Helena Petrilli

Física III para a Engenharia (4323203)

Notas de Aula - 2015

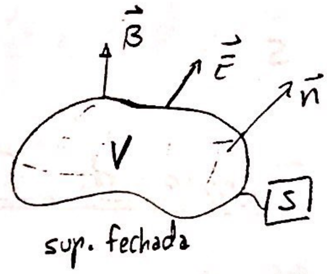
Carlos E. I. Carneiro

C. E. CARNEIRO

Equações de Maxwell

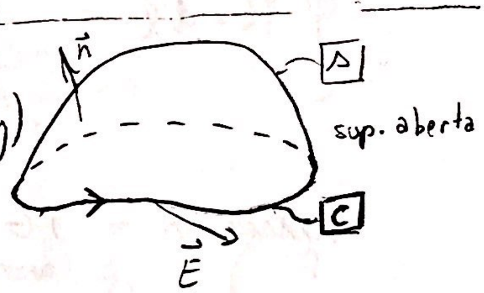
(I) Forma integral

(a) $\displaystyle\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ (Lei de Gauss)



(b) $\displaystyle\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

(c) $\displaystyle\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$ (Lei de Faraday)



(d) $\displaystyle\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$ (Lei de Ampère + Corrente de deslocamento de Maxwell)

$\displaystyle\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} \equiv$ fluxo magnético através de S

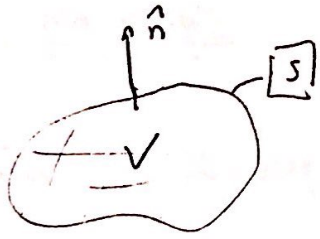
$\displaystyle\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} \equiv$ " elétrico " " "

(II) Forma diferencial

Para achar a forma diferencial das equações de Maxwell usamos os teoremas de Gauss e Stokes:

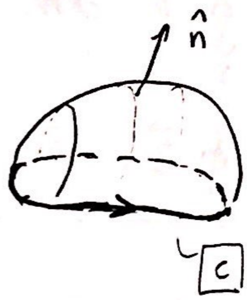
C.E. CARNEIRO

Teorema de Gauss (TG)



$$\oint_S \vec{R}\cdot d\vec{A} = \int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{R}\, dV$$

Teorema de Stokes (TS)



$$\oint_C \vec{R}\cdot d\vec{\ell} = \int_S \vec{\nabla}\times\vec{R}\cdot d\vec{A}$$

Aplicamos o TG às equações (a) e (b)

$$\left.\begin{aligned} \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} &= \int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{E}\, dV \\ \frac{Q}{\varepsilon_0} &= \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV \end{aligned}\right\} \Longrightarrow$$

$$\int_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{E} - \frac{\rho}{\varepsilon_0}\right) dV = 0 \quad , \text{ para qq } V$$

$$\Longrightarrow \boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \text{Lei de Gauss}}$$

$$\int_S \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{B}\, dV = 0 \quad , \text{ para qq } V$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0}$$

Agora aplicamos o TS às eqs. (c) e (d)

$$\left.\begin{array}{l} \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{\nabla}\times\vec{E})\cdot d\vec{A} \\ -\dfrac{d\phi_m}{dt} = -\dfrac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{A} = -\int_S \dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\, d\vec{A} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\int_S \left(\vec{\nabla}\times\vec{E} + \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{A} = 0 \quad , \text{ para qq } S$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Lei de Faraday})}$$

$$\left.\begin{array}{l} \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{\nabla}\times\vec{B})\cdot d\vec{A} \\ \mu_0 I = \underset{\text{ok}}{\mu_0} \int_S \vec{J}\cdot d\vec{A} \\ \mu_0\varepsilon_0 \dfrac{d\phi_e}{dt} = \mu_0\varepsilon_0 \dfrac{d}{dt}\int_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int_S \left(\mu_0\varepsilon_0 \dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{A} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{\nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \quad (\text{Lei de Ampère + corrente de deslocamento de Maxwell})}$$

C. E. CARNEIRO

Conservação de Carga

Lembremos que $\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{R}) = 0$, para qq $\vec{R}$.

