

aula 08

dimensionamento de vigas



ZEA 0566

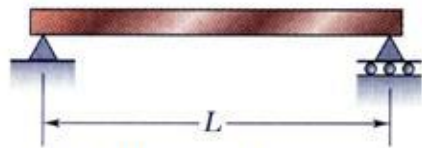
Resistência dos Materiais

Prof. João Adriano Rossignolo

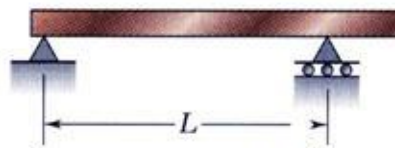
Prof. Holmer Savastano Júnior



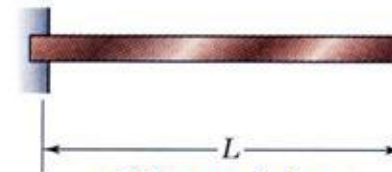
Vigas Isostáticas:



a) Simplesmente apoiada



b) Apoiada com balanço



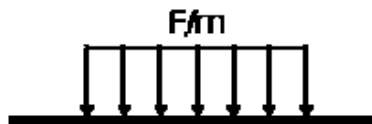
c) Viga em balanço

TIPOS DE CARREGAMENTO

Carga aplicada - Força aplicada num ponto da viga.

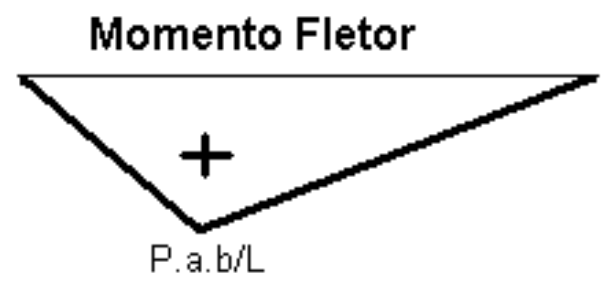
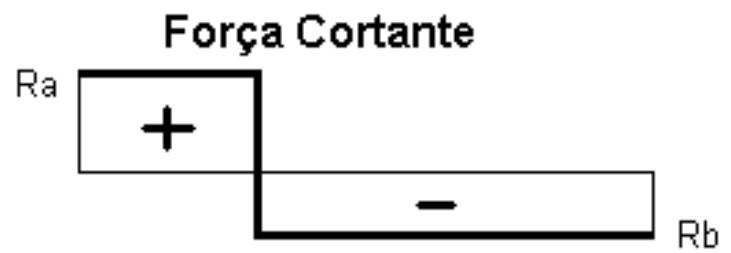
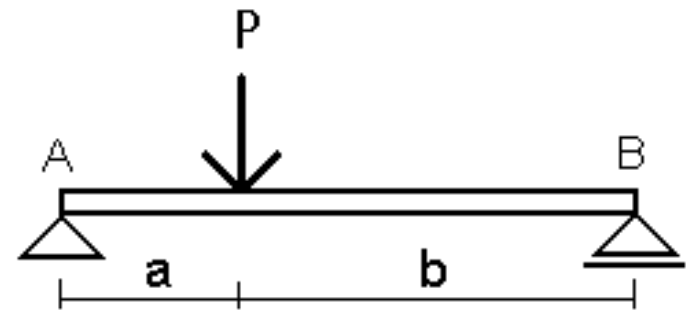
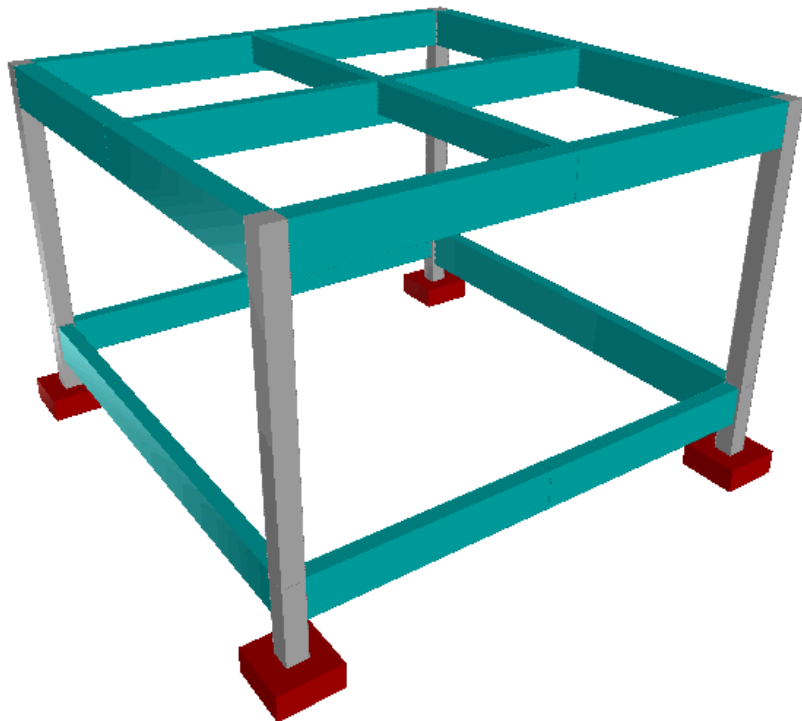


Carga distribuída - Força distribuída num determinado comprimento da viga. É fornecida em N/m (Força por comprimento)



Momento aplicado - Momento aplicado em um determinado ponto da viga. Não tem origem em forças aplicadas.





EAG - [Edição rápida de armaduras de vigas]

Arquivo Editar Exibir Desenhar Blocos Modificar Cotagem Geral Flexão Estribos Arm. sec. Furos Cortes Ajuda

V1 V4 x lb: 50

V4

Reinforcement Details:

- Top: 31 # 5 C15, 16 # 5 C20, 31 # 6,3 C15, 13 # 38 C15, 31 # 5 C20, 13 # 38 C15, 31 # 6,3 C15, 16 # 5 C20, 31 # 5 C15
- Bottom: 2 # 6,3 C15, 1 # 6,3 C15, 2 # 6,3 C15, 2 # 6,3 C15, 2 # 6,3 C15, 2 # 6,3 C15, 2 # 6,3 C15, 2 # 6,3 C15

Sections:

- Corte A:** 13 # 6,3, 2 # 20, 1 # 20
- Corte B:** 13 # 6,3, 2 # 20, 1 # 20

Dimensions: 19/60, 19/90, 19/60

Supports: P7, P5, P6, P8

Reinforcement Labels: (1) # 20CAW, (2) # 6,3 C15, (3) # 20CAW, (4) # 20CAW, (5) # 20CAW, (6) # 20CAW, (7) # 20CAW, (8) # 20CAW, (9) # 20CAW, (10) # 20CAW, (11) # 20CAW, (12) # 20CAW, (13) # 20CAW, (14) # 20CAW, (15) # 20CAW, (16) # 20CAW, (17) # 20CAW, (18) # 20CAW, (19) # 20CAW, (20) # 20CAW, (21) # 20CAW, (22) # 20CAW, (23) # 20CAW, (24) # 20CAW, (25) # 20CAW, (26) # 20CAW, (27) # 20CAW, (28) # 20CAW, (29) # 20CAW, (30) # 20CAW, (31) # 20CAW, (32) # 20CAW, (33) # 20CAW, (34) # 20CAW, (35) # 20CAW, (36) # 20CAW, (37) # 20CAW, (38) # 20CAW, (39) # 20CAW, (40) # 20CAW, (41) # 20CAW, (42) # 20CAW, (43) # 20CAW, (44) # 20CAW, (45) # 20CAW, (46) # 20CAW, (47) # 20CAW, (48) # 20CAW, (49) # 20CAW, (50) # 20CAW

Bending Moment Diagrams:

- Span P7-P5 (7.5m):** Moments range from -3.71 to 29.40.
- Span P5-P6 (2.7m):** Moments range from -10.56 to 14.00.
- Span P6-P8 (7.5m):** Moments range from -8.37 to 4.55.

