Física 1 (4310145) - Aula de 17/03/2020

Exercícios

- Capítulo 2
  - Perguntas: Todas!
  - Problemas: 2.1, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 2.14, 2.17, 2.21, 2.31, 2.37, 2.41, 2.67, 2.69
- Capítulo 3
  - Perguntas: 3.1, 3.3, 3.5 , 3.12, 3.13
  - Problemas: 3.1, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.9, 3.10, 3.15, 3.32, 3.27, 3.33, 3.37, 3.43

Exercícios

- Capítulo 2
  - Perguntas: Todas!
  - Problemas: 2.1, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 2.14, 2.17, 2.21, 2.31, 2.37, 2.41, 2.67, 2.69
- Capítulo 3
  - Perguntas: 3.1, 3.3, 3.5 , 3.12, 3.13
  - Problemas: 3.1, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.9, 3.10, 3.15, 3.32, 3.27, 3.33, 3.37, 3.43

jader.pereira.santos@gmail.com (963653978)
felipefreitas@usp.br

Exercícios

- Capítulo 2
  - Perguntas: Todas!
  - Problemas: 2.1, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 2.14, 2.17, 2.21, 2.31, 2.37, 2.41, 2.67, 2.69
- Capítulo 3
  - Perguntas: 3.1, 3.3, 3.5 , 3.12, 3.13
  - Problemas: 3.1, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.9, 3.10, 3.15, 3.32, 3.27, 3.33, 3.37, 3.43

---

jader.pereira.santos@gmail.com (963653978)
felipefreitas@usp.br

Exercícios

- Capítulo 2
  - Perguntas: Todas!
  - Problemas: 2.1, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 2.14, 2.17, 2.21, 2.31, 2.37, 2.41, 2.67, 2.69
- Capítulo 3
  - Perguntas: 3.1, 3.3, 3.5 , 3.12, 3.13
  - Problemas: 3.1, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.9, 3.10, 3.15, 3.32, 3.27, 3.33, 3.37, 3.43

jader.pereira.santos@gmail.com (963653978)
felipefreitas@usp.br

Sumário

Sumário

Vetores Unitários

- Vetor de módulo 1
- Indica uma orientação (direção e sentido)
- Não possui dimensão nem unidade!

$$|\hat{\imath}| = 1 \qquad |\hat{\jmath}| = 1 \qquad |\hat{k}| = 1$$

Vetores Unitários

- Vetor de módulo 1
- Indica uma orientação (direção e sentido)
- Não possui dimensão nem unidade!

$$|\hat{\imath}| = 1 \qquad |\hat{\jmath}| = 1 \qquad |\hat{k}| = 1$$

Vetores Unitários

- Vetor de módulo 1
- Indica uma orientação (direção e sentido)
- Não possui dimensão nem unidade!

$$|\hat{\imath}| = 1 \qquad |\hat{\jmath}| = 1 \qquad |\hat{k}| = 1$$

Vetores Unitários

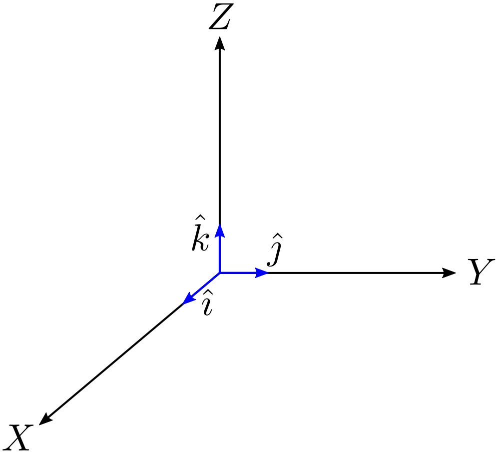
- Vetor de módulo 1
- Indica uma orientação (direção e sentido)
- Não possui dimensão nem unidade!

$$|\hat{\imath}| = 1 \qquad |\hat{\jmath}| = 1 \qquad |\hat{k}| = 1$$

Vetores Unitários

- Vetor de módulo 1
- Indica uma orientação (direção e sentido)
- Não possui dimensão nem unidade!

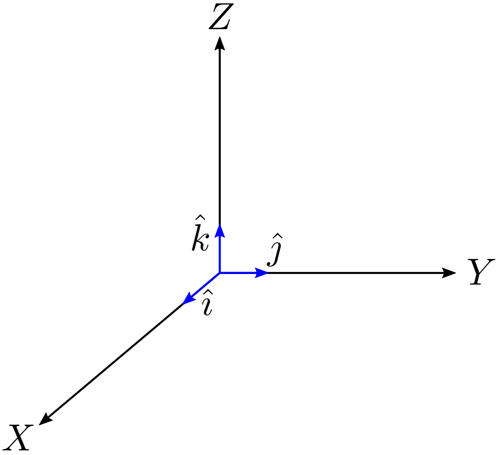
$|\hat{\imath}| = 1 \qquad |\hat{\jmath}| = 1 \qquad |\hat{k}| = 1$



Vetores Unitários

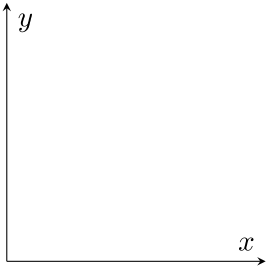
- Vetor de módulo 1
- Indica uma orientação (direção e sentido)
- Não possui dimensão nem unidade!

$$|\hat{\imath}| = 1 \qquad |\hat{\jmath}| = 1 \qquad |\hat{k}| = 1$$



Vetores Unitários

- Podemos usar vetores unitários para especificar outros vetores

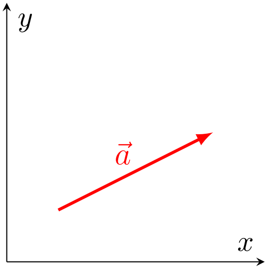


$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$

$$a_x = a\cos\theta$$
$$a_y = a\sin\theta$$

Vetores Unitários

- Podemos usar vetores unitários para especificar outros vetores



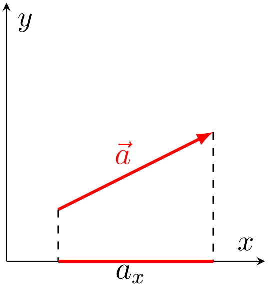
$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$

$$a_x = a\cos\theta$$

$$a_y = a\sin\theta$$

Vetores Unitários

- Podemos usar vetores unitários para especificar outros vetores

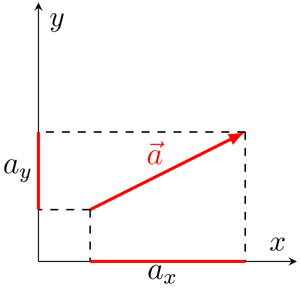


$$\vec{a} = a_x \hat{\imath} + a_y \hat{\jmath}$$

$$a_x = a \cos\theta$$
$$a_y = a \sin\theta$$

Vetores Unitários

- Podemos usar vetores unitários para especificar outros vetores

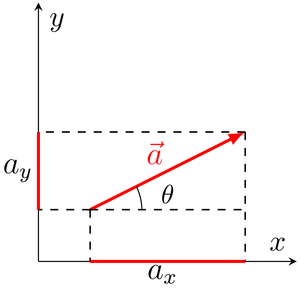


$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$

$$a_x = a\cos\theta$$
$$a_y = a\sin\theta$$

Vetores Unitários

- Podemos usar vetores unitários para especificar outros vetores

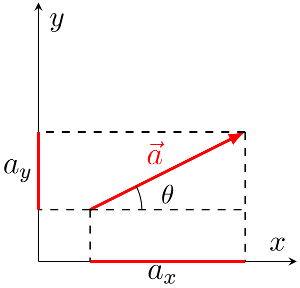


$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$

$$a_x = a\cos\theta$$
$$a_y = a\sin\theta$$

Vetores Unitários

- Podemos usar vetores unitários para especificar outros vetores

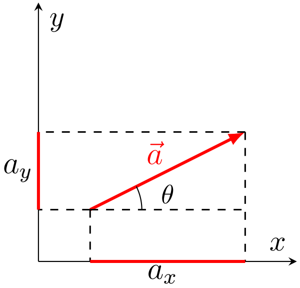


$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$

$$a_x = a\cos\theta$$
$$a_y = a\sin\theta$$

Vetores Unitários

- Podemos usar vetores unitários para especificar outros vetores



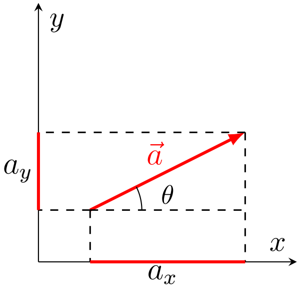
$$\vec{a} = a_x \hat{\imath} + a_y \hat{\jmath}$$