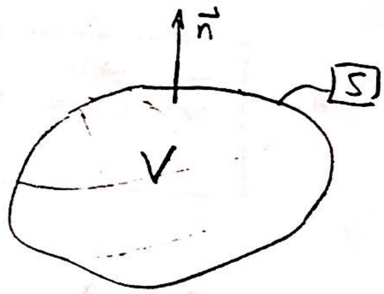
$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\underbrace{\cancel{\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{B})}}_{0} = \mu_0\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\underbrace{(\vec{\nabla}\cdot\vec{E})}_{\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\rho = 0}$$

equação de continuidade

$$\int_V\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\rho\right)dV = 0$$



$$\int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{J}\,dV = -\int_V \frac{\partial}{\partial t}\rho\,dV$$

$$\underbrace{\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{A}}_{\text{fluxo de corrente através de } S} = \underbrace{-\frac{d}{dt}\int_V \rho\,dV}_{\text{menos a variação da carga dentro de } V} = -\frac{dQ}{dt}$$

Assim, se a carga diminui o fluxo de corrente através de S deve ser positivo e vice-versa. Além disto, toda a variação de carga em V deve ser devida ao fluxo de corrente através de S. A equação de continuidade diz que a conservação é local.

C. O. CARNEIRO

Ondas Eletromagnéticas no Vácuo

Estudemos como o campo eletromagnético se propaga no espaço livre, i.e. numa região sem cargas ($\rho = 0$) e sem correntes ($\vec{J} = 0$). Neste caso,

$$(a) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$(b) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$(c) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$(d) \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Apliquemos o rotacional às eqs. (c) e (d)

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{B} \overset{(d)}{=} -\mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{E}) \overset{(c)}{=} -\mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \end{cases}$$

Usando a identidade vetorial

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{R} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{R}) - \nabla^2 \vec{R} ,$$

$$(\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{R})_i = \epsilon_{ijk} \partial_j \epsilon_{klm} \partial_l R_m = \epsilon_{kij} \epsilon_{klm} \partial_j \partial_l R_m$$

$$= (\delta_{il} \delta_{jm} - \delta_{im} \delta_{jl}) \partial_j \partial_l R_m = \partial_i (\partial_j R_j) - \partial^2 R_i = \partial_i (\vec{\nabla} \cdot \vec{R}) - \nabla^2 R_i$$

---

obtemos

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\cancel{(\vec{\nabla}\cdot\vec{E})}^{(a)} - \nabla^2\vec{E} = -\mu_0\varepsilon_0 \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} \\ \vec{\nabla}\underbrace{\cancel{(\vec{\nabla}\cdot\vec{B})}}_{(b)} - \nabla^2\vec{B} = -\mu_0\varepsilon_0 \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{B} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \nabla^2\vec{E} \equiv \dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\vec{E} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{E} = \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} \\ \nabla^2\vec{B} \equiv \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\vec{B} + \dfrac{\partial^2\vec{B}}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{B} \end{cases}$$

Assim, os campos elétrico e magnético satisfazem equações de onda. Para fazer contato com o que foi visto no semestre passado vamos tomar

$$\vec{E} = \vec{E}(x,t) \quad e \quad \vec{B} = \vec{B}(x,t) \quad . \text{(ondas planas)}$$

Neste caso,

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2} = \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \\ \dfrac{\partial^2\vec{B}}{\partial x^2} = \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} \end{cases}$$

Comparando com a equação de onda

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2},$$

concluímos que a velocidade de propagação de $\vec{E}$ e $\vec{B}$ é dada por

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi . 10^{-7} . 8{,}8 . 10^{-12}}} = 2{,}998 \times 10^{8} \frac{m}{s},$$

que é igual à velocidade da luz no vácuo. Luz é radiação eletromagnética. (Hertz em 1887 produziu e detetou ondas eletromagnéticas)

A solução mais geral da equação de onda tem a forma

$$y(x,t) = \underbrace{f(x-vt)}_{\text{onda progressiva}} + \underbrace{g(x+vt)}_{\text{onda retrógrada}}$$

e x é a direção de propagação da onda. Vamos nos concentrar na onda progressiva.