OK

Nível 0 / Uso geral

Torsion Module - Shaft Torsion with Multiple Torques

Back New Help

3 Torques

Torque Units
 lb-in N-mm
 lb-ft N-m
 kip-ft kN-m

Shaft Length Units
 in mm
 ft m

Diameter Units
 in mm
 ft m

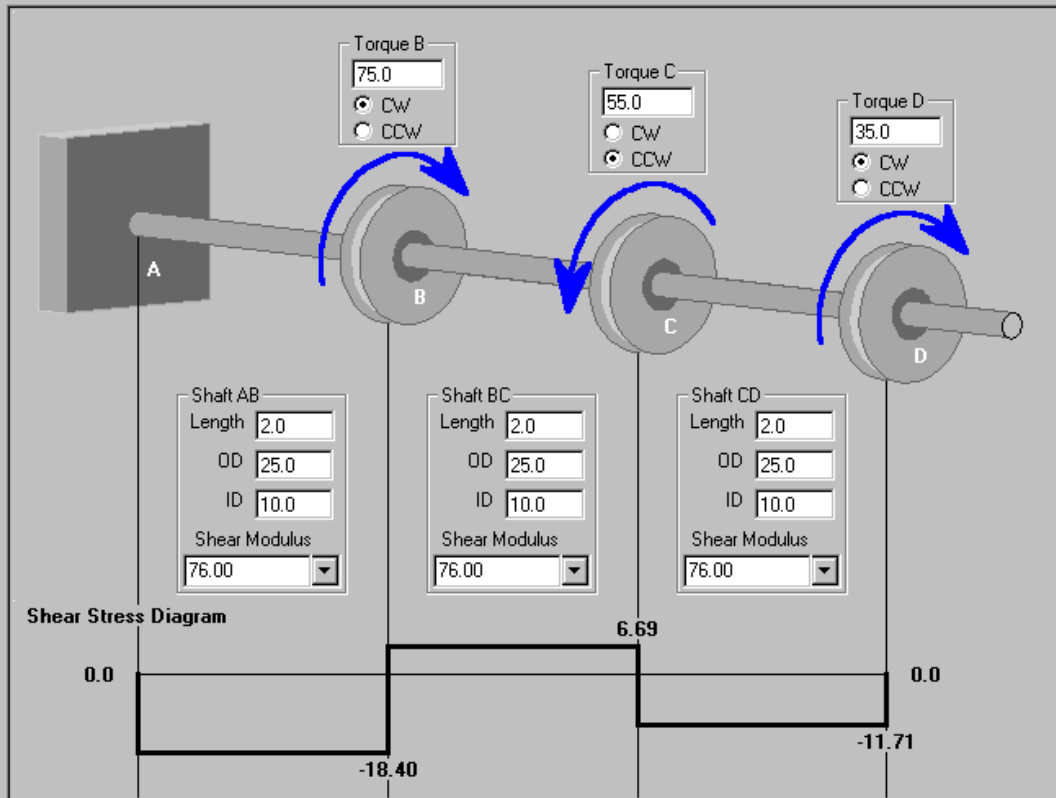
Shear Modulus Units
 psi MPa
 ksi GPa

Shaft Default Values
 Length
 OD
 ID
 Shear Modulus

Apply Defaults

Compute

Back



Select Plot

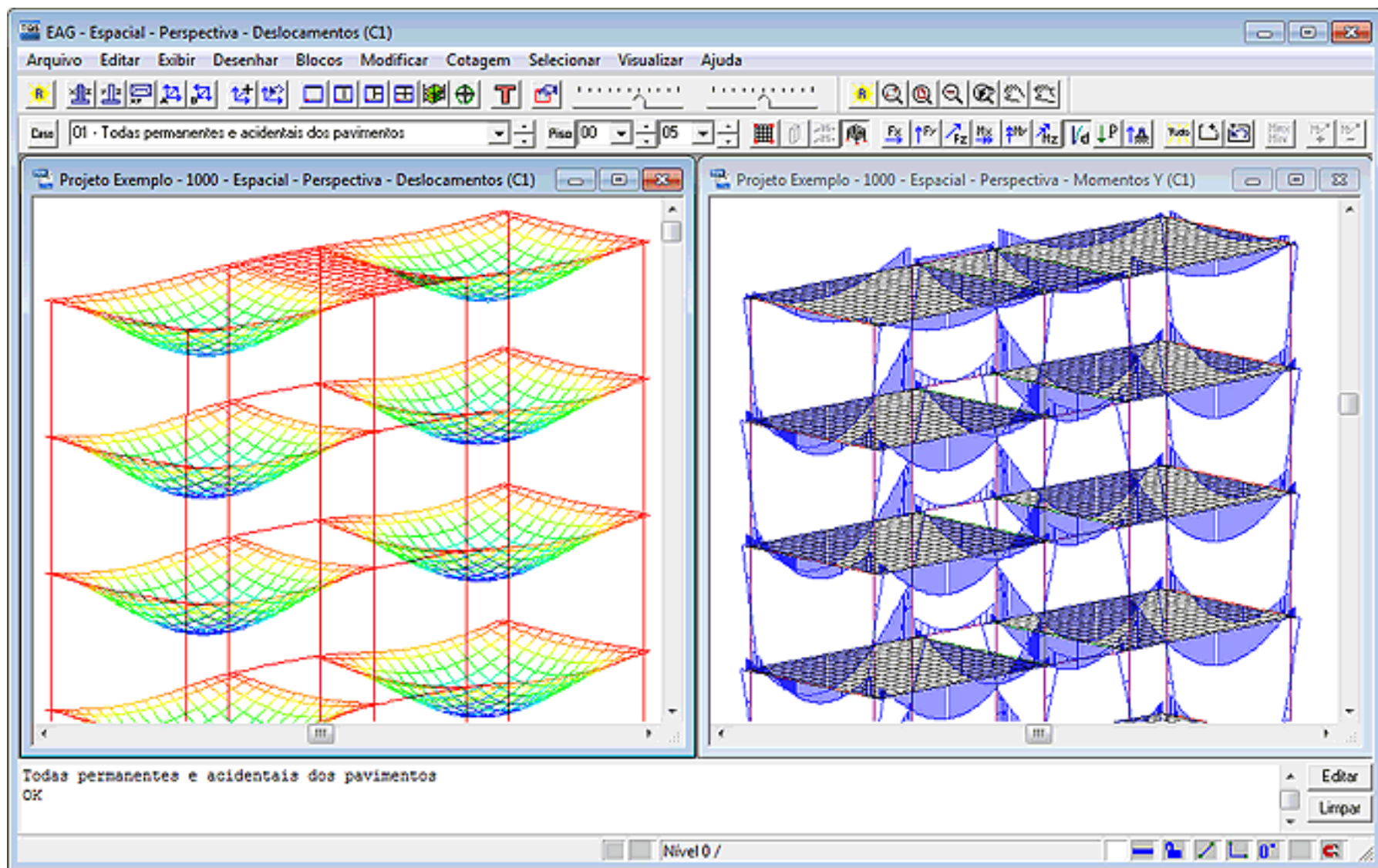
Torque Shear Stress Twist Angle

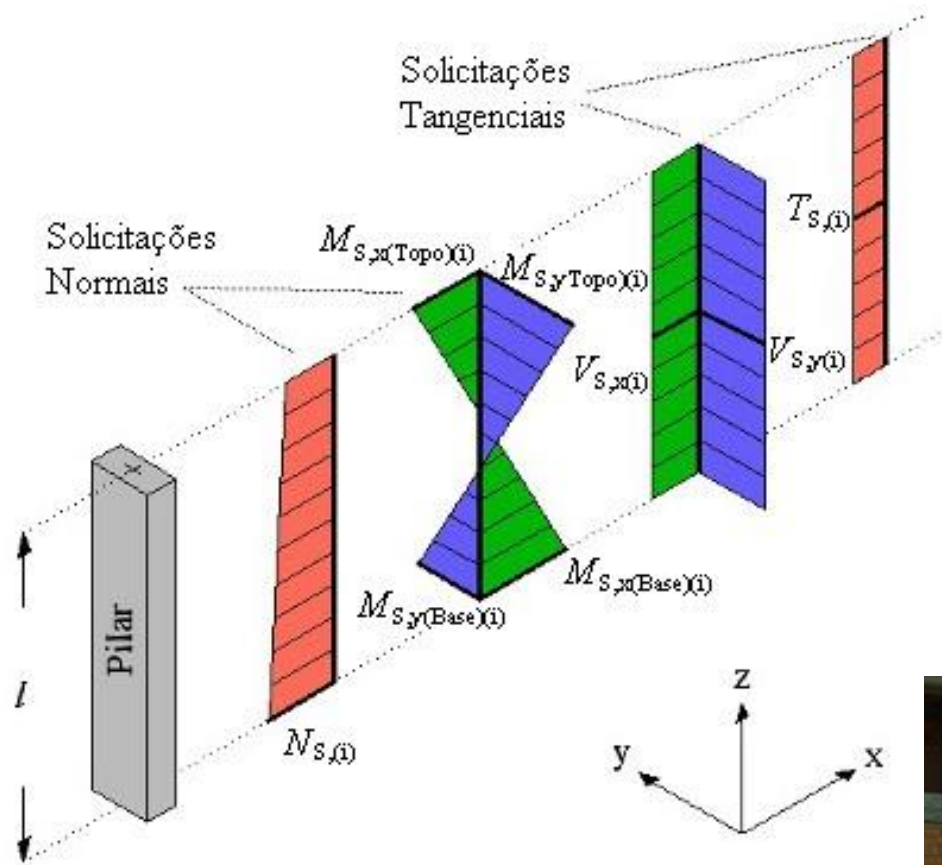
Stress Units

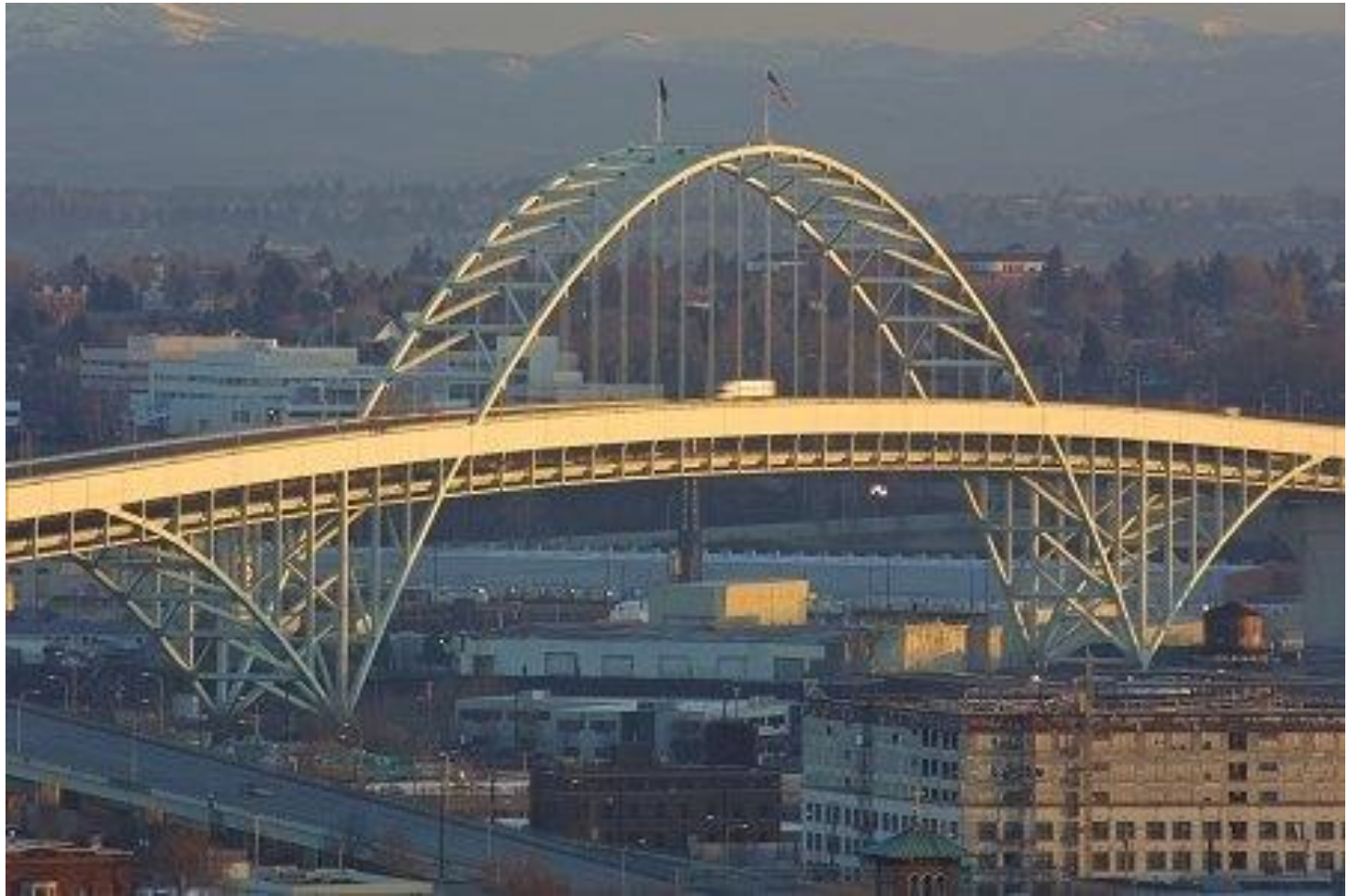
psi ksi kPa MPa

Twist Angle Units

radians degrees







Tipos de Esforços

ESFORÇO NORMAL

Soma algébrica das componentes, na direção normal à seção, de cada uma das forças atuantes de um dos lados desta seção. O esforço normal pode ser de dois tipos: tração ou compressão.

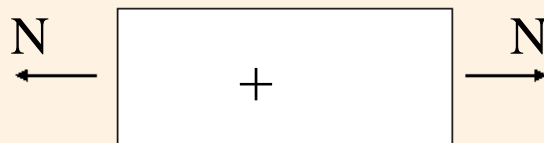
Tração



Compressão



Convenção de Sinais:



Tração



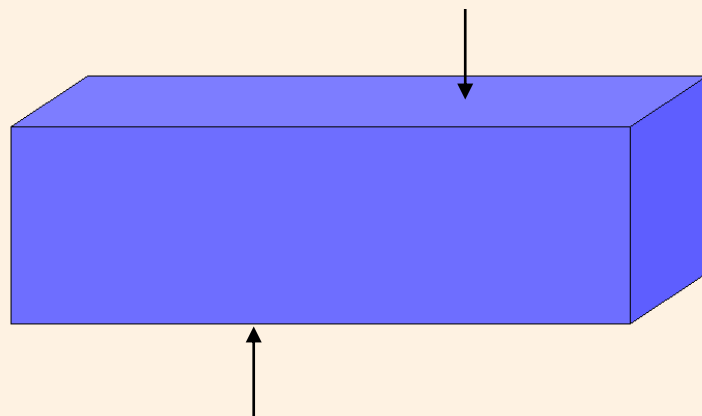
Compressão

ESFORÇO CORTANTE

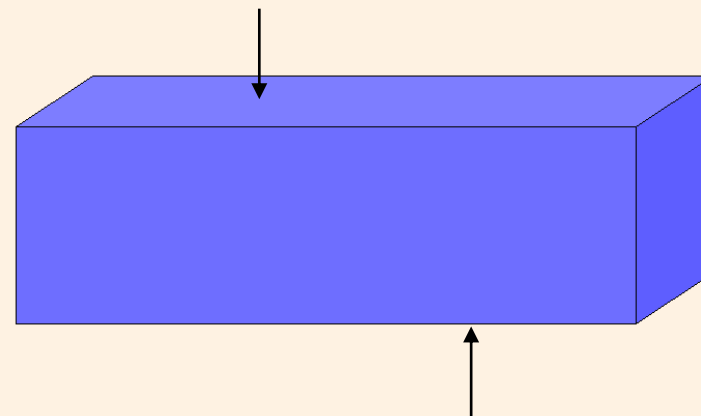
Soma vertical das componentes, sobre o plano da seção, das forças situadas em um dos lados desta seção, na perpendicular do eixo da estrutura. O esforço cortante pode ocorrer em relação ao eixo y ou em relação ao eixo z .

