aula 06

torção

ZEA 0566

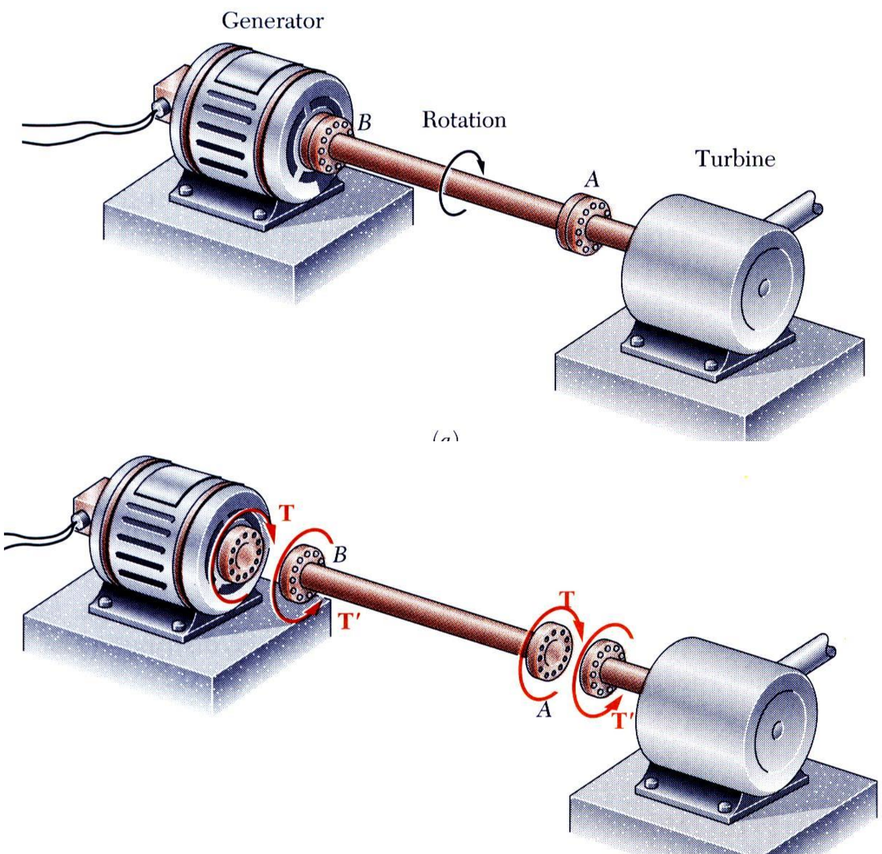
Resistência dos Materiais

Prof. João Adriano Rossignolo

Prof. Holmer Savastano Júnior

Prof.ª Andressa Angelin

Torção em Eixos de Seção Circular

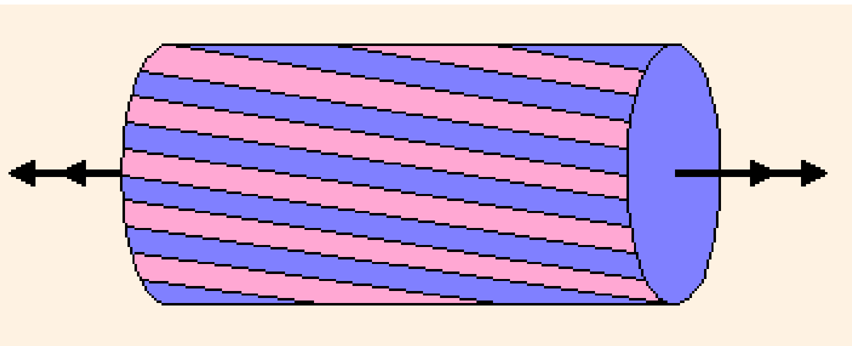


(b)

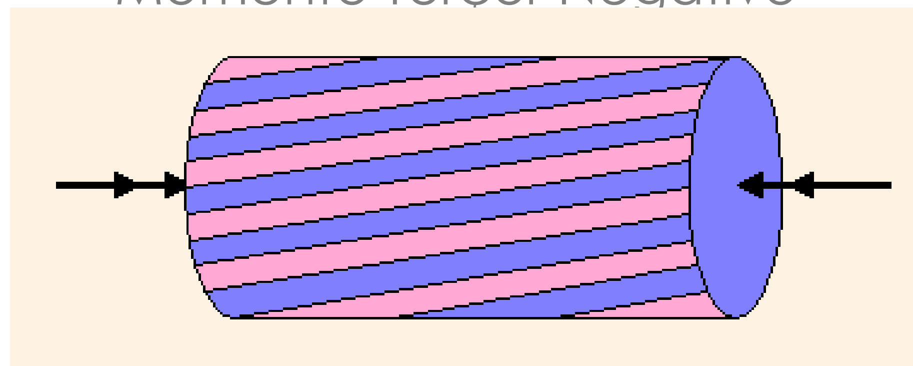
- A turbina exerce sobre o eixo de transmissão o momento torçor T.
- O eixo transmite o momento T ao gerador.
- O gerador reage, exercendo sobre o eixo um momento igual e contrário T’.