$$a_x = a \cos\theta$$

$$a_y = a \sin\theta$$

Vetores Unitários

- Podemos usar vetores unitários para especificar outros vetores



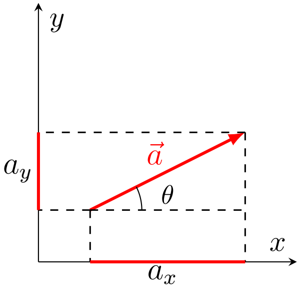
$$\vec{a} = a_x \hat{\imath} + a_y \hat{\jmath}$$

$$a_x = a\cos\theta$$
$$a_y = a\sin\theta$$

$a = |\vec{a}|$

Vetores Unitários

- Podemos usar vetores unitários para especificar outros vetores



$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$

$$a_x = a\cos\theta$$
$$a_y = a\sin\theta$$

$a = |\vec{a}|$

Sumário

Soma de Vetores a Partir das componentes

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$(c_x\hat{\imath} + c_y\hat{\jmath} + c_z\hat{k}) = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) + (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$(c_x\hat{\imath} + c_y\hat{\jmath} + c_z\hat{k}) = (a_x + b_x)\hat{\imath} + (a_y + b_y)\hat{\jmath} + (a_z + b_z)\hat{k}$$

portanto

$$c_x = a_x + b_x$$

$$c_y = a_y + b_y$$

$$c_z = a_z + b_z$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$(c_x\hat{\imath} + c_y\hat{\jmath} + c_z\hat{k}) = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) + (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$(c_x\hat{\imath} + c_y\hat{\jmath} + c_z\hat{k}) = (a_x + b_x)\hat{\imath} + (a_y + b_y)\hat{\jmath} + (a_z + b_z)\hat{k}$$

portanto

$$c_x = a_x + b_x$$

$$c_y = a_y + b_y$$

$$c_z = a_z + b_z$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$(c_x\hat{\imath} + c_y\hat{\jmath} + c_z\hat{k}) = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) + (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$(c_x\hat{\imath} + c_y\hat{\jmath} + c_z\hat{k}) = (a_x + b_x)\hat{\imath} + (a_y + b_y)\hat{\jmath} + (a_z + b_z)\hat{k}$$

portanto

$$c_x = a_x + b_x$$

$$c_y = a_y + b_y$$

$$c_z = a_z + b_z$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$(c_x\hat{\imath} + c_y\hat{\jmath} + c_z\hat{k}) = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) + (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$(c_x\hat{\imath} + c_y\hat{\jmath} + c_z\hat{k}) = (a_x + b_x)\hat{\imath} + (a_y + b_y)\hat{\jmath} + (a_z + b_z)\hat{k}$$

portanto

$$c_x = a_x + b_x$$
$$c_y = a_y + b_y$$
$$c_z = a_z + b_z$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$
$$(c_x\hat{\imath} + c_y\hat{\jmath} + c_z\hat{k}) = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) + (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$
$$(c_x\hat{\imath} + c_y\hat{\jmath} + c_z\hat{k}) = (a_x + b_x)\hat{\imath} + (a_y + b_y)\hat{\jmath} + (a_z + b_z)\hat{k}$$

portanto

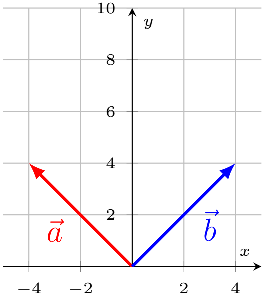
$$c_x = a_x + b_x$$
$$c_y = a_y + b_y$$
$$c_z = a_z + b_z$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = 0\hat{\imath} + 8\hat{\jmath} = 8\hat{\jmath}$$

$$= \left(-4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} \right) + \left(+4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} \right)$$

$$= 8\vec{\jmath}$$

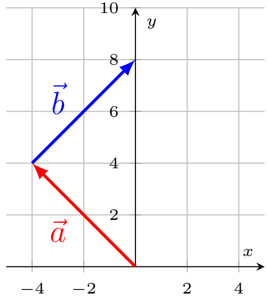


Soma de Vetores a Partir das componentes

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = 0\hat{\imath} + 8\hat{\jmath} = 8\hat{\jmath}$$

$$= (-4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}) + (+4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath})$$

$$= 8\vec{\jmath}$$

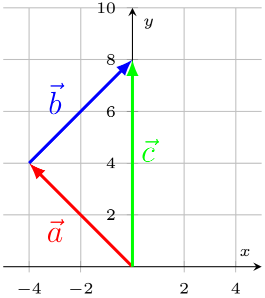


Soma de Vetores a Partir das componentes

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = 0\hat{\imath} + 8\hat{\jmath} = 8\hat{\jmath}$$

$$= (\,-4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}\,) + (\,+4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}\,)$$

$$= 8\vec{\jmath}$$

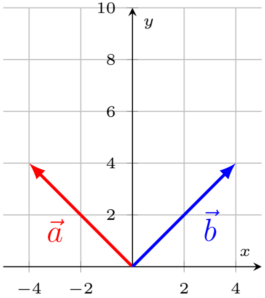


Soma de Vetores a Partir das componentes

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = 0\hat{\imath} + 8\hat{\jmath} = 8\hat{\jmath}$$

$$= (\,-4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}\,) + (\,+4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}\,)$$

$$= 8\vec{\jmath}$$

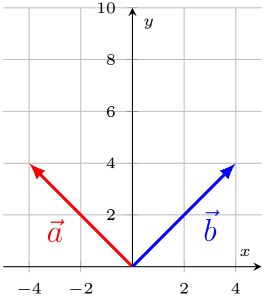


Soma de Vetores a Partir das componentes

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = 0\hat{\imath} + 8\hat{\jmath} = 8\hat{\jmath}$$

$$= (\cancel{-4\vec{\imath}} + 4\vec{\jmath}) + (\cancel{+4\vec{\imath}} + 4\vec{\jmath})$$

$$= 8\vec{\jmath}$$

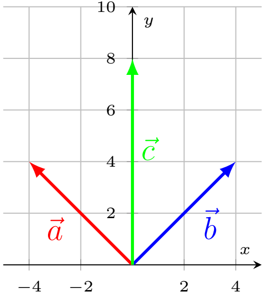


Soma de Vetores a Partir das componentes

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = 0\hat{\imath} + 8\hat{\jmath} = 8\hat{\jmath}$$

$$= \left(\cancel{-4\vec{\imath}} + 4\vec{\jmath} \right) + \left(\cancel{+4\vec{\imath}} + 4\vec{\jmath} \right)$$

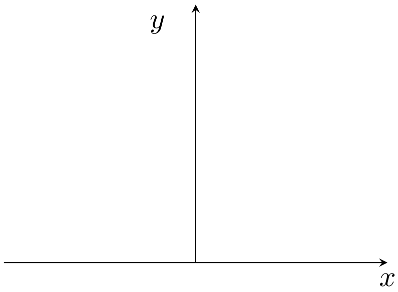
$$= 8\vec{\jmath}$$



Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

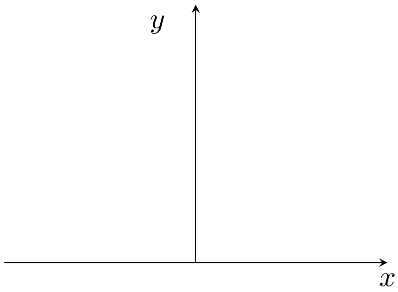
- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para 60° a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para 40° a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