Aplicando estas considerações a $\vec{E}$ e $\vec{B}$ chegamos a

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}(x-ct) \quad , \quad \vec{B} = \vec{B}(x-ct)$$

$$\vec{\nabla} . \vec{E} = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_x(x-ct)}{\partial x} = \underbrace{\frac{\partial (x-ct)}{\partial x}}_{=1} \frac{\partial E_x(x-ct)}{\partial (x-ct)} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{E_x = cte \ (\text{uniforme})}$$

analogamente,

$$\vec{\nabla} . \vec{B} = 0 \Rightarrow \boxed{B_x = cte \ (\text{uniforme})}.$$

C. E. CARNEIRO

Como estamos interessados na propagação de ondas podemos colocar $E_x = B_x = 0$.

$$\Longrightarrow \vec{E} = \tilde{E}_y(x-ct)\,\vec{j} + \tilde{E}_z(x-ct)\,\vec{k}$$

$$\vec{B} = \tilde{B}_y(x-ct)\,\vec{j} + \tilde{B}_z(x-ct)\,\vec{k}$$

Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ das ondas eletromagnéticas são perpendiculares à direção de propagação. (ondas transversais).

Sem nenhuma perda de generalidade, podemos rodar o sistema de coordenadas até que

$$\boxed{\vec{E} = E_y(x-ct)\,\vec{j}}\ , \quad \vec{B} = B_y(x-ct)\,\vec{j} - B_z(x-ct)\,\vec{k}$$

Mas, $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

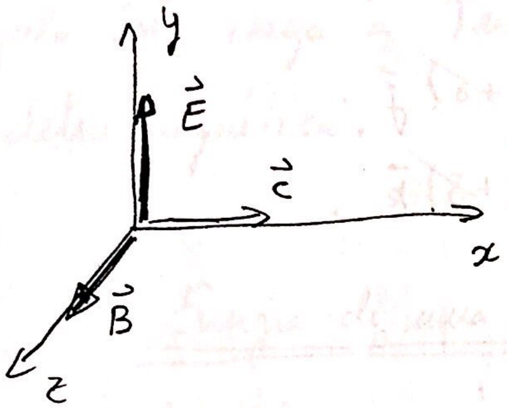
$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial E_y}{\partial x}\,\vec{k} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$= -\frac{\partial B_y}{\partial t}\,\vec{j} - \frac{\partial B_z}{\partial t}\,\vec{k} \Longrightarrow \begin{cases} (a)\ \dfrac{\partial B_y}{\partial t} = 0 \\ (b)\ \dfrac{\partial E_y}{\partial x} = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t} \end{cases}$$

$$(a) \Longrightarrow \frac{\partial(x-ct)}{\partial t}\,\frac{\partial B_y(x-ct)}{\partial(x-ct)} = 0 \Rightarrow \boxed{B_y = cte}$$

Finalmente, a onda progressiva pode ser escolhida como

$$\vec{E} = E_y(x-ct)\,\vec{j}\ , \qquad \vec{B} = B_z(x-ct)\,\vec{k}\ ,$$



A onda é transversal e $\vec{E} \perp \vec{B}$. A direção do vetor $\vec{E}$ é a direção de polarização da onda.

(b) $\Rightarrow$ $$\frac{\partial(x-ct)}{\partial x}\frac{\partial E_y}{\partial(x-ct)} = -\frac{\partial(x-ct)}{\partial t}\frac{\partial B_z}{\partial(x-ct)}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial(x-ct)} = c\,\frac{\partial B_z}{\partial(x-ct)} \Rightarrow \boxed{E_y = c\,B_z} \Rightarrow |E| = c$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{1}{c}\,\vec{i} \times \vec{E}}$$

versor na direção de propagação

C. E. CARNEIRO

Um tipo de onda plana bastante importante é a onda plana monocromática. Praticamente qualquer onda pode ser decomposta em uma superposição de ondas monocromáticas.

$$\vec{E} = E_m \cos(kx - \omega t + \delta)\, \hat{j}\,,$$

↑ mesma fase

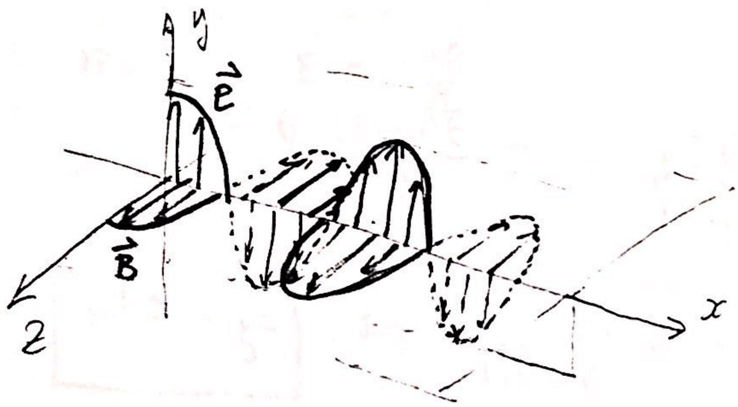
$$\vec{B} = B_m \cos(kx - \omega t + \delta)\, \hat{k}\,,$$