MOMENTO TORÇOR

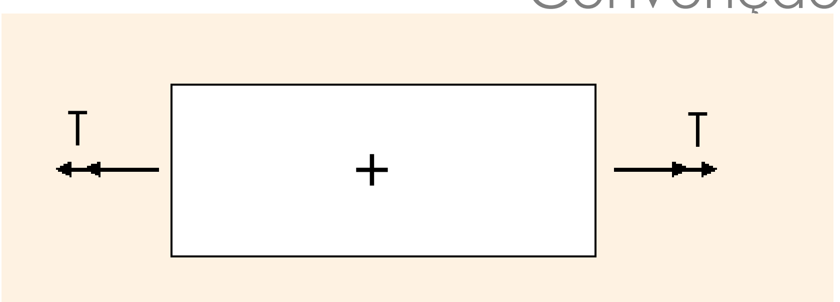
Momento Torçor Positivo



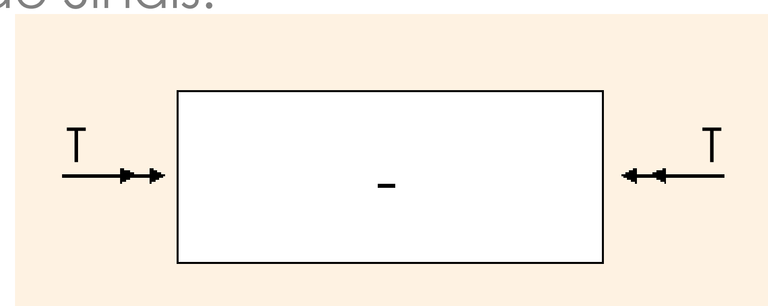
Momento Torçor Negativo



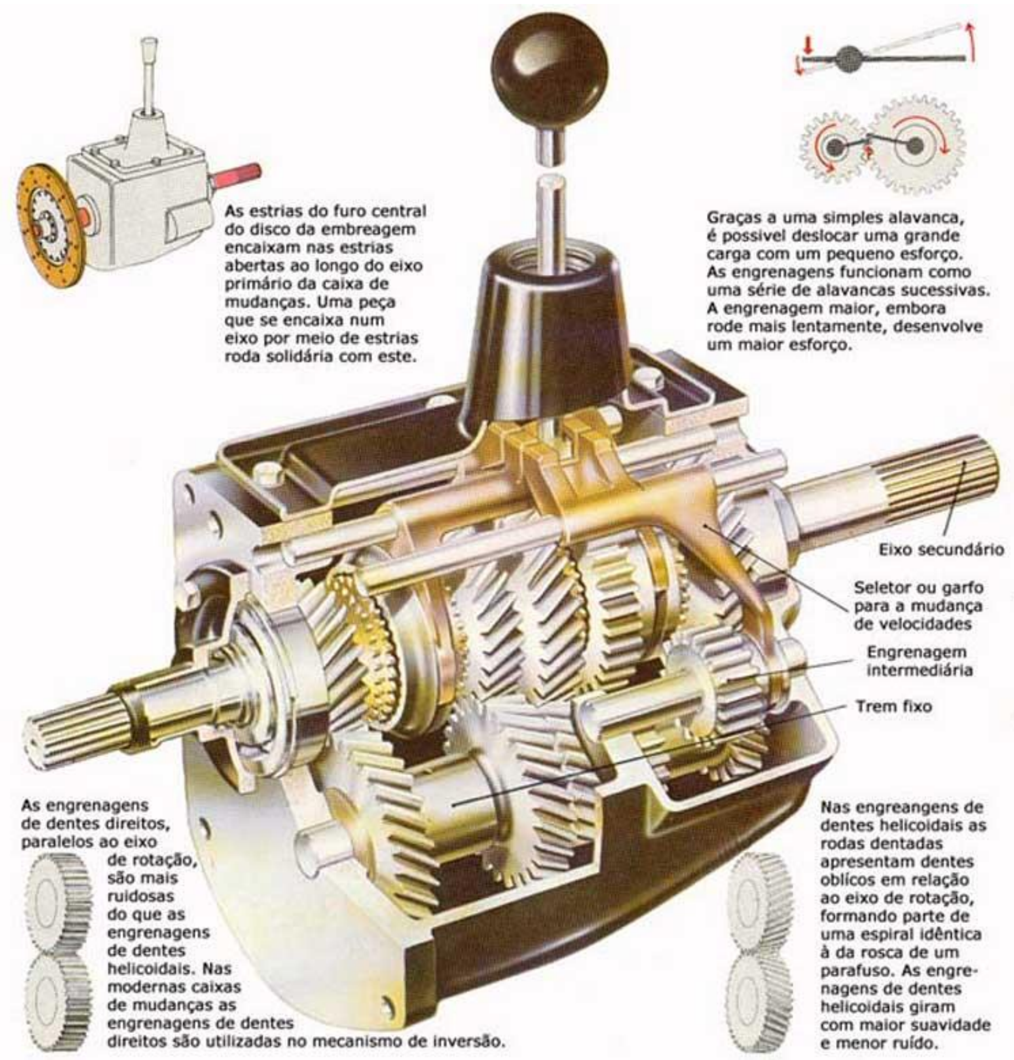
Convenção de Sinais:



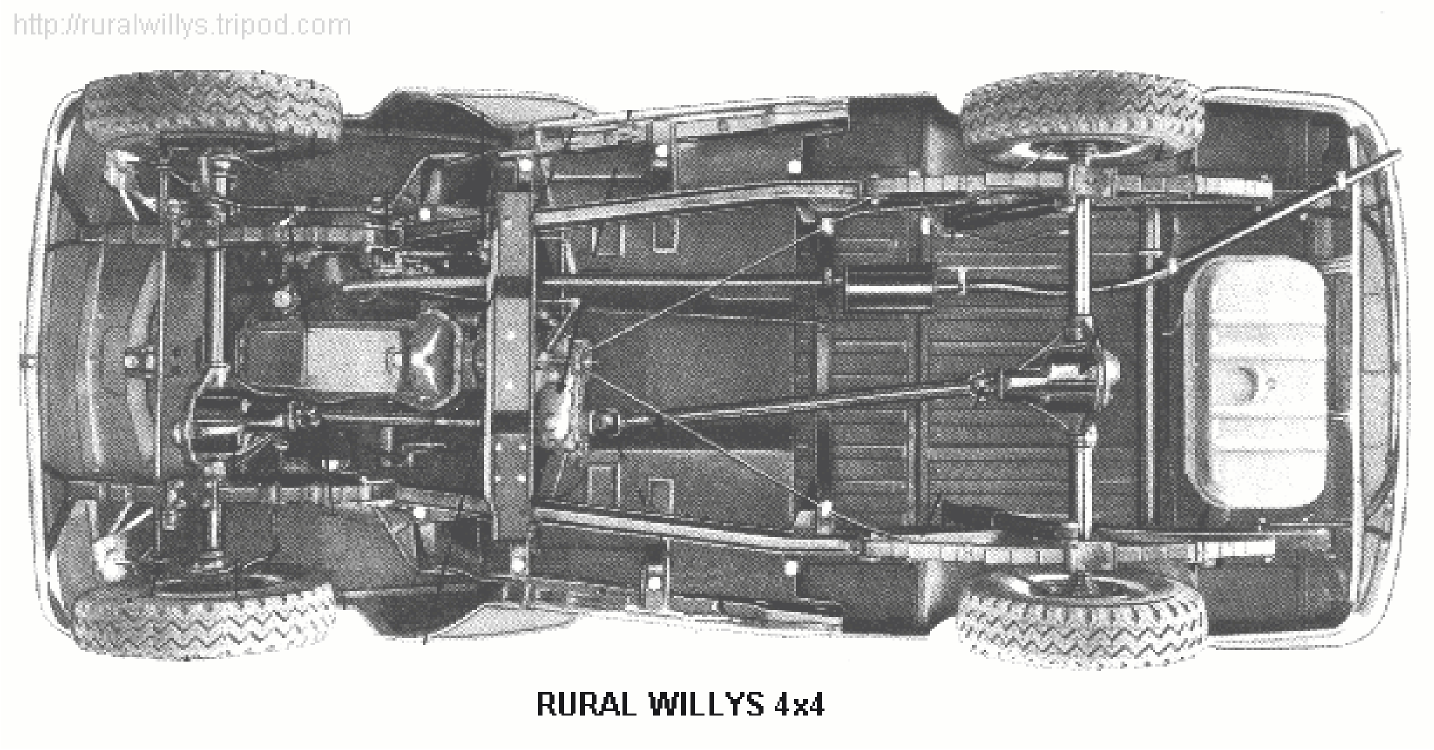
Momento Torçor Positivo



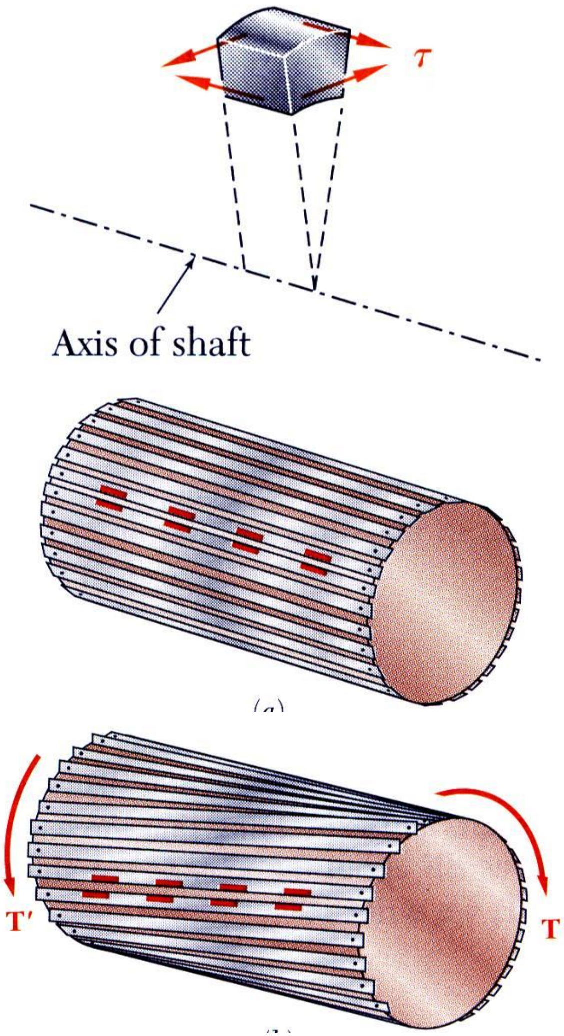
Momento Torçor Negativo


As estrias do furo central do disco da embreagem encaixam nas estrias abertas ao longo do eixo primário da caixa de mudanças. Uma peça que se encaixa num eixo por meio de estrias roda solidária com este.
Graças a uma simples alavanca, é possível deslocar uma grande carga com um pequeno esforço. As engrenagens funcionam como uma série de alavancas sucessivas. A engrenagem maior, embora rode mais lentamente, desenvolve um maior esforço.
Eixo secundário
Seletor ou garfo para a mudança de velocidades
Engrenagem intermediária
Trem fixo
As engrenagens de dentes direitos, paralelos ao eixo de rotação, são mais ruidosas do que as engrenagens de dentes helicoidais. Nas modernas caixas de mudanças as engrenagens de dentes direitos são utilizadas no mecanismo de inversão.