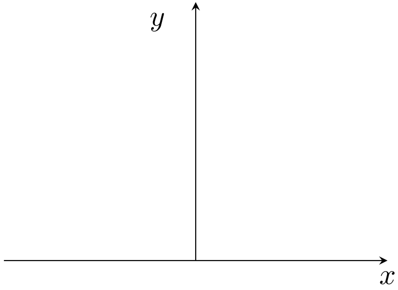
- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para 60° a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para 40° a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

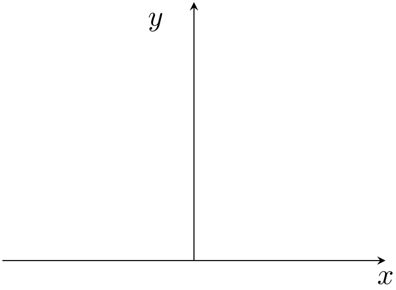
- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

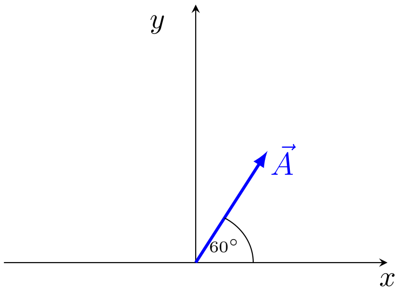
- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para 60° a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para 40° a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

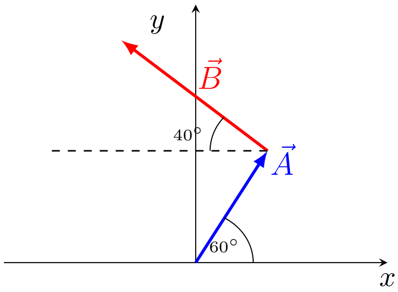
- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para 60° a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para 40° a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

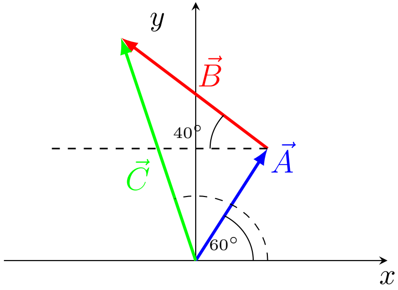
- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para 60° a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para 40° a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

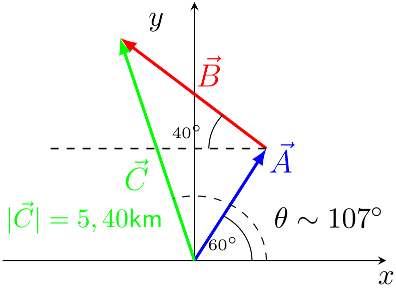
- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para 60° a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para 40° a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para 60° a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para 40° a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



$$A_x = |\vec{A}|\cos(60^\circ) = (3,00\text{km})\cos(60^\circ) = 1,50\text{km}$$

$$A_y = |\vec{A}|\sin(60^\circ) = (3,00\text{km})\sin(60^\circ) = 2,60\text{km}$$

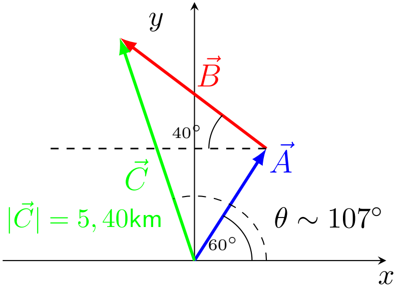
$$B_x = |\vec{B}|\cos(140^\circ) = (4,00\text{km})\cos(140^\circ) = -3,06\text{km}$$

$$B_y = |\vec{B}|\sin(140^\circ) = (4,00\text{km})\sin(140^\circ) = 2,57\text{km}$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para 60° a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para 40° a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



$$A_x = |\vec{A}|\cos(60^\circ) = (3,00\text{km})\cos(60^\circ) = 1,50\text{km}$$

$$A_y = |\vec{A}|\sin(60^\circ) = (3,00\text{km})\sin(60^\circ) = 2,60\text{km}$$

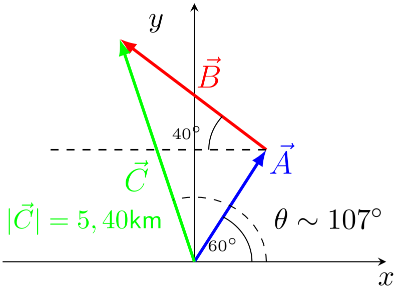
$$B_x = |\vec{B}|\cos(140^\circ) = (4,00\text{km})\cos(140^\circ) = -3,06\text{km}$$

$$B_y = |\vec{B}|\sin(140^\circ) = (4,00\text{km})\sin(140^\circ) = 2,57\text{km}$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$C_x = A_x + B_x = (1,50\text{km}) + (-3,06\text{km}) = -1,56\text{km}$$
$$C_y = A_y + B_y = (2,60\text{km}) + (2,57\text{km}) = 5,17\text{km}$$

módulo:

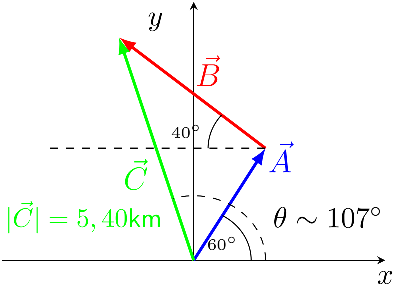
$$|\vec{C}| = \sqrt{(C_x)^2 + (C_y)^2} = \sqrt{(-1,56\text{km})^2 + (5.17\text{km})^2}$$

$$\boxed{|\vec{C}| = 5,40\text{km}}$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para 60° a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para 40° a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



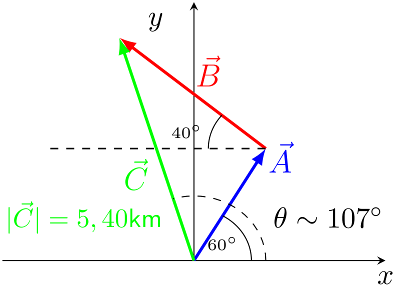
Ainda podemos calcular o angulo θ:

$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Ainda podemos calcular o angulo θ:

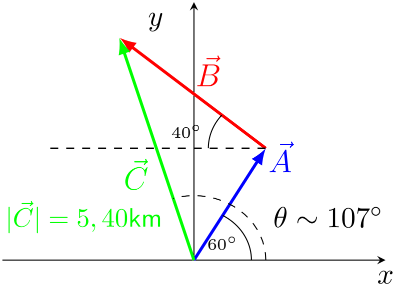
$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right)$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Ainda podemos calcular o angulo θ:

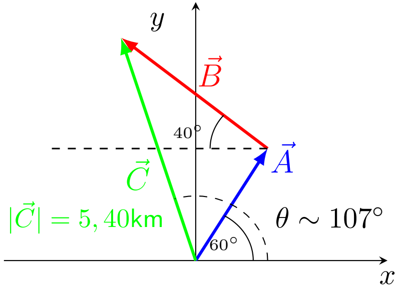
$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right)$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Ainda podemos calcular o angulo θ:

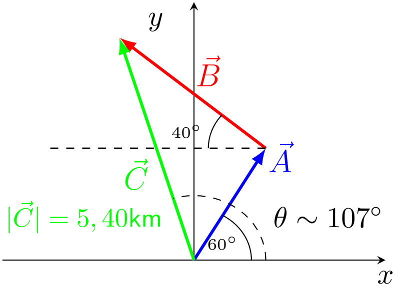
$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = -73,2°$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para 60° a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para 40° a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Ainda podemos calcular o angulo θ:

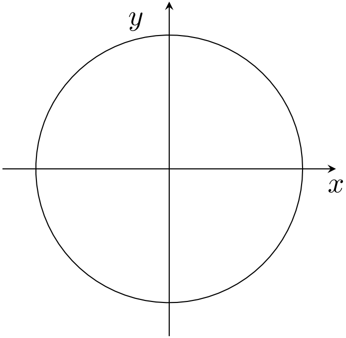
$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = \cancel{-73,2^\circ}$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Ainda podemos calcular o angulo θ:

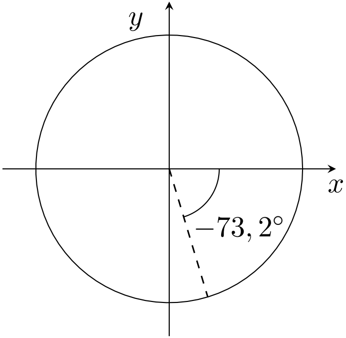
$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = \cancel{-73,2^\circ}$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para 60° a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para 40° a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Ainda podemos calcular o angulo θ:

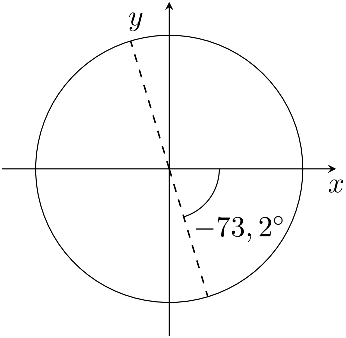
$$\tan(\theta) = C_y / C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = \cancel{-73,2^\circ}$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Ainda podemos calcular o angulo θ:

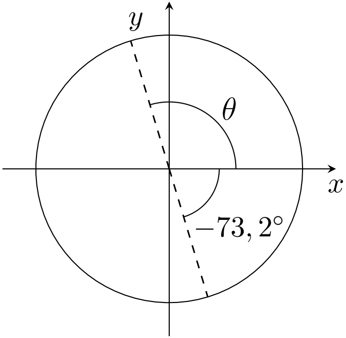
$$\tan(\theta) = C_y / C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = \cancel{-73,2°}$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Ainda podemos calcular o angulo θ:

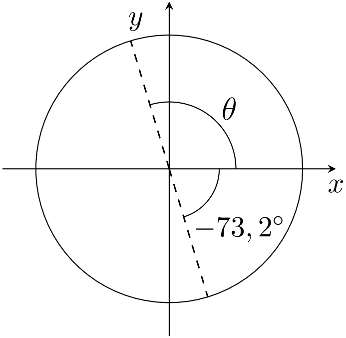
$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = \cancel{-73,2°}$$

Soma de Vetores a Partir das componentes

Exemplo: mapa do tesouro

- Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Ainda podemos calcular o angulo θ:

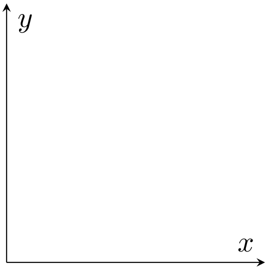
$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = \cancel{-73,2°}$$

finalmente $\boxed{\theta = 180° - 73,2° = 107°}$

Sumário

Vetores e as Leis da Física



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

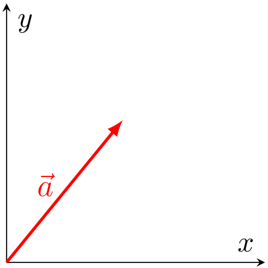
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a_x' = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a_y' = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

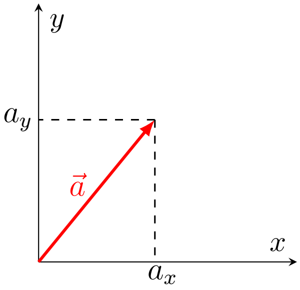
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

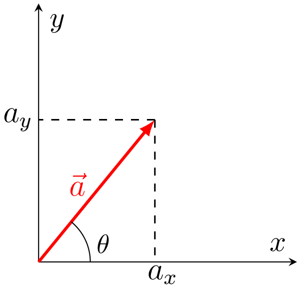
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a_x' = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a_y' = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física



Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

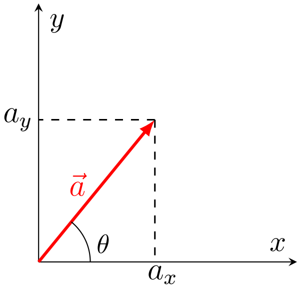
$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Vetores e as Leis da Física

Sistema original



$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

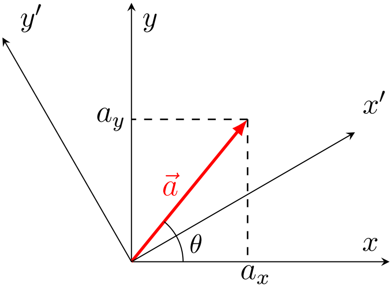
$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

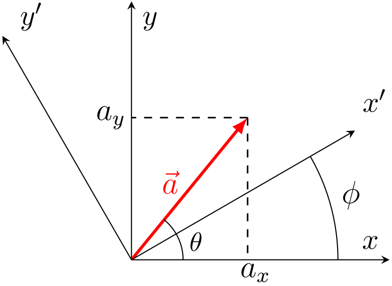
Sistema rotacionado

$$a_x' = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a_y' = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física

Sistema original



$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

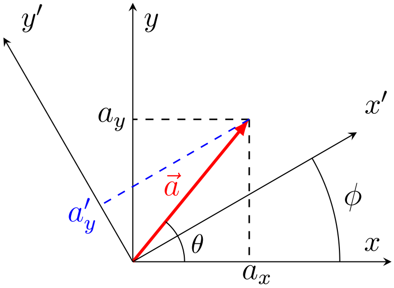
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

Sistema rotacionado

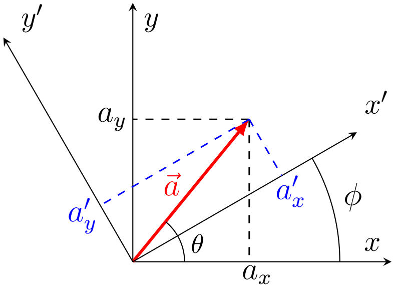
$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$

$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física



$$\theta' = \theta - \phi$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}| \cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}| \sin(\theta)$$

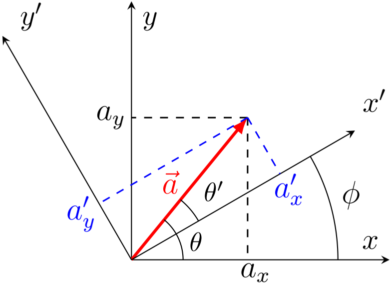
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a'_x = |\vec{a}| \cos(\theta') = |\vec{a}| \cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}| \sin(\theta') = |\vec{a}| \sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

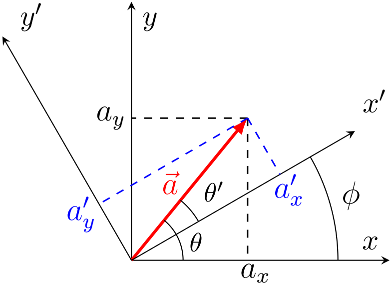
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

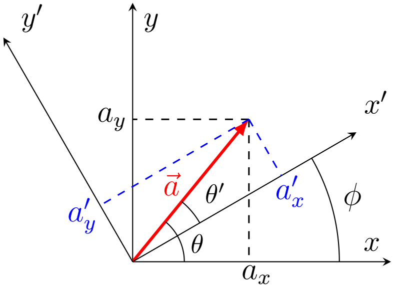
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2(\underbrace{\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)}_{=1})} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2(\underbrace{\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta')}_{=1})} = |\vec{a}|$$