Esforço Cortante em Relação ao eixo y :

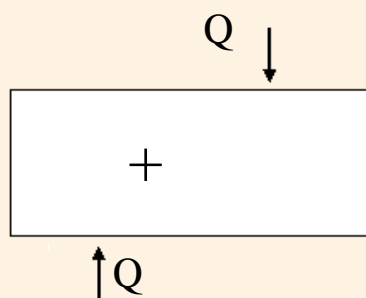
Esforço Cortante Positivo



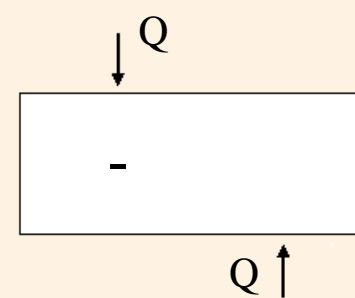
Esforço Cortante Negativo



Convenção de Sinais:



Esforço Cortante Positivo



Esforço Cortante Negativo

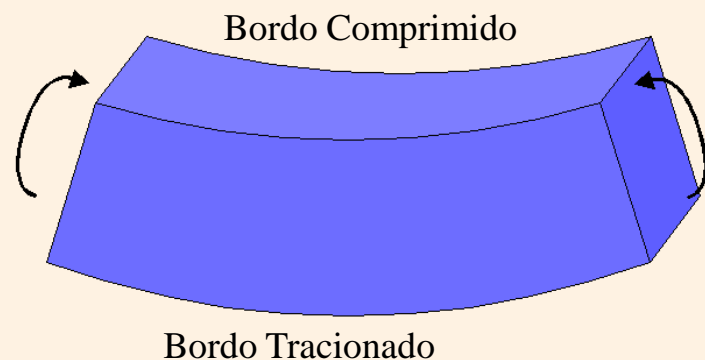
MOMENTO FLETOR

Soma algébrica dos momentos das forças atuantes de um dos lados da seção em relação ao seu centro de gravidade. Quando ocorre o momento fletor, um dos bordos da viga sofre tração e o outro bordo sofre compressão.

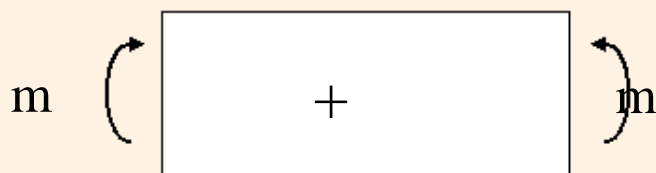
Assim como o esforço cortante, o momento fletor pode ocorrer em torno do eixo x ou em torno do eixo y .

Momento Fletor em relação ao eixo y :

Momento Fletor Positivo

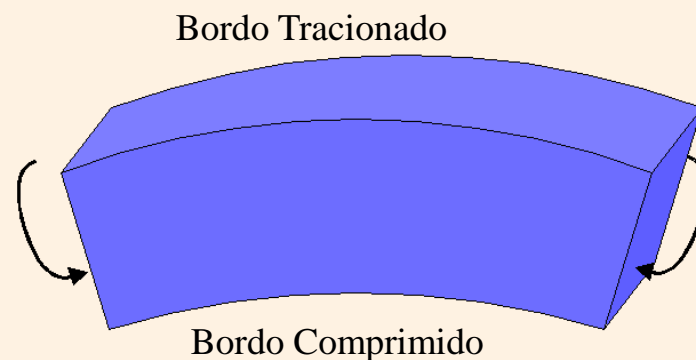


Convenção de Sinais:



Momento Fletor Positivo

Momento Fletor Negativo



Momento Fletor Negativo

RESUMINDO:

No caso mais geral, podemos ter os seguintes esforços simples:

a) Esforço Normal N

b) Esforço Cortante V

c) Momento Torçor T

d) Memento Fletore M



dimensionamento de vigas

$$\sigma_m = \frac{|M|_{\text{máx}} c}{I}$$

$$\tau_m = \frac{|V|_{\text{máx}} Q}{I t}$$

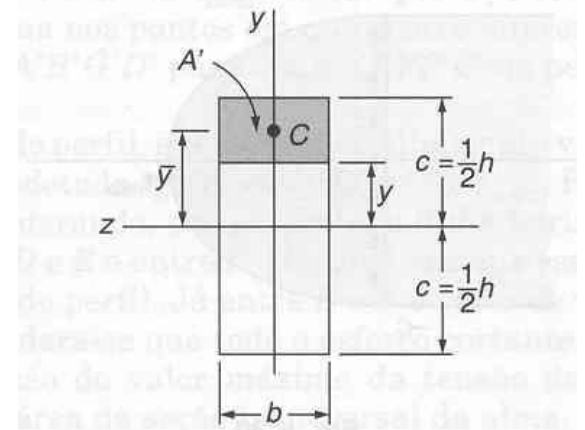
Onde:

t = largura da seção transversal na linha neutra.