Nas engreangens de dentes helicoidais as rodas dentadas apresentam dentes oblícos em relação ao eixo de rotação, formando parte de uma espiral idêntica à da rosca de um parafuso. As engrenagens de dentes helicoidais giram com maior suavidade e menor ruído.


Rural 4x4 1973 do Eduardo Felix/SP


http://ruralwillys.tripod.com
RURAL WILLYS 4x4

Análise das Tensões num Eixo

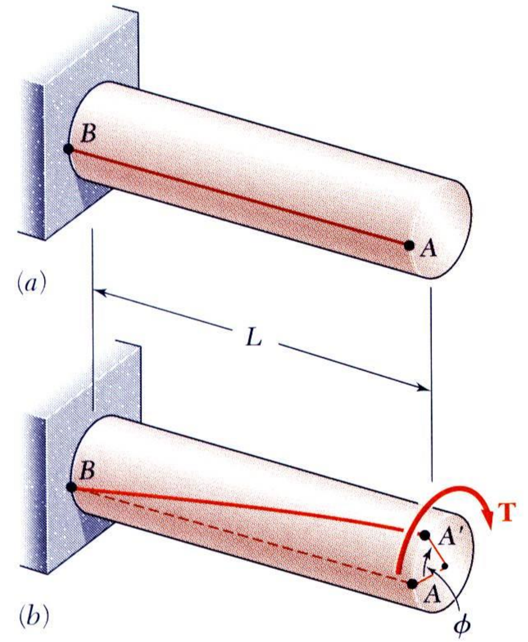


- O momento torçor produz tensões tangenciais nas faces perpendiculares ao eixo da barra.

- Condições de equilíbrio requerem a existência de tensões tangenciais nas duas faces formadas pelos planos que passam pelo eixo.

- Considerando o eixo constituído por lâminas finas, verifica-se o deslizamento das lâminas devido à aplicação de momentos, com a mesma intensidade e sentidos opostos, nas extremidades da peça.

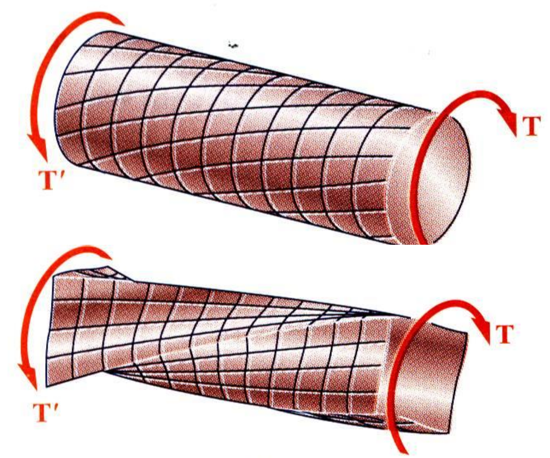
Deformações nos Eixos de Secção Circular



- O ângulo de torção é proporcional a T e ao comprimento L do eixo:

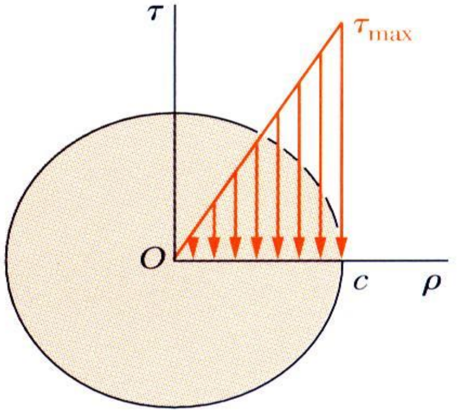
$$\phi \propto T$$

$$\phi \propto L$$

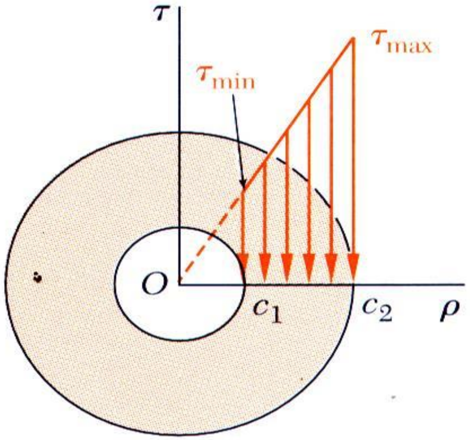


- Nos eixos circulares, as secções transversais mantêm-se planas e não se deformam.

Tensões no Regime Elástico



$J = \frac{1}{2}\pi c^4$



$J = \frac{1}{2}\pi\left(c_2^4 - c_1^4\right)$

Aplicando a lei de Hooke, $\tau = G\gamma$, vem:

(G = módulo de deformação transversal)

- Fórmulas de torção no regime elástico:

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} \quad \text{e} \quad \tau = \frac{T\rho}{J}$$

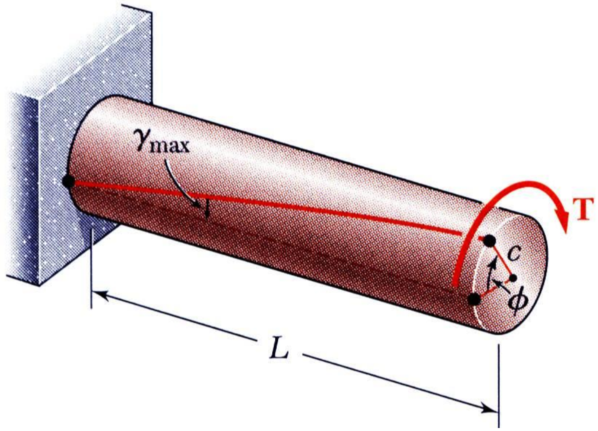
[J = momento de inércia polar]

$$\tau = \frac{\rho}{c}\tau_{max}$$

A tensão tangencial varia linearmente com a distância ao eixo da barra.

