível;
- ▶ Escoamentos Interno e Externo.

Exercício de Aula 1

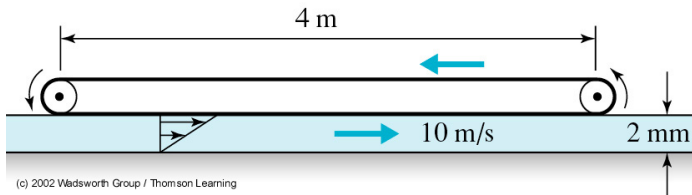
Enunciado: O sistema da figura ao lado é usado para medir a pressão num tanque. Na situação específica ilustrada a altura medida é de 15 cm num tubo de 1 mm de diâmetro. O fluido se encontra a $60\text{ }^{\circ}\text{C}$. Calcule, nesta condição, a verdadeira altura que deveria ser medida e o erro percentual devido ao efeito de capilaridade no tubo se o fluido for **(a)** água; ou **(b)** mercúrio. [(WHITE, 2018), exercício 1.65 com adaptações]



Enunciado: Uma agulha cilíndrica de diâmetro d , comprimento L e massa específica ρ_a pode flutuar sobre um líquido de tensão superficial σ_l . Desprezando o efeito de empuxo e assumindo um ângulo de contato de 0° entre o líquido e a agulha, obtenha uma expressão para o máximo diâmetro da agulha que ainda a permite flutuar no líquido. Calcule d_{max} se a agulha for de aço ($SG = 7,84$) em água a 20°C . [(WHITE, 2018), exercício 1.69]


Exercício de Aula 3


Enunciado: Uma cinta de 60 cm de largura move-se a 10 m/s, como mostrado na figura abaixo. Calcule a potência necessária, considerando um perfil de velocidade linear em água a 10 °C. [(POTTER; WIGGERT; RAMADAN, 2014), exercício 1.47]





Exercício de Aula 4

Enunciado: Um cubo sólido com 152,4 mm de lado, massa de 45,3 kg, desliza sobre uma superfície inclinada de 30° em relação à horizontal. Entre o bloco e a superfície há um filme de óleo ($\mu = 0,819 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$). Qual a espessura deste filme se a velocidade terminal do bloco é de 0,36 m/s? Adote distribuição de velocidades linear no filme de óleo.

 FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. ISBN 978-85-216-1468-5.

 MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. *Fundamentos da Mecânica dos Fluidos*. 4. ed. São Paulo: Blücher, 2004. ISBN 978-85-212-0343-8.

 POTTER, M. C.; WIGGERT, D. C.; RAMADAN, B. H. *Mecânica dos Fluidos*. 4. ed. São Paulo: Blücher, 2014. ISBN 978-85-221-1568-6.

 WHITE, F. M. *Mecânica dos Fluidos*. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2018. ISBN 978-8580556063.