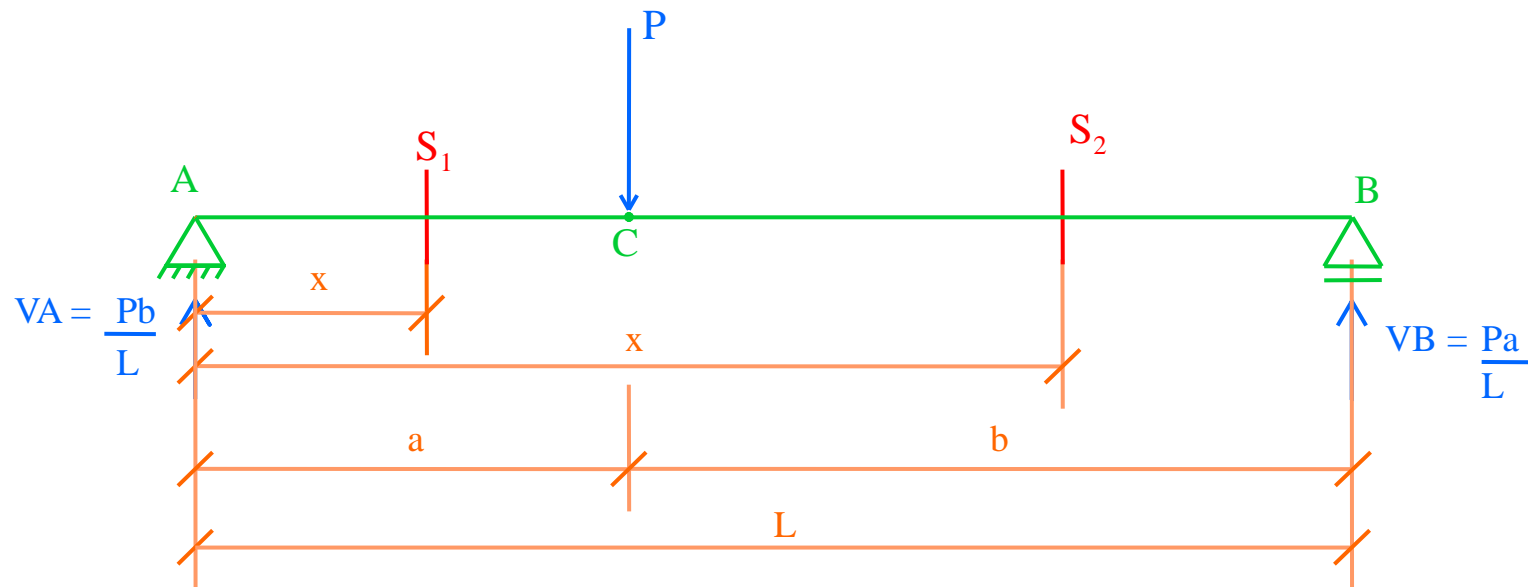
Q = momento estático da área localizada acima ou abaixo da linha neutra em relação a essa linha.

Fórmula genérica para cálculo de Q:

$$Q = A' \bar{y}$$



Traçado de Diagramas
em Viga Isostática Submetida a Força
concentrada



Cálculo das Reações de Apoio:

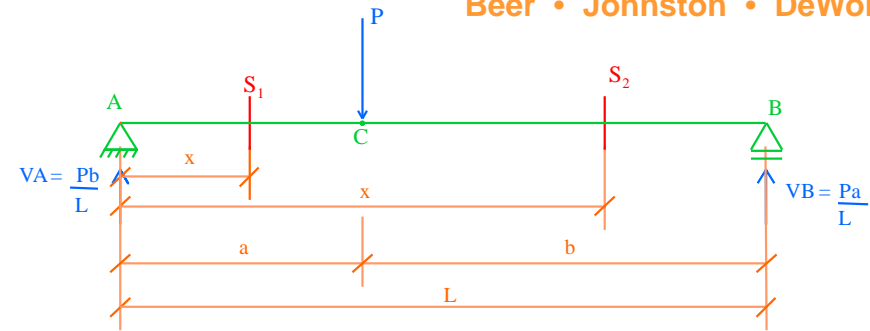
$$\sum F_V = 0 \rightarrow V_A + V_B = P$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot L - P \cdot b = 0, \text{ logo: } V_A = \frac{Pb}{L}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow V_B \cdot L - P \cdot a = 0, \text{ logo: } V_B = \frac{Pa}{L}$$

$$\text{Conferindo: } V_A + V_B = \frac{Pb}{L} + \frac{Pa}{L} = P \rightarrow \text{OK}$$

Calculando os esforços nas seções S_1 e S_2 :

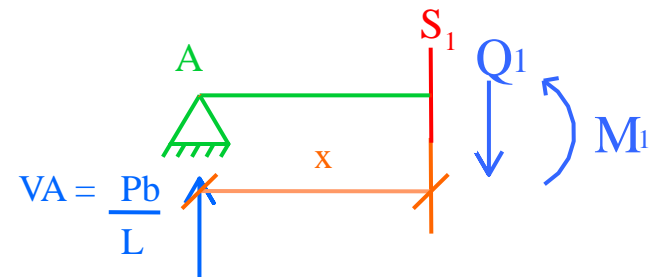


Cálculo dos Esforços na Seção S_1 ($0 < x < a$)

$$Q_1 = V_A = Pb/L \rightarrow \text{constante}$$

$$M_1 = V_A \cdot x = Pb/L \cdot x \rightarrow \text{Equação de uma reta}$$

(Para $x=0$, $M_1=0$)



Cálculo dos Esforços na Seção S_2 ($a < x < L$)

$$Q_2 = V_A - P = V_A - (V_A + V_B) = Pb/L - (Pb/L + Pa/L) = Pb/L - Pb/L - Pa/L = -Pa/L \rightarrow \text{cte}$$

$$M_2 = V_A \cdot x - P(x - a) = Pb/L \cdot x - P(x - a) \rightarrow \text{Equação de uma reta}$$

(Para $x=L$, $M_2=0$)

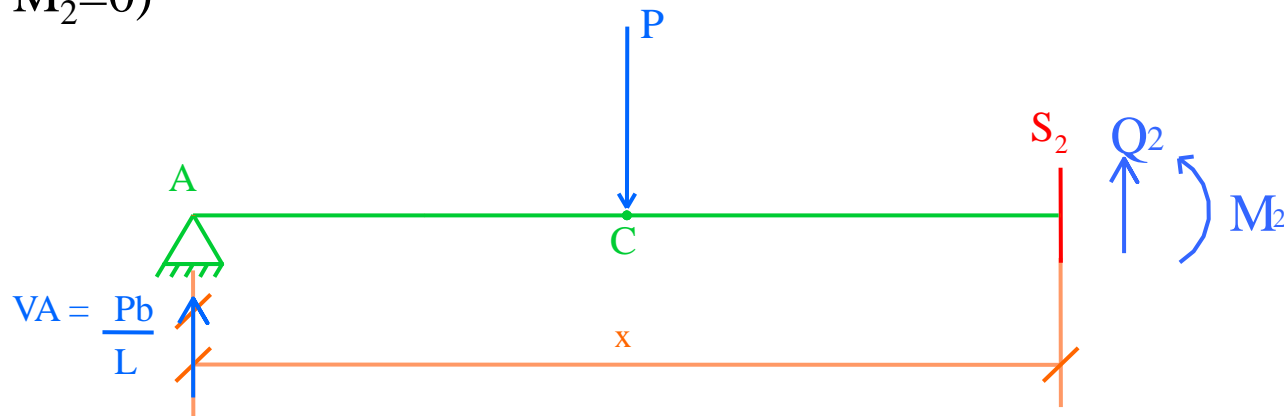
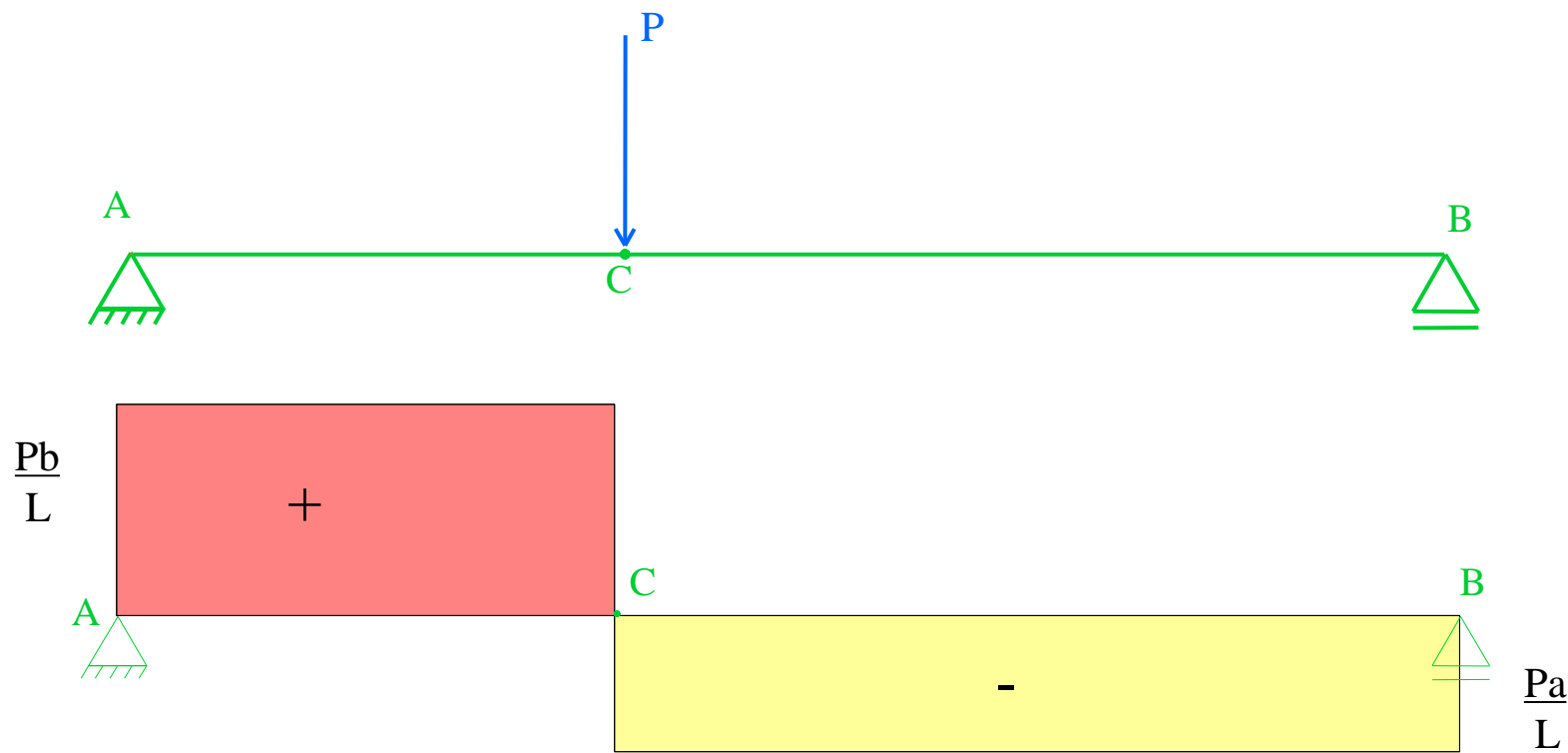