Sumário

Multiplicação de Vetores

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

Multiplicação de Vetores

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \longrightarrow \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

Multiplicação de Vetores

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

Multiplicação de Vetores

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

Multiplicação de Vetores

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

Multiplicação de Vetores

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

Multiplicação de Vetores

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

Multiplicação de Vetores

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

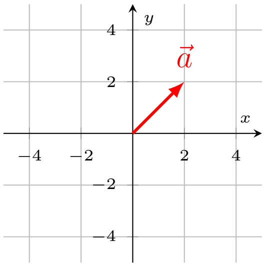
$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$



Multiplicação de Vetores

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

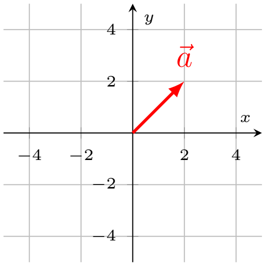
$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$



$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

Multiplicação de Vetores

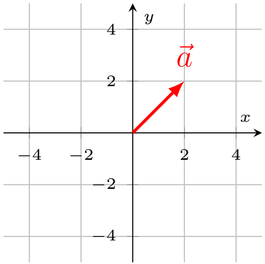
Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \longrightarrow \vec{b} = e\vec{a}$$

$$\vec{b} = -2\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$



- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

Multiplicação de Vetores

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

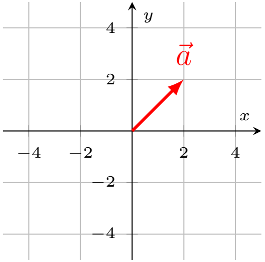
- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

$$\vec{b} = -2\vec{a}$$



$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$
$$|\vec{b}| = |-2||\vec{a}| = 4\sqrt{2}$$

Multiplicação de Vetores

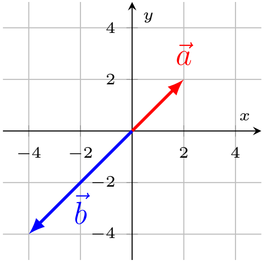
Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

$$\vec{b} = -2\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$



- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$
$$|\vec{b}| = |-2||\vec{a}| = 4\sqrt{2}$$

Multiplicação de Vetores

- Existe duas formas de multiplicar um vetor por um vetor
  - Produto escalar - resulta em um escalar
  - Produto vetorial - resulta em um vetor

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

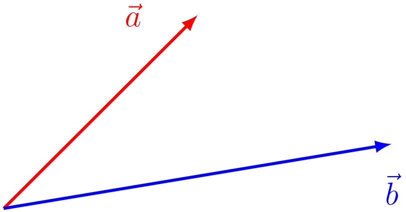
$$\cos(360^\circ - \phi) = \cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

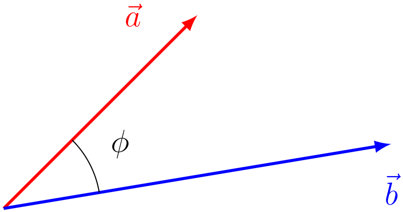
Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$\cos(360^\circ - \phi) = \cos(\phi)$$

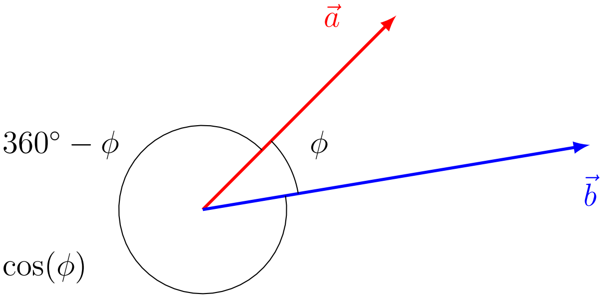


Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



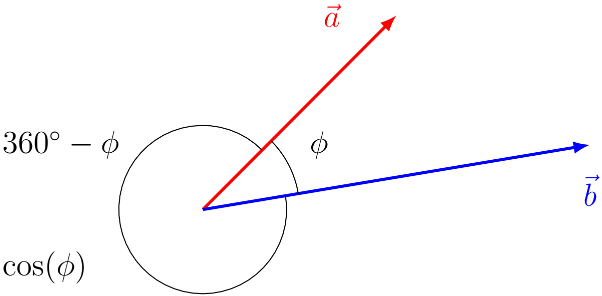
$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



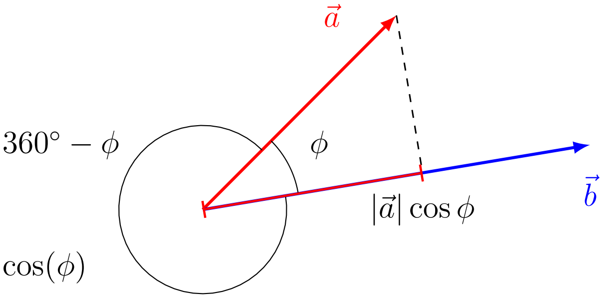
$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



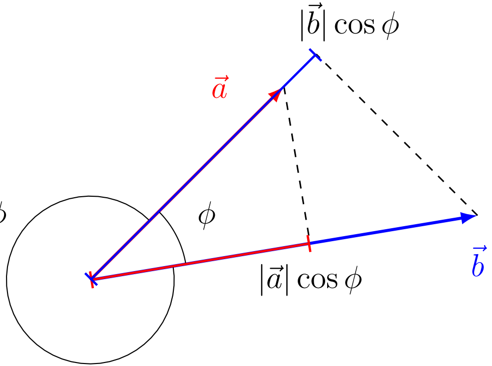
$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



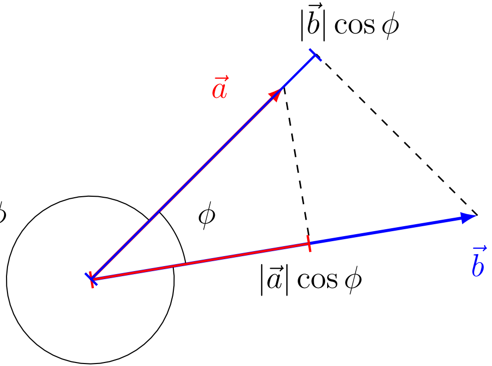
$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



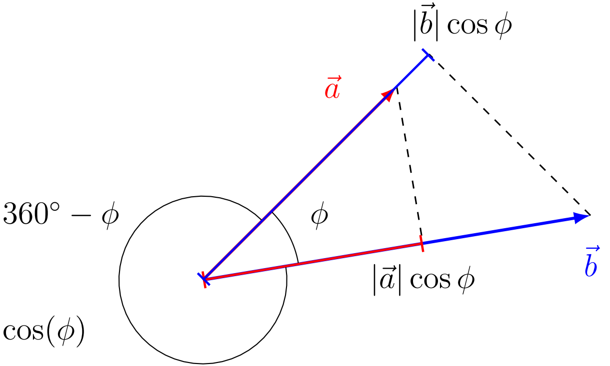
$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



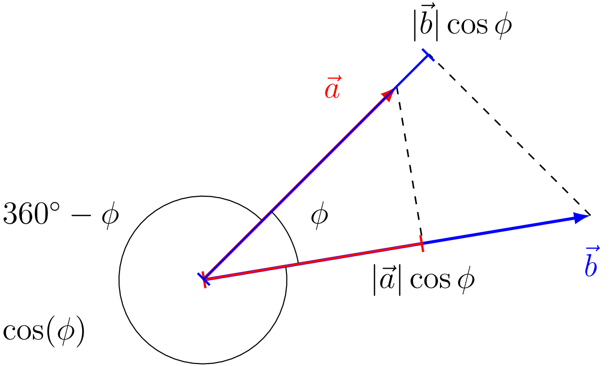
$$\cos(360^\circ - \phi) = \cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}|\cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}|\cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