Ângulo de Torção no Regime Elástico

$$\gamma_{max} = \frac{c\phi}{L}$$

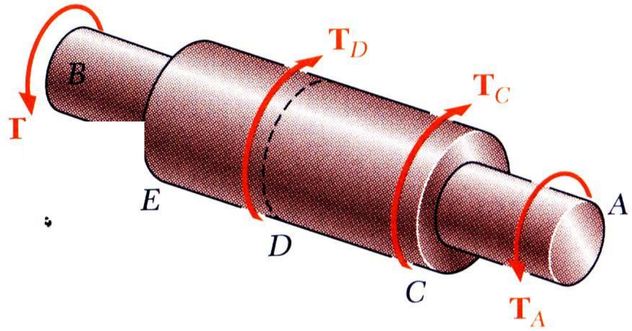


- Aplicando a Lei de Hooke,

$$\gamma_{max} = \frac{\tau_{max}}{G} = \frac{Tc}{JG}$$

- Igualando as expressões e resolvendo em ordem ao ângulo,

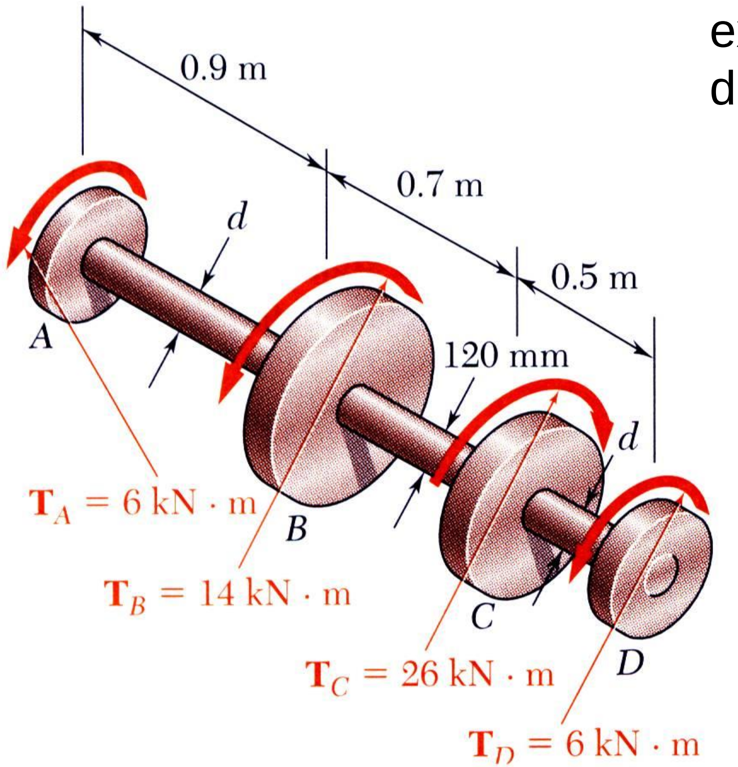
$$\phi = \frac{TL}{JG}$$



$$\phi = \sum_i \frac{T_i L_i}{J_i G_i}$$

$$\gamma_{max} = \frac{c\phi}{L}$$

Exercício Resolvido 1

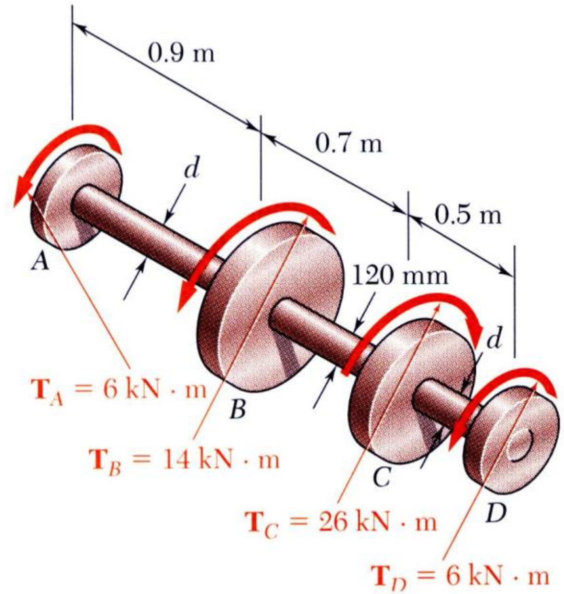


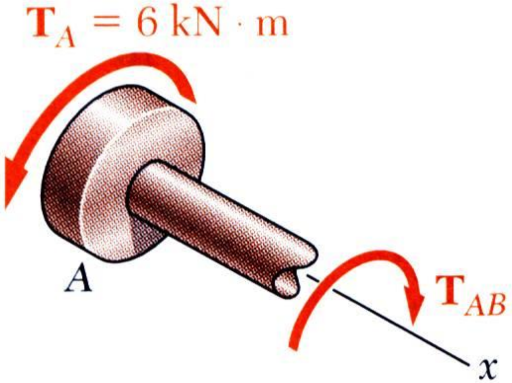
O eixo circular *BC* é oco e tem diâmetros de 90mm e 120mm, respectivamente interno e externo. Os eixos *AB* e *CD* são maciços, com diâmetro *d*. Determinar:

a) O valor máximo e mínimo da tensão tangencial no eixo *BC*;

b) O diâmetro necessário nos eixos *AB* e *CD,* se a tensão tangencial admissível no material for de 65 MPa.

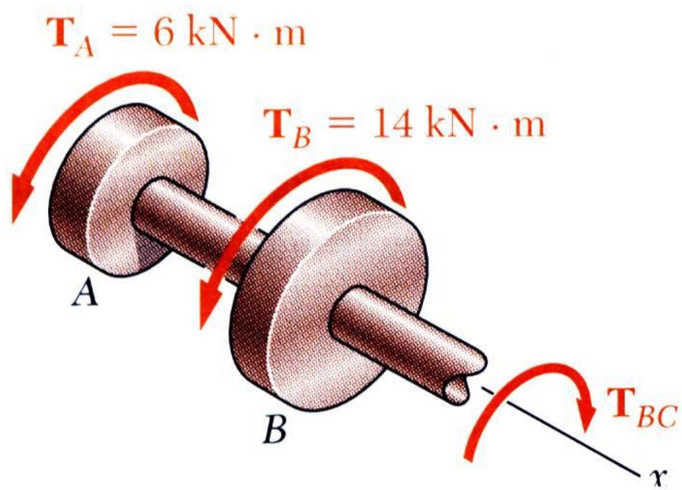
- Considerar secções transversais nos eixos *AB* e *BC*, e recorrer ao equilíbrio estático:





$$\sum M_x = 0 = (6\,\mathrm{kN \cdot m}) - T_{AB}$$

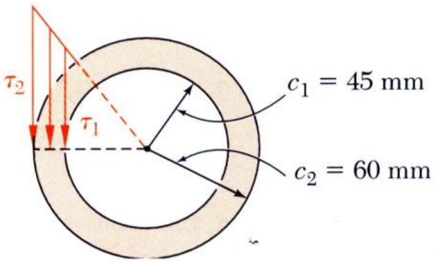
$$T_{AB} = 6\,\mathrm{kN \cdot m} = T_{CD}$$