DIAGRAMA DE ESFORÇO CORTANTE

O diagrama de esforço cortante deve ser traçado seguindo o sentido das forças atuantes na estrutura. Analisando a estrutura a partir do lado esquerdo, inicialmente temos:

- No ponto A, a força cortante Pb/L para cima,
- Posteriormente, no ponto C, a carga concentrada P para baixo.
- E finalmente, no ponto B, a força Pa/L para cima.



Observe que o diagrama de esforço cortante de uma estrutura submetida apenas a cargas concentradas é uma constante

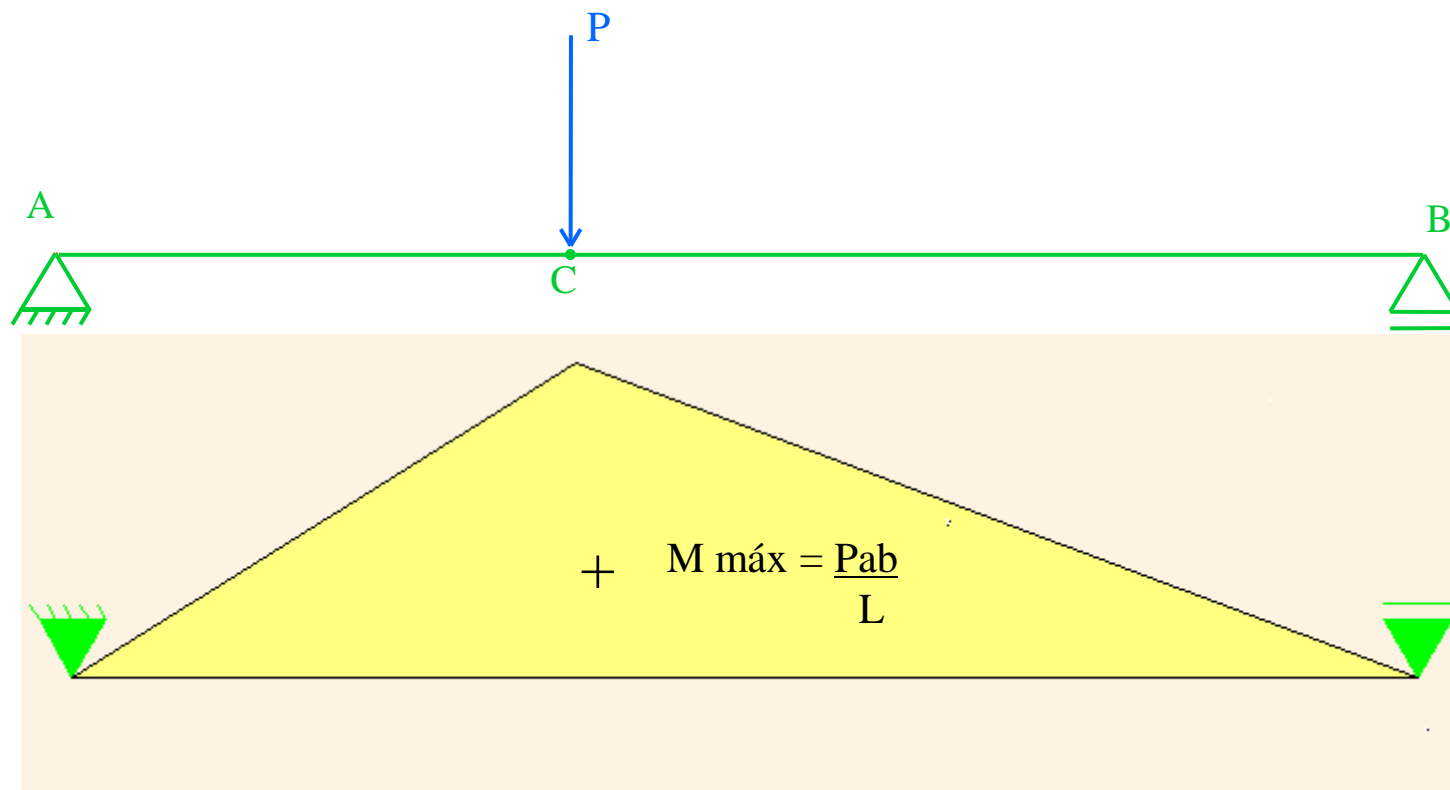
DIAGRAMA DE MOMENTO FLETOR

Cálculo do Momento Fletor:

$$M_A = 0 \text{ e } M_B = 0$$

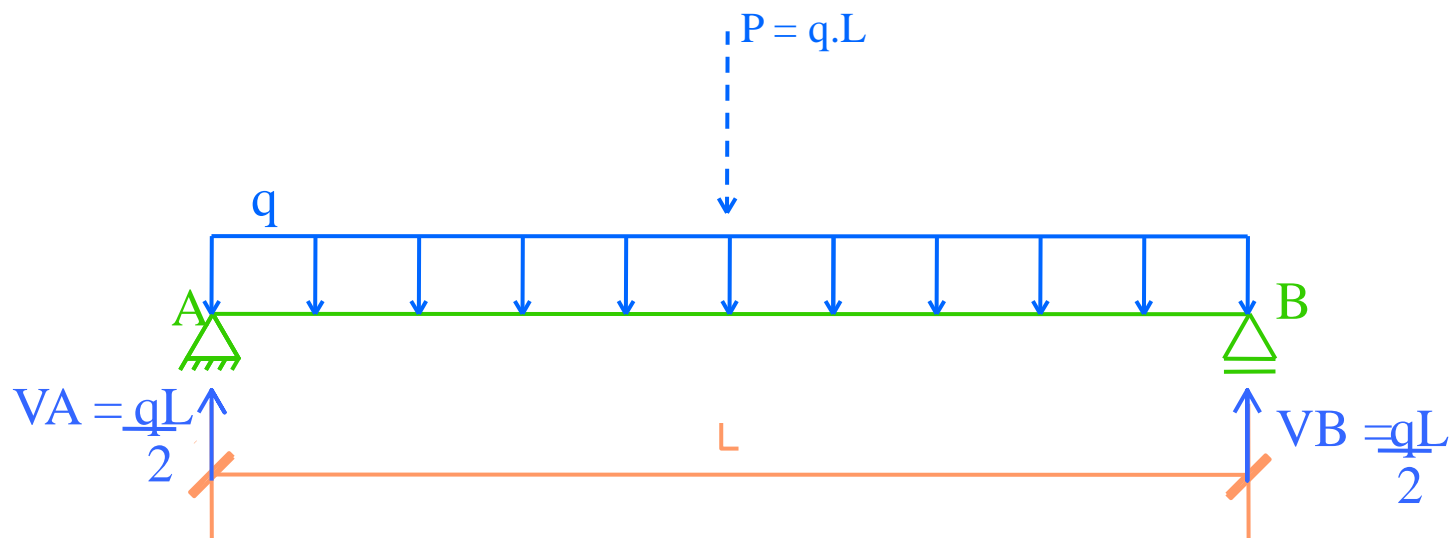
$$M_{C \text{ esquerda}} = V_A \cdot a = P \cdot b/L \cdot a = \frac{Pba}{L} \rightarrow \text{Equação da reta}$$

$$M_{C \text{ direita}} = V_B \cdot b = P \cdot a/L \cdot b = \frac{Pab}{L} \rightarrow \text{Equação da reta}$$



Observe que o diagrama de momento fletor de uma estrutura submetida apenas a cargas concentradas é retilíneo.