onde

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, λ é comprimento de onda

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$, T é o período, f é a frequência

$$kc = \omega$$

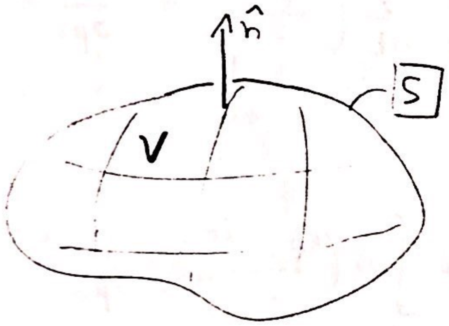


Note que $\dfrac{\partial E_y}{\partial x} = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t}$ $\left(\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$

$$\Rightarrow -k E_m \operatorname{sen}(kx-\omega t) = -\omega B_m \operatorname{sen}(kx-\omega t) \Rightarrow \boxed{\frac{E_m}{B_m} = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|} = \frac{\omega}{k} = c}$$

Vamos estudar agora a energia transportada por uma onda eletromagnética. A energia emitida pelo Sol chega à Terra através da radiação eletromagnética.

Energia de uma onda eletromagnética, vetor de Poynting



$$\begin{cases} \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\[2ex] \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\vec{\nabla}\times\vec{E})\cdot\vec{B} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\vec{B} = -\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial}{\partial t}(\vec{B}\cdot\vec{B}) & (A) \\[2ex] \vec{E}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{B}) = \mu_0\varepsilon_0\,\vec{E}\cdot\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \dfrac{\mu_0\varepsilon_0}{2}\dfrac{\partial}{\partial t}(\vec{E}\cdot\vec{E}) & (B) \end{cases}$$

$$(B)-(A) \qquad \underbrace{\vec{E}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{B}) - (\vec{\nabla}\times\vec{E})\cdot\vec{B}}_{\displaystyle \shortparallel \atop \displaystyle -\vec{\nabla}\cdot(\vec{E}\times\vec{B})} = \mu_0\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\varepsilon_0}{2}\,\vec{E}\cdot\vec{E} + \frac{1}{2\mu_0}\vec{B}\cdot\vec{B}\right]$$

$$E_i \epsilon_{ijk} \partial_j B_k = \partial_j \left[\epsilon_{ijk} E_i B_k \right] - \epsilon_{ijk} (\partial_j E_i) B_k$$

$$= -\partial_j \left(\epsilon_{jik} E_i B_k \right) + \epsilon_{kji} (\partial_j E_i) B_k$$

$$\Rightarrow \quad \vec{E} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) + (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \vec{B}$$

Integrando em um volume

$$-\int_V \vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{B})\, dV = \mu_0 \int_V \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon_0}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \right) dV$$

$$\underbrace{\int_V \vec{\nabla} \cdot \left[\frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \right] dV} = -\frac{d}{dt} \int_V \left(\frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \right) dV$$

$$\oint_S \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B}) \cdot d\vec{A} = -\frac{d}{dt} (\text{energia em } V)$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \Rightarrow \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$\Rightarrow$ O vetor de Poynting $\boxed{\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}}$ permite calcular a energia transportada por unidade de área por unidade de [tempo] por ondas eletromagnéticas.

$$[S] = \frac{W}{m^2}.$$

Para uma onda se deslocando na direção x,

$$\vec{E} \times \vec{B} = EB\,\vec{i}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} EB\,\vec{i} \underset{\uparrow}{=} \frac{1}{c\mu_0} E^2\,\vec{i} = \frac{cB^2}{\mu_0}\,\vec{i}}\,,$$