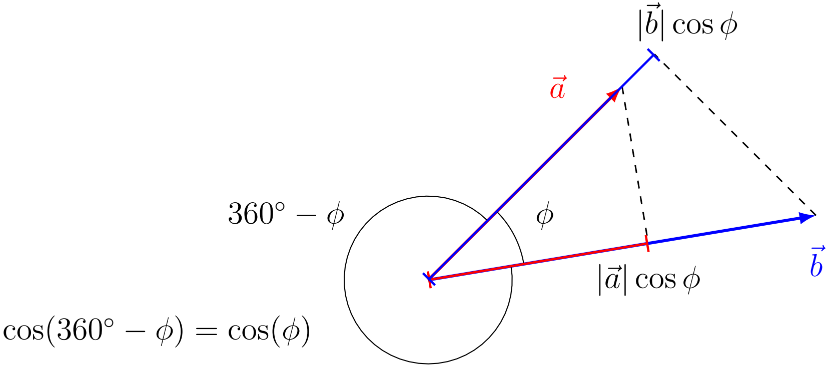
$$\cos(360^\circ - \phi) = \cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \cdot (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

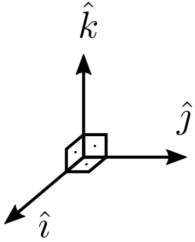
- Produto escalar

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_x b_x \hat{\imath}\cdot\hat{\imath} + a_x b_y \hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} + a_x b_z \hat{\imath}\cdot\hat{k}$$

$$+ a_y b_x \hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + a_y b_y \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + a_y b_z \hat{\jmath}\cdot\hat{k}$$

$$+ a_z b_x \hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_z b_y \hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_z b_z \hat{k}\cdot\hat{k}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

Multiplicação de Vetores

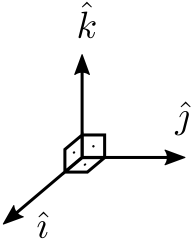
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})\\ &= a_xb_x\overbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}}^{1} + a_xb_y\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} + a_xb_z\hat{\imath}\cdot\hat{k}\\ &+ a_yb_x\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + a_yb_y\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + a_yb_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k}\\ &+ a_zb_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_zb_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}\end{aligned}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

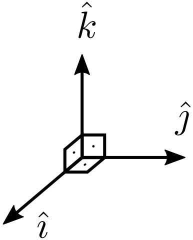
- Produto escalar

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_xb_x\overbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}}^{1} + a_xb_y\overbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}}^{0} + a_xb_z\hat{\imath}\cdot\hat{k}$$

$$+ a_yb_x\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + a_yb_y\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + a_yb_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k}$$

$$+ a_zb_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_zb_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

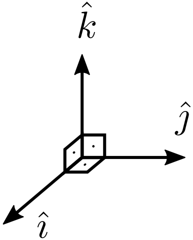
- Produto escalar

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_x b_x \overset{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_x b_y \overset{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_x b_z \overset{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}}$$

$$+ a_y b_x \hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + a_y b_y \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + a_y b_z \hat{\jmath}\cdot\hat{k}$$

$$+ a_z b_x \hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_z b_y \hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_z b_z \hat{k}\cdot\hat{k}$$



$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

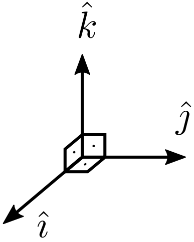
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_xb_x\cancelto{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_xb_y\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_xb_z\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}} \\
&+ a_yb_x\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}} + a_yb_y\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + a_yb_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k} \\
&+ a_zb_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_zb_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

Multiplicação de Vetores

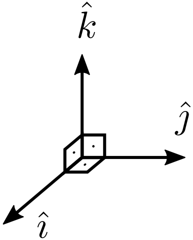
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\ &= a_xb_x\cancelto{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_xb_y\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_xb_z\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}} \\ &+ a_yb_x\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}} + a_yb_y\cancelto{1}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}} + a_yb_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k} \\ &+ a_zb_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_zb_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}\end{aligned}$$



$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

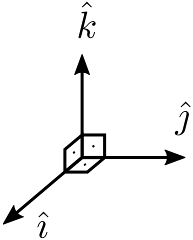
- Produto escalar

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_x b_x \cancelto{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_x b_y \cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_x b_z \cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}}$$

$$+ a_y b_x \cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}} + a_y b_y \cancelto{1}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}} + a_y b_z \cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{k}}$$

$$+ a_z b_x \hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_z b_y \hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_z b_z \hat{k}\cdot\hat{k}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

Multiplicação de Vetores

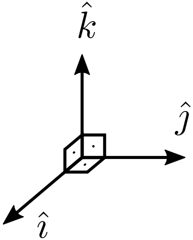
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_x b_x \cancelto{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_x b_y \cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_x b_z \cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}} \\
&+ a_y b_x \cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}} + a_y b_y \cancelto{1}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}} + a_y b_z \cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{k}} \\
&+ a_z b_x \cancelto{0}{\hat{k}\cdot\hat{\imath}} + a_z b_y \hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_z b_z \hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

Multiplicação de Vetores

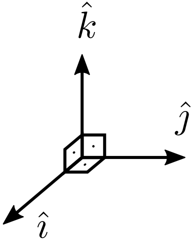
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_xb_x\cancelto{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_xb_y\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_xb_z\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}} \\
&+ a_yb_x\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}} + a_yb_y\cancelto{1}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}} + a_yb_z\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{k}} \\
&+ a_zb_x\cancelto{0}{\hat{k}\cdot\hat{\imath}} + a_zb_y\cancelto{0}{\hat{k}\cdot\hat{\jmath}} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$



$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

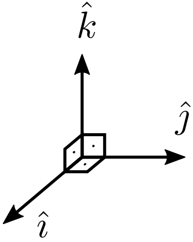
- Produto escalar

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_xb_x\cancelto{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_xb_y\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_xb_z\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}}$$

$$+ a_yb_x\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}} + a_yb_y\cancelto{1}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}} + a_yb_z\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{k}}$$

$$+ a_zb_x\cancelto{0}{\hat{k}\cdot\hat{\imath}} + a_zb_y\cancelto{0}{\hat{k}\cdot\hat{\jmath}} + a_zb_z\cancelto{1}{\hat{k}\cdot\hat{k}}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

Multiplicação de Vetores
Produto escalar

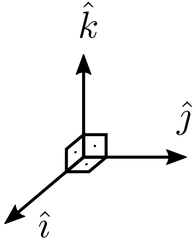
- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab \sin\phi}$$

- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$$\sin(360^\circ - \phi) = -\sin(\phi)$$

Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab \sin\phi}$$

- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$$\sin(360^\circ - \phi) = -\sin(\phi)$$

Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab\sin\phi}$$

- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$$\sin(360^\circ - \phi) = -\sin(\phi)$$

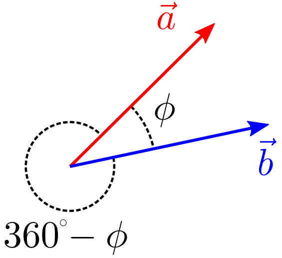
Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$



- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab \sin\phi}$$

- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$$\sin(360^\circ - \phi) = -\sin(\phi)$$

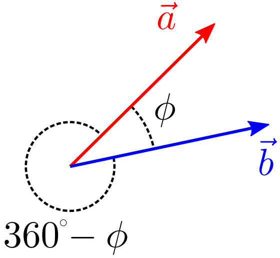
Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$



- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab \sin\phi}$$

$$\sin(360^\circ - \phi) = -\sin(\phi)$$

- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

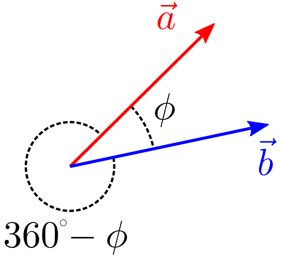
Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$



- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab \sin\phi}$$

$$\sin(360^{\circ} - \phi) = -\sin(\phi)$$

- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- Note que se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são paralelos ou antiparalelos:

$$|\vec{a} \times \vec{b}\,| = ab\sin(0) = 0 \qquad |\vec{c}\,| = ab\sin(180^\circ) = 0$$

- Quando $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são mutuamente perpendiculares

$$|\vec{a} \times \vec{b}\,| = ab\sin(90^\circ) = ab$$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- Note que se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são paralelos ou antiparalelos:

$$|\vec{a} \times \vec{b}\,| = ab\sin(0) = 0 \qquad\qquad |\vec{c}\,| = ab\sin(180^\circ) = 0$$

- Quando $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são mutuamente perpendiculares

$$|\vec{a} \times \vec{b}\,| = ab\sin(90^\circ) = ab$$

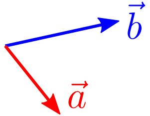
Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- A direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{a}$ e $\vec{b}$

Multiplicação de Vetores
Produto vetorial

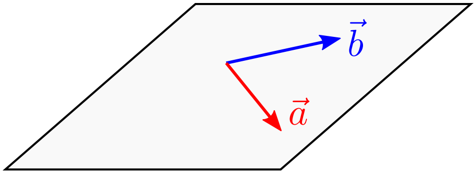
- A direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{a}$ e $\vec{b}$



Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

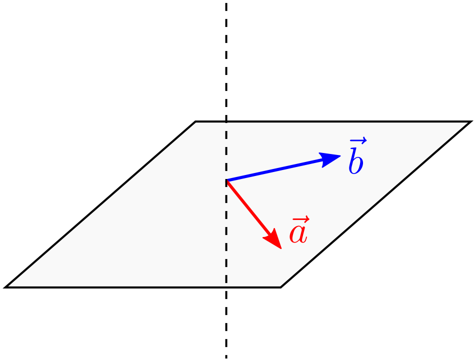
- A direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{a}$ e $\vec{b}$



Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- A direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{a}$ e $\vec{b}$

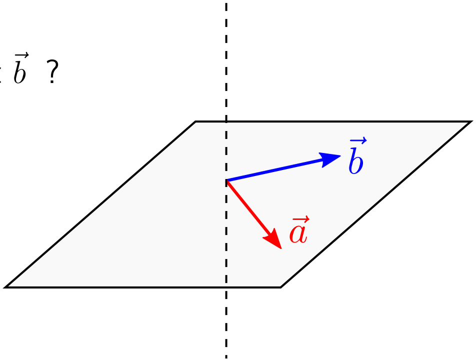


Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

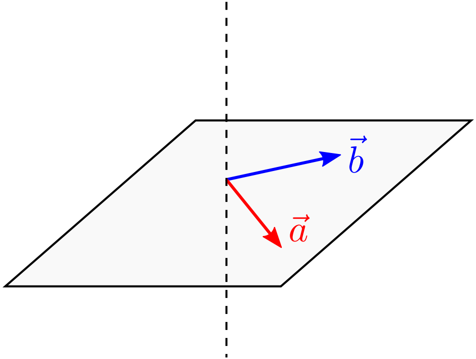
- A direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{a}$ e $\vec{b}$

E o sentido de $\vec{a} \times \vec{b}$?



Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

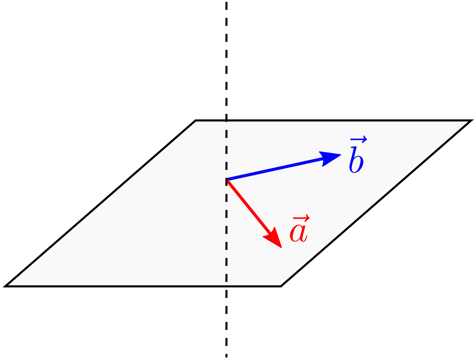


Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

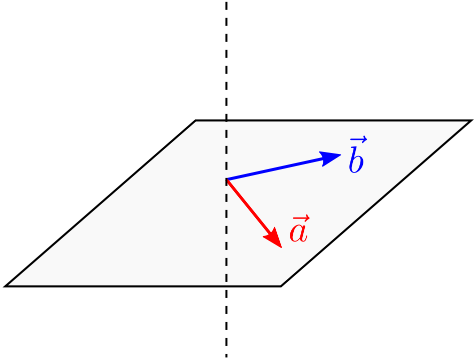


Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

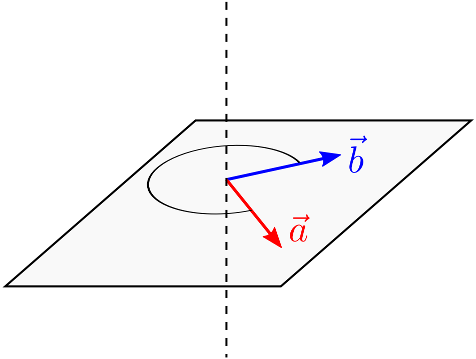


Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

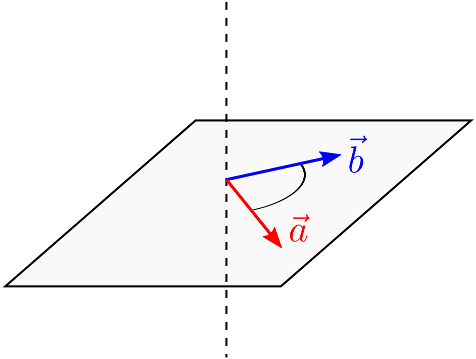


Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

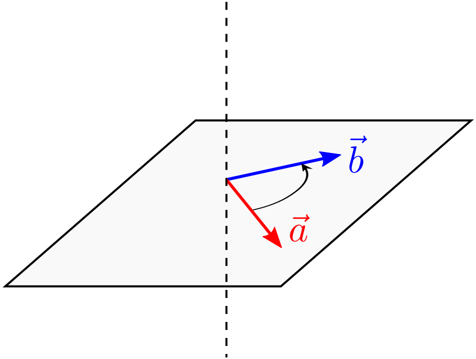


Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

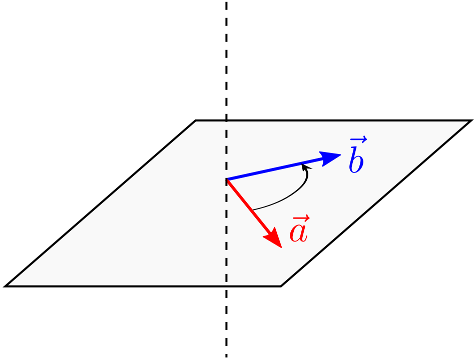


Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

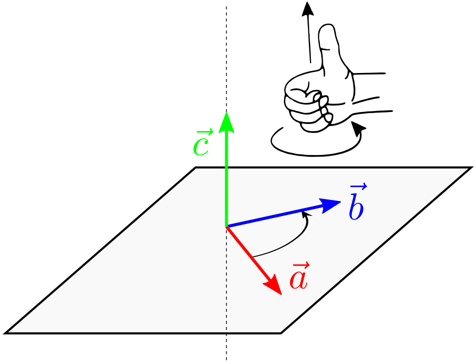


Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

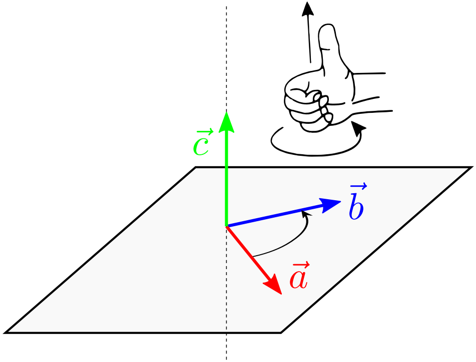


Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Vamos determinar o sentido de