Traçado de Diagramas
em Viga Isostática Submetida a Carga
Uniformemente Distribuída



Cálculo das Reações de Apoio:

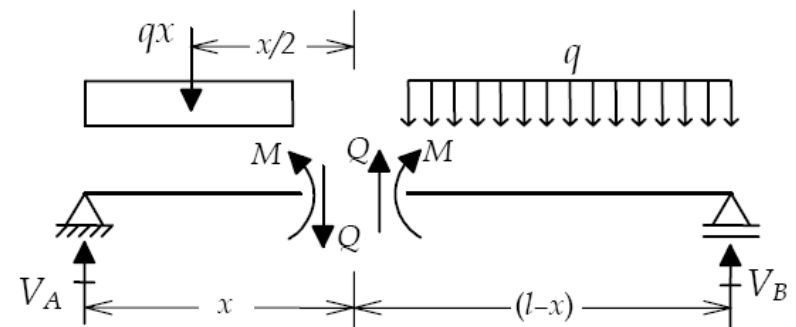
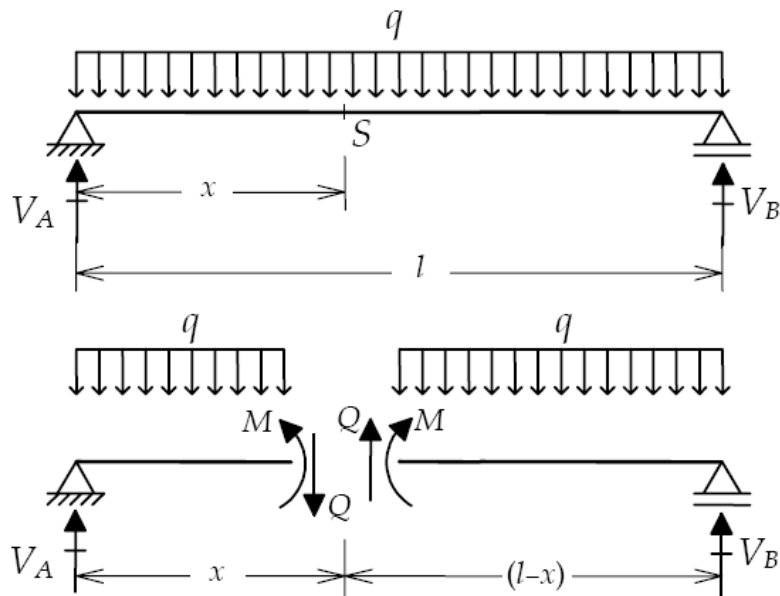
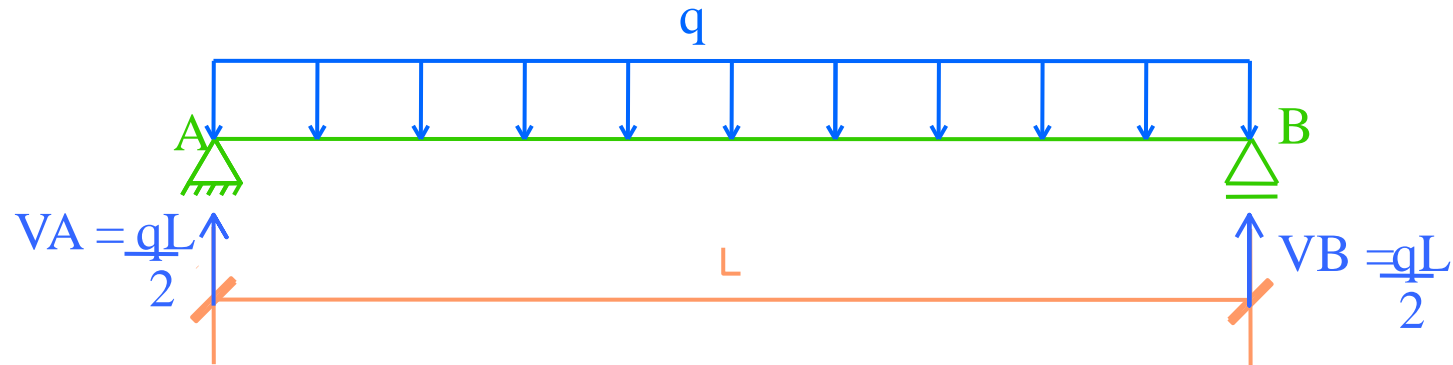
$$\sum FV = 0 \rightarrow V_A + V_B = q \cdot L$$

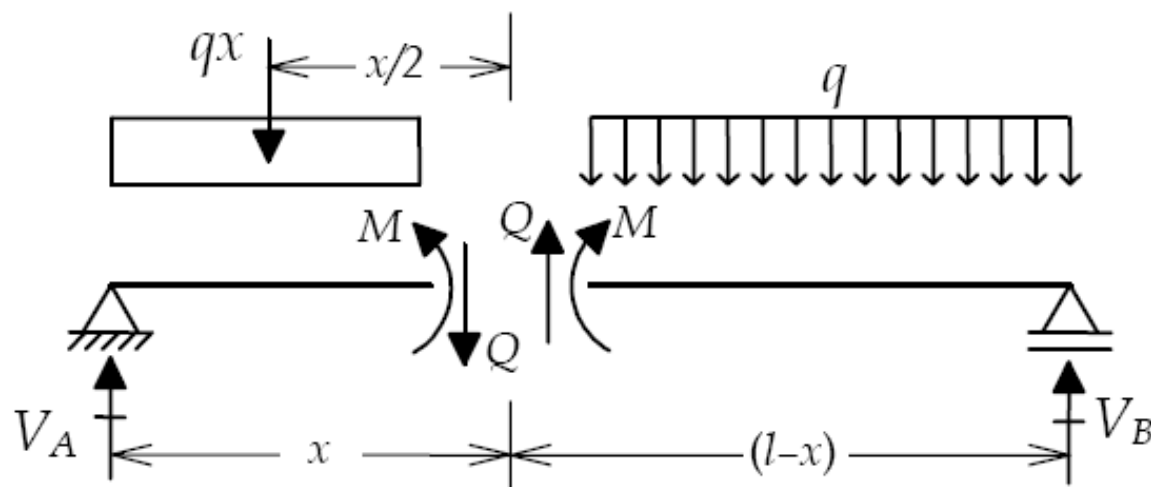
$$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot L - qL \cdot L/2 = 0, \text{ logo: } V_A = qL/2$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow V_B \cdot L - qL \cdot L/2 = 0, \text{ logo: } V_B = qL/2$$

$$\text{Conferindo: } V_A + V_B = qL/2 + qL/2 = qL \rightarrow \text{OK}$$

Como não há carga horizontal atuando na barra ou mesmo carga inclinada com componente horizontal, não existem reações no eixo x. Portanto, neste caso não há diagrama de esforço normal.





Esforço cortante e momento fletor em uma transversal S

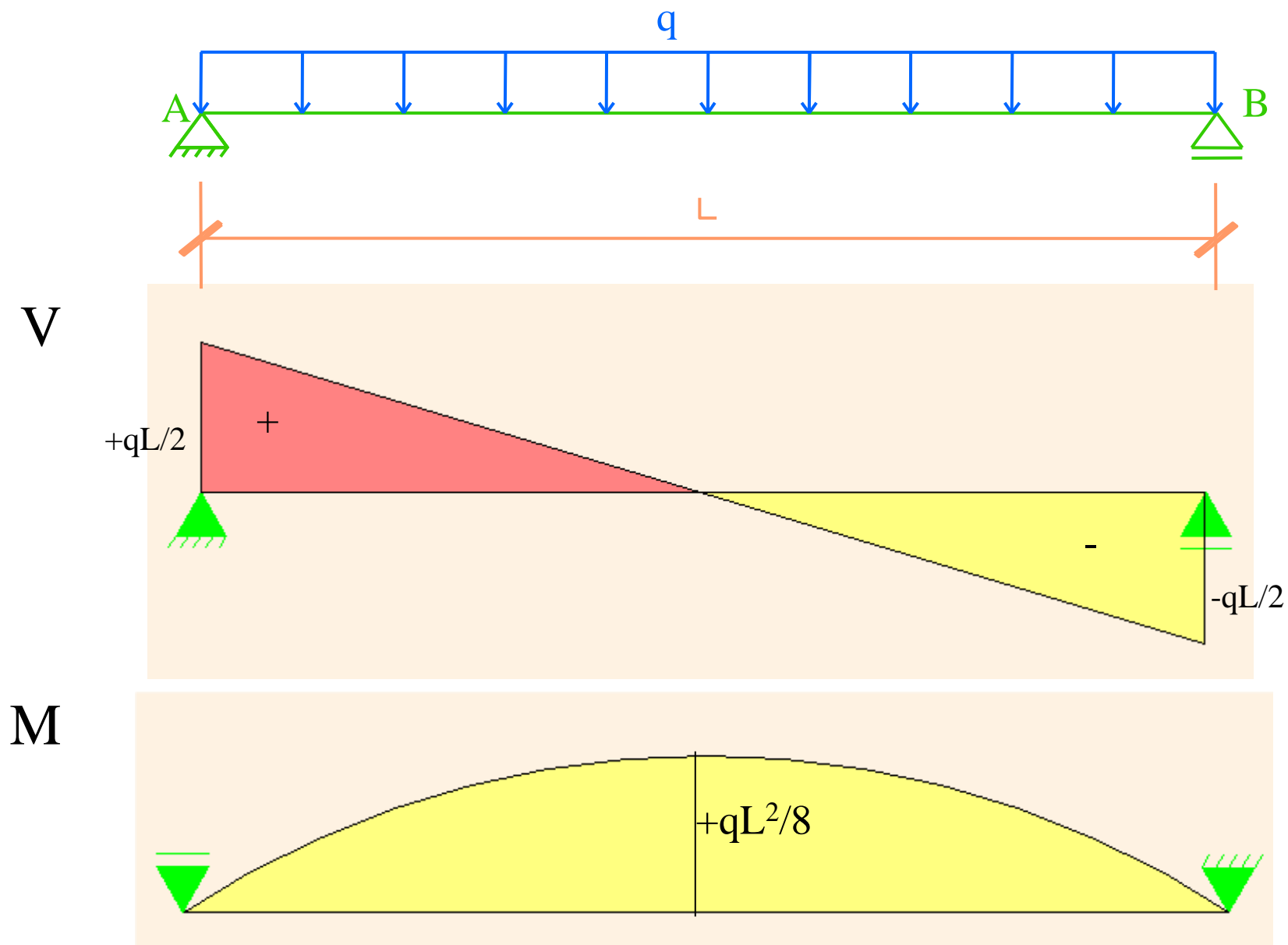
Determinados pelo equilíbrio de cada porção isolada da viga quando é dado um corte em S.