$B = E/c$

No caso de uma onda plana monocromática é simples calcular valores médios

$$\langle S \rangle = \frac{1}{c\mu_0}\langle E^2 \rangle = \frac{c\langle B^2 \rangle}{\mu_0}$$

$$\left.\begin{aligned} \langle E^2 \rangle &= \langle E_m^2 \cos^2(kx - \omega t + \delta) \rangle = \frac{E_m^2}{2} \\ \langle B^2 \rangle &= \langle B_m^2 \cos^2(kx - \omega t + \delta) \rangle = \frac{B_m^2}{2} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow$$

$$\boxed{\langle S \rangle = \frac{E_m^2}{2c\mu_0} = \frac{cB_m^2}{2\mu_0} = I}$$

intensidade da onda

Voltemos para a expressão

$$\vec{S} = \frac{1}{c\mu_0} E^2\,\vec{i} = \frac{cB^2}{\mu_0}\,\vec{i} \Longrightarrow$$

$$\vec{S} = \left(\frac{1}{2} \frac{1}{c\mu_0} E^2 + \frac{1}{2} \frac{cB^2}{\mu_0} \right) \vec{\imath} =$$

$$= c \left(\frac{1}{2} \frac{E^2}{c^2 \mu_0} + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \right) \vec{\imath}$$

$$\overset{c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}}{=} c \underbrace{\left(\frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right)}_{\boxed{\text{densidade de energia}}} \vec{\imath} = c u \vec{\imath}$$

$$\boxed{S = c u}$$

S é a densidade de energia na onda vezes a velocidade de propagação.

Finalmente, lembrando que $\dfrac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H}$,

podemos escrever

$$\boxed{\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}}$$

Pressão de Radiação

Mostramos que a densidade de energia é dada pela expressão

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

A teoria da relatividade nos ensina que momento e energia não são grandezas independentes:

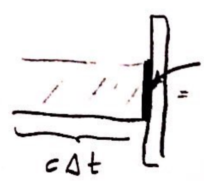
$$\mathcal{E}^2 = P^2c^2 + m_0^2c^4 \quad \text{e} \quad \mathcal{E} = Pc \quad (\text{qdo } m_0 = 0)$$

A radiação eletromagnética tem $m_0 = 0$. Assim a relação entre a densidade de momento, p, e a densidade de energia deve ser

$$\boxed{p = \frac{u}{c}}$$

Este momento é transportado pela onda a uma velocidade c. Portanto, a transferência de momento em Δt, para incidência normal em uma superfície completamente absorvente é dada por:

$$\Delta P = c\Delta t\, \Delta A\, p = c\Delta t\, \Delta A\, \frac{u}{c}$$



C.E. CARNEIRO

$$\Longrightarrow \frac{\Delta \mathcal{P}}{\underbrace{\Delta t}_{\text{"força"}} \underbrace{\Delta A}_{\text{área}}} = \frac{c\,u}{c} = u$$

$$\boxed{P_{rad} = u = \frac{S}{c} = \frac{B^2}{\mu_0} = \varepsilon_0 E^2}$$ (pressão de radiação)

Para uma onda plana monocromática a pressão média

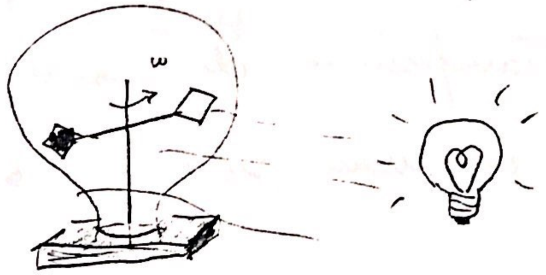
$$\langle P_{rad} \rangle = \varepsilon_0 \langle E^2 \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2$$

No caso de superfícies completamente refletoras

$$\Delta \mathcal{P} = 2\, c\, \Delta t\, \Delta A\, p$$

$$\Longrightarrow \boxed{P_{rad} = \frac{2S}{c} = 2u}$$

Falar do radiômetro



C. E. CARNEIRO

Energia Solar

Sol $\rightarrow$ $1.000 \frac{W}{m^2}$ sobre a superfície da Terra

(a) calcule P_{ot} sobre um telhado de $8m \times 20m$

$\langle S \rangle = 1000 \frac{W}{m^2}$ $\qquad P_{ot} = \langle S \rangle A = 10^3 \times 8 \times 20 = 1{,}6 \times 10^5 W$

eficiência de uma célula solar $\sim 10\%$

" p/ conversão em calor $\sim 50\%$ (problemas: dias nublados, armazenagem,

(b) Determine a pressão de radiação e a força sobre o telhado (absorvente perfeito)

$$P_{rad} = \frac{\langle S \rangle}{c} = \frac{1000}{3 \times 10^8} \approx 3{,}3 \times 10^{-6} \frac{N}{m^2}$$