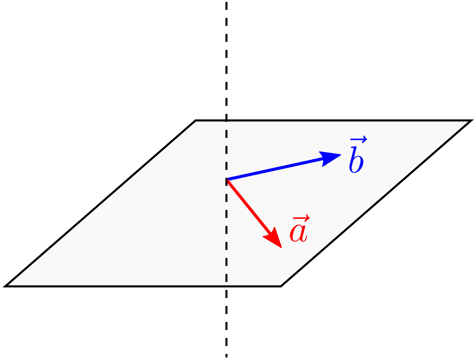
$$\vec{c'} = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Vamos determinar o sentido de

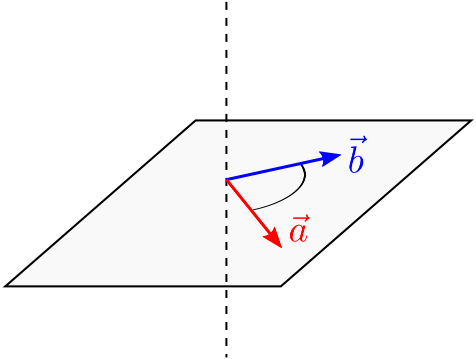
$$\vec{c'} = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Vamos determinar o sentido de

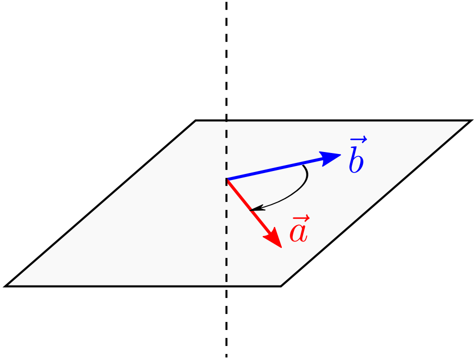
$$\vec{c'} = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Vamos determinar o sentido de

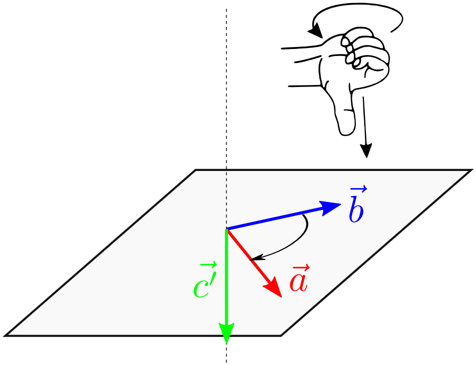
$$\vec{c'} = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Vamos determinar o sentido de

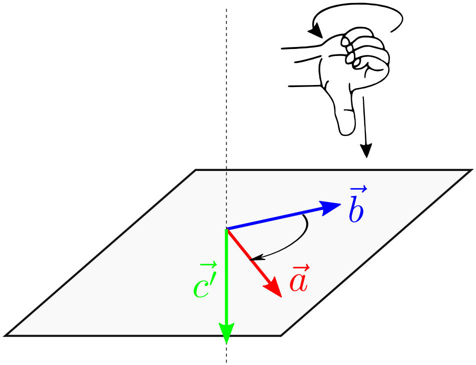
$$\vec{c'} = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Vamos determinar o sentido de

$$\vec{c'} = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto vetorial

$$\begin{aligned}
\vec{a} \times \vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_xb_x\hat{\imath} \times \hat{\imath} + a_xb_y\hat{\imath} \times \hat{\jmath} + a_xb_z\hat{\imath} \times \hat{k} \\
&+ a_yb_x\hat{\jmath} \times \hat{\imath} + a_yb_y\hat{\jmath} \times \hat{\jmath} + a_yb_z\hat{\jmath} \times \hat{k} \\
&+ a_zb_x\hat{k} \times \hat{\imath} + a_zb_y\hat{k} \times \hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k} \times \hat{k}
\end{aligned}$$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

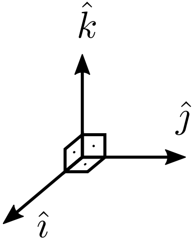
- Produto vetorial

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_x b_x \cancelto{0}{\hat{\imath} \times \hat{\imath}} + a_x b_y \hat{\imath} \times \hat{\jmath} + a_x b_z \hat{\imath} \times \hat{k}$$

$$+ a_y b_x \hat{\jmath} \times \hat{\imath} + a_y b_y \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} + a_y b_z \hat{\jmath} \times \hat{k}$$

$$+ a_z b_x \hat{k} \times \hat{\imath} + a_z b_y \hat{k} \times \hat{\jmath} + a_z b_z \hat{k} \times \hat{k}$$



Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

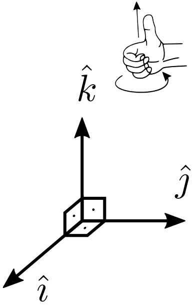
- Produto vetorial

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_x b_x \cancelto{0}{\hat{\imath} \times \hat{\imath}} + a_x b_y \cancelto{\hat{k}}{\hat{\imath} \times \hat{\jmath}} + a_x b_z \hat{\imath} \times \hat{k}$$

$$+ a_y b_x \hat{\jmath} \times \hat{\imath} + a_y b_y \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} + a_y b_z \hat{\jmath} \times \hat{k}$$

$$+ a_z b_x \hat{k} \times \hat{\imath} + a_z b_y \hat{k} \times \hat{\jmath} + a_z b_z \hat{k} \times \hat{k}$$



- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

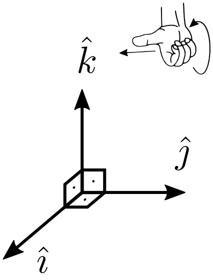
- Produto vetorial

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_xb_x\cancelto{0}{\hat{\imath} \times \hat{\imath}} + a_xb_y\cancelto{\hat{k}}{\hat{\imath} \times \hat{\jmath}} + a_xb_z\cancelto{-\hat{\jmath}}{\hat{\imath} \times \hat{k}}$$

$$+ a_yb_x\hat{\jmath} \times \hat{\imath} + a_yb_y\hat{\jmath} \times \hat{\jmath} + a_yb_z\hat{\jmath} \times \hat{k}$$

$$+ a_zb_x\hat{k} \times \hat{\imath} + a_zb_y\hat{k} \times \hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k} \times \hat{k}$$



Multiplicação de Vetores

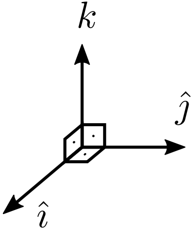
Produto vetorial

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto vetorial

$$\begin{aligned}
\vec{a}\times\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_x b_x \cancelto{0}{\hat{\imath}\times\hat{\imath}} + a_x b_y \cancelto{\hat{k}}{\hat{\imath}\times\hat{\jmath}} + a_x b_z \cancelto{-\hat{\jmath}}{\hat{\imath}\times\hat{k}} \\
&+ a_y b_x \cancelto{-\hat{k}}{\hat{\jmath}\times\hat{\imath}} + a_y b_y \cancelto{0}{\hat{\jmath}\times\hat{\jmath}} + a_y b_z \cancelto{\hat{\imath}}{\hat{\jmath}\times\hat{k}} \\
&+ a_z b_x \cancelto{\hat{\jmath}}{\hat{k}\times\hat{\imath}} + a_z b_y \cancelto{-\hat{\imath}}{\hat{k}\times\hat{\jmath}} + a_z b_z \cancelto{0}{\hat{k}\times\hat{k}}
\end{aligned}$$



Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto vetorial

$$\boxed{\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - b_y a_y)\hat{\imath} + (a_z b_x - b_z a_x)\hat{\jmath} + (a_x b_y - b_x a_y)\hat{k}}$$

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto vetorial

$$\boxed{\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - b_y a_y)\hat{\imath} + (a_z b_x - b_z a_x)\hat{\jmath} + (a_x b_y - b_x a_y)\hat{k}}$$

- Também podemos escrever

$$\vec{a} \times \vec{b} = \det \begin{pmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{pmatrix}$$