$\sum F_y = 0$ e $\sum M_S = 0$ da porção à esquerda da seção S fornece:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow +V_A - q \cdot x - Q = 0 \Rightarrow Q = +V_A - q \cdot x \quad \therefore \boxed{Q = +\frac{q \cdot l}{2} - q \cdot x}$$

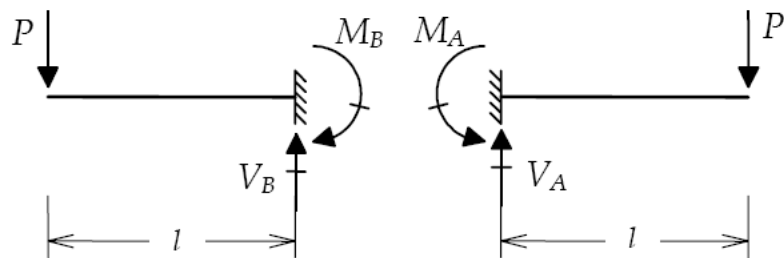
$$\sum M_S = 0 \Rightarrow -V_A \cdot x + q \cdot x \cdot \frac{x}{2} + M = 0 \Rightarrow M = +V_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} \quad \therefore \boxed{M = +\frac{q \cdot l}{2} \cdot x - \frac{q}{2} \cdot x^2}$$

DIAGRAMAS



Traçado de Diagramas em Viga Engastada

Viga engastada e em balanço com uma carga concentrada



O equilíbrio das duas vigas em balanço resulta em:

$V_B = V_A = P$ e $M_B = M_A = P \cdot l$ (valores absolutos, sendo que os sentidos físicos estão indicados)

Diagrama de esforços cortantes

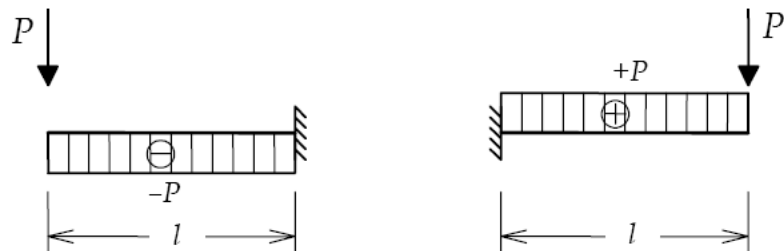
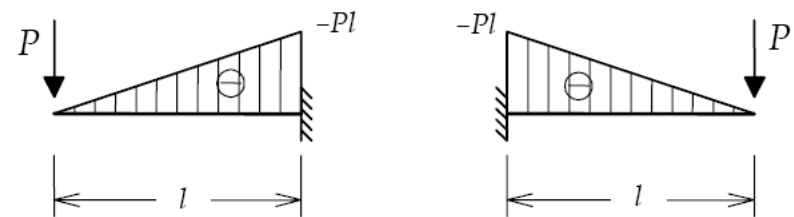
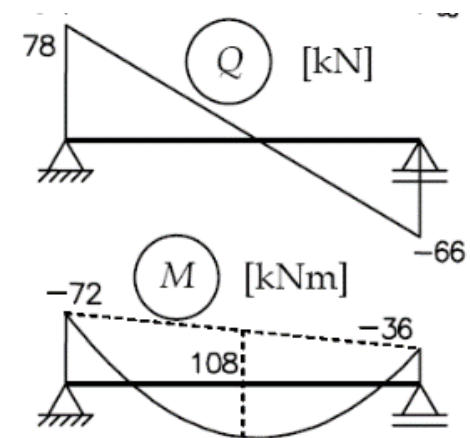
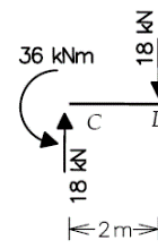
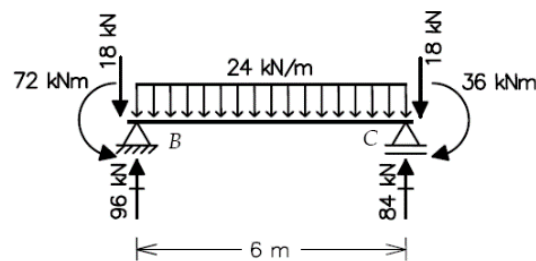
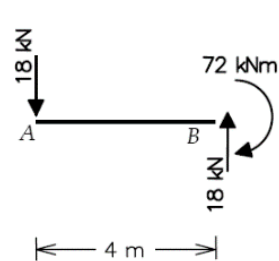
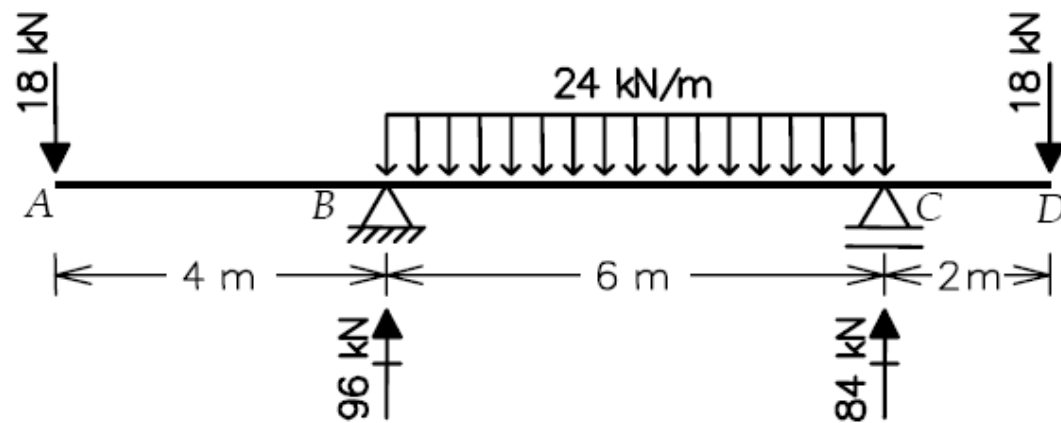


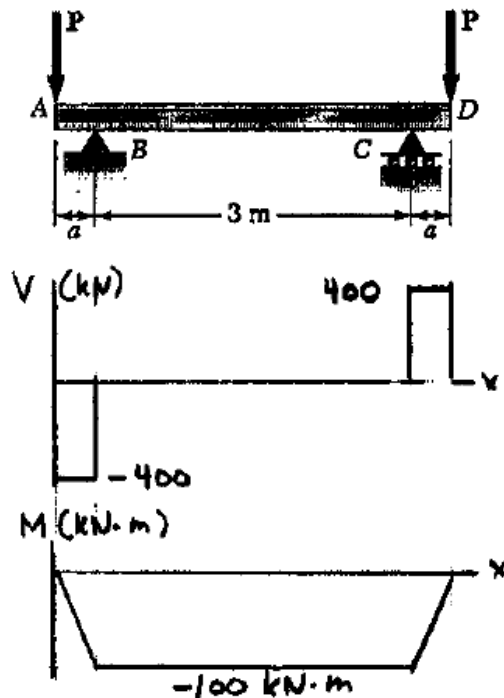
Diagrama de momentos fletores



Traçado de Diagramas
em Viga com Balanço e carga
distribuída e concentrada



PROBLEM 8.1



8.1 An overhanging W250 × 58 rolled-steel beam supports two loads as shown. Knowing that $P = 400$ kN, $a = 0.25$ m, and $\sigma_{all} = 250$ MPa, determine (a) the maximum value of the normal stress σ_m in the beam, (b) the maximum value of the principal stress σ_{max} at the junction of a flange and the web, (c) whether the specified shape is acceptable as far as these two stresses are concerned.

$$|V|_{max} = 400 \text{ kN} = 400 \times 10^3 \text{ N}$$

$$|M|_{max} = (400 \times 10^3)(0.25) = 100 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