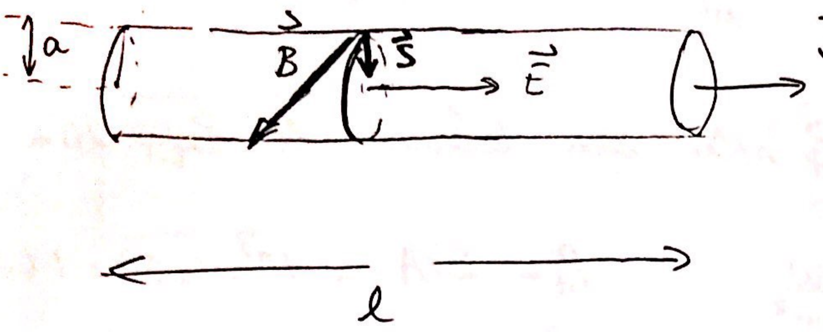
$$F = P_{rad} A = 3{,}3 \times 10^{-6} \times 160 \, m^2 = 5{,}3 \times 10^{-4} N$$

O peso de 1 grama $= mg = 10^{-3} \cdot 10 = 10^{-2} N$

C. E. CARNEIRO

Lex 34.4 Sears

Vetor de Poynting em um fio condutor



$$E = \frac{V}{l} = \frac{IR}{l}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$S = \frac{1}{\mu_0}|\vec{E}\times\vec{B}| = \frac{1}{\mu_0} E B = \frac{1}{\cancel{\mu_0}}\frac{IR}{l}\frac{\cancel{\mu_0} I}{2\pi a}$$

$$S = \frac{RI^2}{\underbrace{2\pi a l}_{\text{superfície lateral do fio}}}$$

$\vec{S}$ aponta radialmente para dentro do fio

$$S\, 2\pi a l = RI^2$$

RI^2 ← potência dissipada

$S\, 2\pi a l$ ← energia por unidade de tempo que flui para dentro do fio

A energia flui através do vetor de Poynting

C.E. CARNEIRO

34.44 Fluxo solar acima da atmosfera terrestre $1340 \frac{W}{m^2}$

distância Terra-Sol 1.49×10^{11} m

(a) Calcule a potência total irradiada pelo Sol na forma de radiação eletromagnética.

$$P = \langle S \rangle A = 1.340 \times 4 \times \pi \times (1.49 \times 10^{11})^2$$

$$= 3{,}74 \times 10^{26} \text{ W}$$

Itaipu $14000 \text{ MW} = 1{,}4 \times 10^4 \times 10^6 = 1{,}4 \times 10^{10}$ W

(b) Determine E_m e B_m

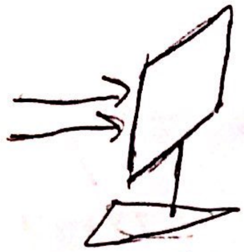
$$\langle S \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} E_m^2 \Rightarrow E_m = \sqrt{2\mu_0 c \langle S \rangle}$$

$$E_m = \sqrt{2 \times \underbrace{4\pi \cdot 10^{-7}}_{\mu_0} \times \underbrace{3 \cdot 10^8}_{c} \times 1340} = 1{,}01 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

$$B_m = \frac{E_m}{c} = \frac{1{,}01 \times 10^3}{3 \times 10^8} = 3{,}37 \times 10^{-6} \text{ T}$$

$$= 3{,}37 \, \mu\text{T}.$$

34.50



vela perfeitamente refletora c/ $A = 1\,km^2$

$$\bar{S} = 1340\ \frac{W}{m^2}$$

$m = 4 \times 10^3\,kg$

$$\left.\begin{array}{l} p = \dfrac{2\bar{S}}{c} \\ F = pA \end{array}\right\} \rightarrow F = \frac{2\bar{S}A}{c}$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2\bar{S}A}{mc} = \frac{2 \times 1340 \cdot (1 \times 10^3)^2}{4 \times 10^3 \times 3 \times 10^8}$$

$$\boxed{a = 2{,}2 \times 10^{-3}\ \frac{m}{s^2} = 2{,}2\ \frac{mm}{s^2}}$$