$$\sum M_x = 0 = (6\,\mathrm{kN \cdot m}) + (14\,\mathrm{kN \cdot m}) - T_{BC}$$

$$T_{BC} = 20\,\mathrm{kN \cdot m}$$

- Aplicar as fórmulas de torção no regime elástico, para determinar as tensões tangenciais no eixo *BC:*



$$J = \frac{\pi}{2}\left(c_2^4 - c_1^4\right) = \frac{\pi}{2}\left[(0.060)^4 - (0.045)^4\right]$$

$$= 13.92 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^4$$

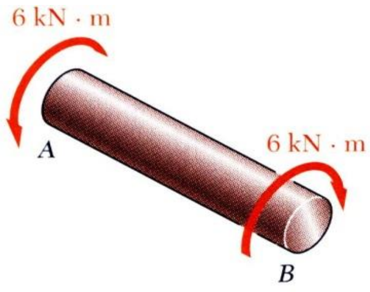
$$\tau_{max} = \tau_2 = \frac{T_{BC}c_2}{J} = \frac{(20\,\mathrm{kN \cdot m})(0.060\,\mathrm{m})}{13.92 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^4} = 86.2\,\mathrm{MPa}$$

$$\frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} = \frac{c_1}{c_2} \qquad \frac{\tau_{min}}{86.2\,\mathrm{MPa}} = \frac{45\,\mathrm{mm}}{60\,\mathrm{mm}}$$

$$\tau_{min} = 64.7\,\mathrm{MPa}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\tau_{max} &= 86.2\,\mathrm{MPa}\\ \tau_{min} &= 64.7\,\mathrm{MPa}\end{aligned}}$$

- Aplicar a fórmula de torção no regime elástico e determinar o diâmetro necessário:



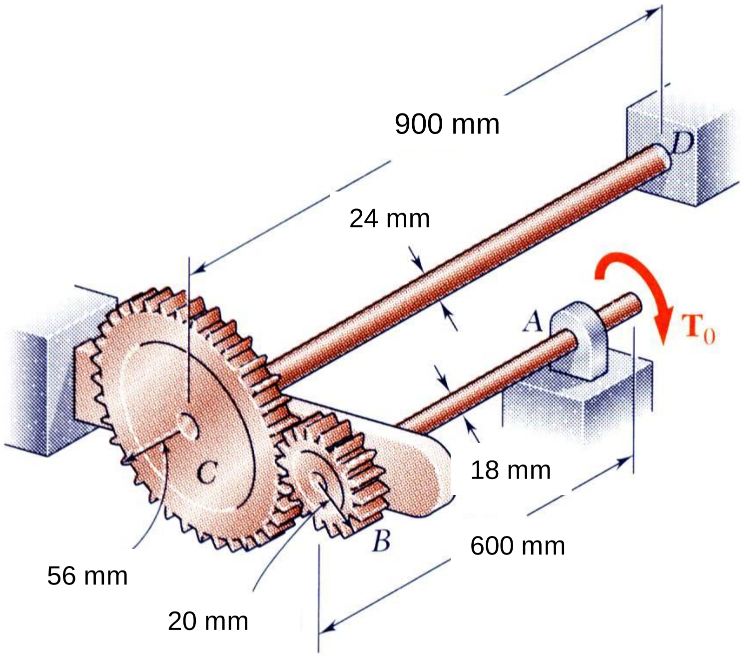
$$\tau_{\max} = \frac{Tc}{J} = \frac{Tc}{\frac{\pi}{2}c^4} \qquad 65MPa = \frac{6\,\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m}}{\frac{\pi}{2}c^3}$$

$$c = 38.9 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

$$\boxed{d = 2c = 77.8\,\mathrm{mm}}$$

Exercício Resolvido 2

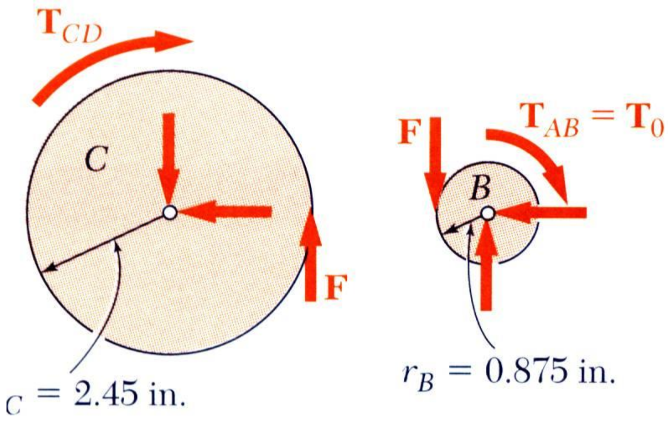
Dois eixos maciços são ligado por duas engrenagens como mostra a figura. Para uma tensão de cisalhamento admissível de 55MPa e G = 80GPa. Calcular:



a) O maior momento torçor T_0 que pode ser aplicado à extremidade do eixo *AB*.

b) O ângulo de torção da extremidade *A* do eixo *AB*.