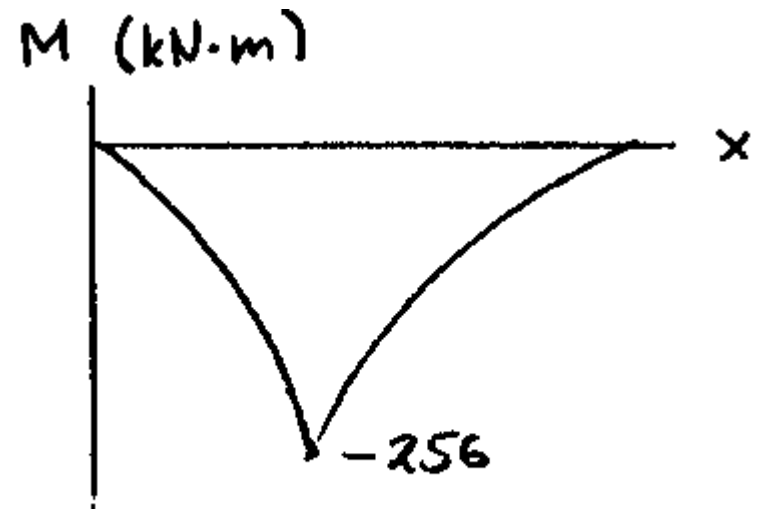
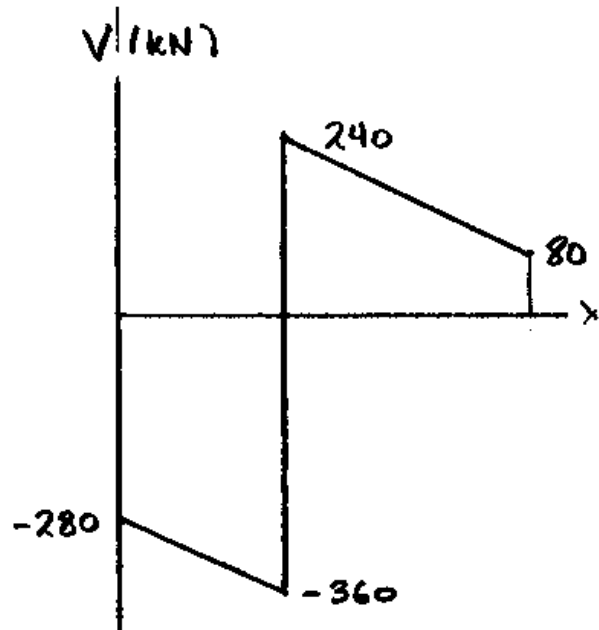
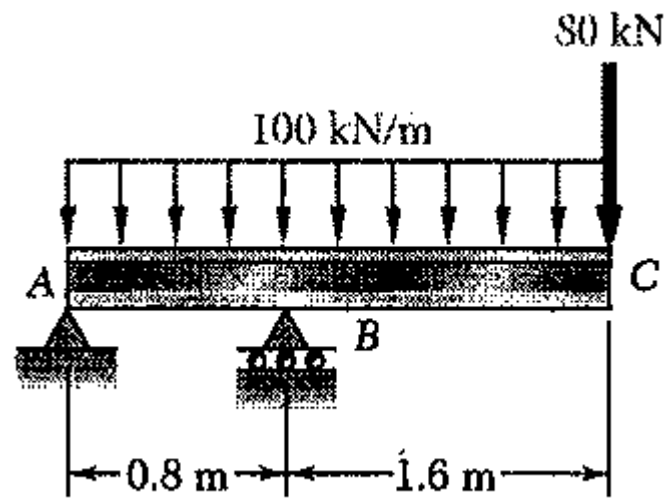
For W 250 × 58 rolled steel section

$$d = 252 \text{ mm} \quad b_f = 203 \text{ mm} \quad t_f = 13.5 \text{ mm}$$

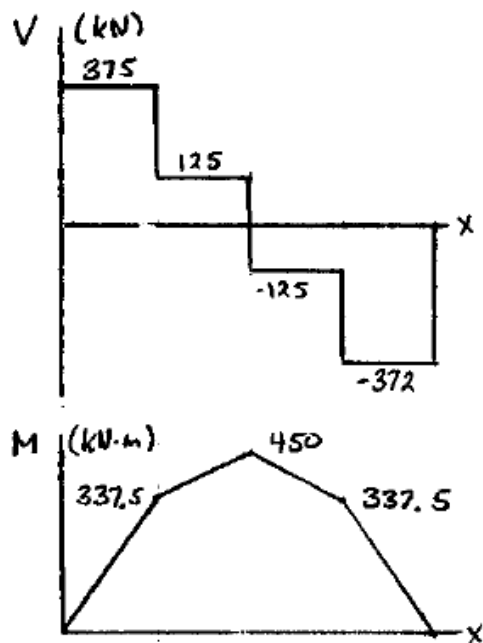
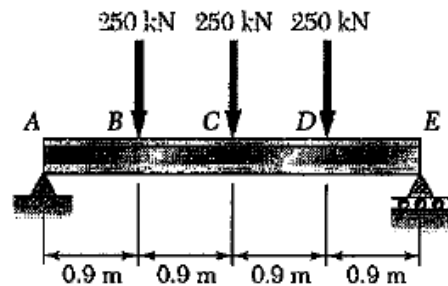
$$t_w = 8.0 \text{ mm} \quad I_x = 87.3 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad S_x = 693 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$c = \frac{1}{2}d = 126 \text{ mm} \quad y_b = c - t_f = 112.5 \text{ mm}$$

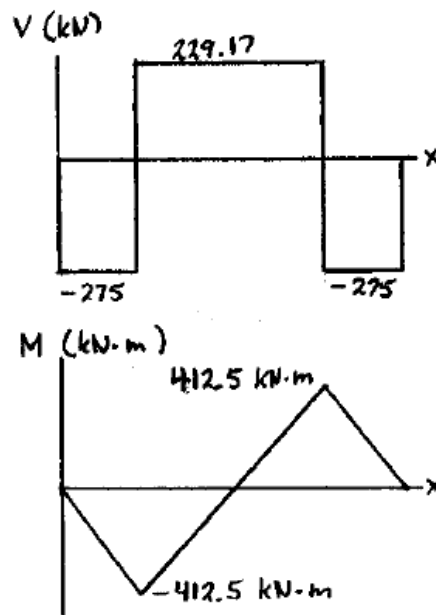
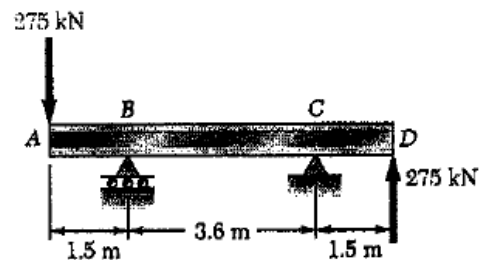
$$(a) \quad \sigma_m = \frac{|M|_{max}}{S_x} = \frac{100 \times 10^3}{693 \times 10^3} = 144.3 \times 10^6 \text{ Pa} \\ = 144.3 \text{ MPa}$$



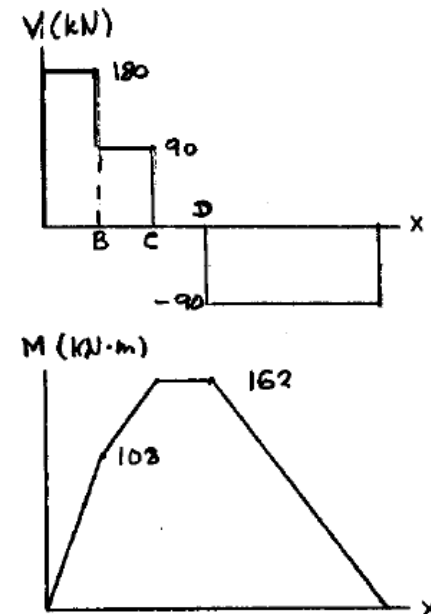
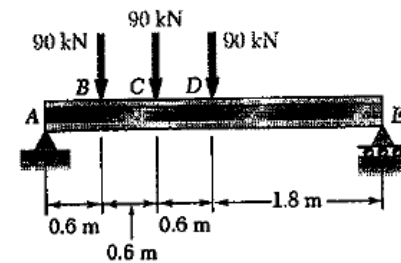
PROBLEM 8.5



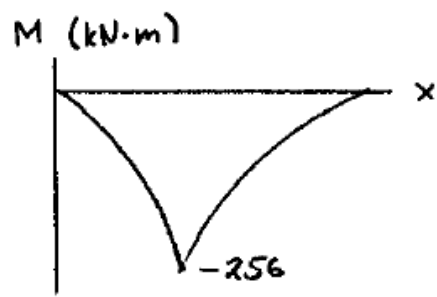
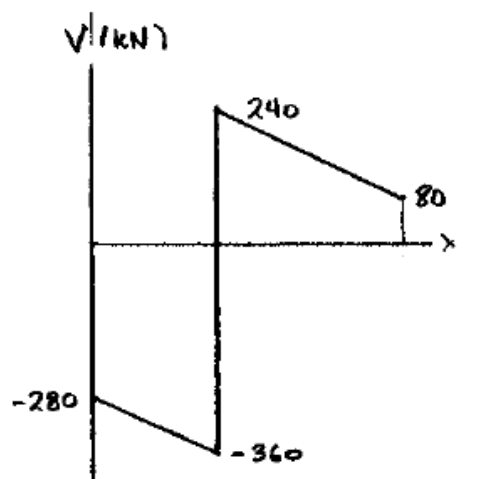
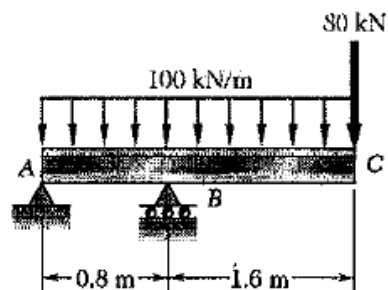
PROBLEM 8.6



PROBLEM 8.9



PROBLEM 8.10



PROBLEM 8.8