- Procede-se ao equilíbrio estático dos dois veios de modo a obter o momento torçor no veio *CD* em função do momento torçor aplicado T:

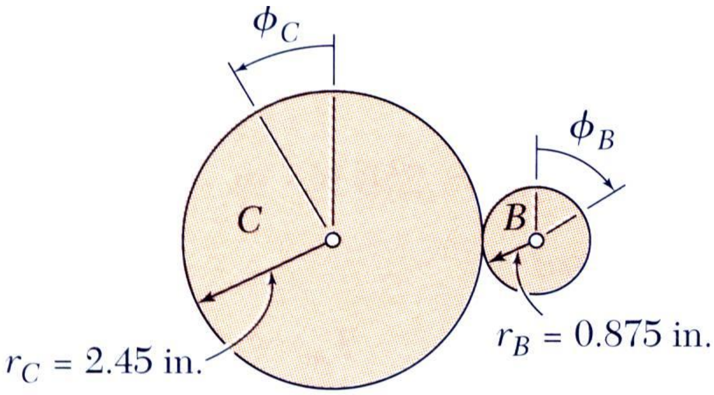


$$\sum M_B = 0 = F(0.875\,\text{in.}) - T_0$$

$$\sum M_C = 0 = F(2.45\,\text{in.}) - T_{CD}$$

$$T_{CD} = 2.8 T_0$$

- Relações cinemáticas de rotação das duas engrenagens:

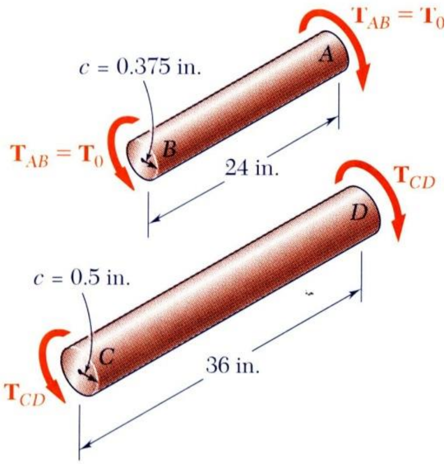


$$r_B \phi_B = r_C \phi_C$$

$$\phi_B = \frac{r_C}{r_B}\phi_C = \frac{2.45\,\text{in.}}{0.875\,\text{in.}}\phi_C$$

$$\phi_B = 2.8\phi_C$$

- Cálculo do máximo momento torçor T_0.



$$\tau_{max} = \frac{T_{AB}c}{J_{AB}} \quad 8000\,psi = \frac{T_0(0.375\,\text{in.})}{\frac{\pi}{2}(0.375\,\text{in.})^4}$$

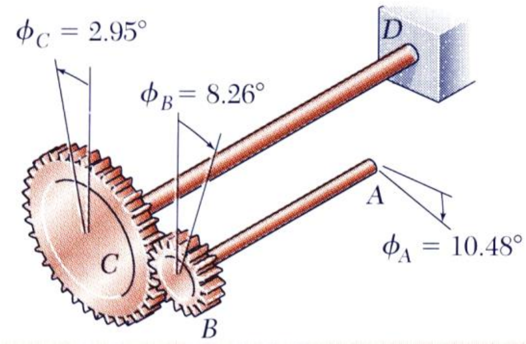
$$T_0 = 663\,\text{lb}\cdot\text{in.}$$

$$\tau_{max} = \frac{T_{CD}c}{J_{CD}} \quad 8000\,psi = \frac{2.8T_0(0.5\,\text{in.})}{\frac{\pi}{2}(0.5\,\text{in.})^4}$$

$$T_0 = 561\,\text{lb}\cdot\text{in.}$$

$$\boxed{T_0 = 561\,\text{lb}\cdot\text{in}}$$

- Cálculo do ângulo de torção na extremidade *A* do eixo *AB*.



$$\phi_{A/B} = \frac{T_{AB}L}{J_{AB}G} = \frac{(561\,\text{lb}\cdot\text{in.})(24\,in.)}{\frac{\pi}{2}(0.375\text{in.})^4(11.2\times10^6\,\text{psi})}$$

$$= 0.387\,\text{rad} = 2.22^{\circ}$$

$$\phi_{C/D} = \frac{T_{CD}L}{J_{CD}G} = \frac{2.8(561\,\text{lb}\cdot\text{in.})(24\,in.)}{\frac{\pi}{2}(0.5\,\text{in.})^4(11.2\times10^6\,\text{psi})}$$

$$= 0.514\,\text{rad} = 2.95^{\circ}$$

$$\phi_B = 2.8\phi_C = 2.8(2.95^{\circ}) = 8.26^{\circ}$$

$$\phi_A = \phi_B + \phi_{A/B} = 8.26^{\circ} + 2.22^{\circ} = 10.48^{\circ}$$

$$\boxed{\phi_A = 10.48^{\circ}}$$