

ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{inte}}}{\epsilon_0} \quad (29.18)$$

(Lei de Gauss)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (29.19)$$

(Lei de Gauss para o magnetismo)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{inte}} \quad (29.20)$$

(Lei de Ampère)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (29.21)$$

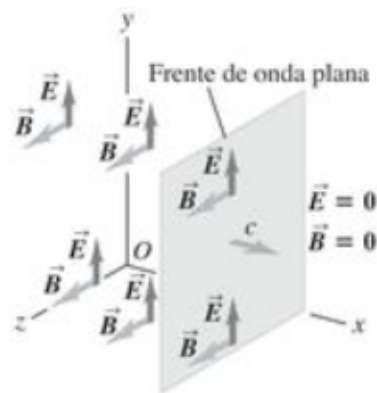
(Lei de Faraday)

Equações de Maxwell e ondas eletromagnéticas: as ondas eletromagnéticas, que se propagam no vácuo com velocidade igual à da luz c , foram previstas pelas equações de Maxwell. O espectro eletromagnético cobre frequências de, no mínimo, 1 até 10^{24} Hz e uma correspondente ampla gama de comprimentos de onda. A luz visível, com comprimentos de onda de 400 nm a 700 nm, constitui somente uma pequena parte desse espectro. Em uma onda plana, \vec{E} e \vec{B} são uniformes sobre qualquer plano perpendicular à direção de propagação. A lei de Faraday e a lei de Ampère fornecem relações entre os módulos de \vec{E} e \vec{B} ; para que essas duas relações sejam satisfeitas é necessária uma expressão para c em termos de ϵ_0 e μ_0 . As ondas eletromagnéticas são transversais; os campos \vec{E} e \vec{B} são perpendiculares entre si e perpendiculares à direção de propagação. O produto vetorial $\vec{E} \times \vec{B}$ fornece a direção e o sentido de propagação da onda.

$$E = cB \quad (32.4)$$

$$B = \epsilon_0 \mu_0 c E \quad (32.8)$$

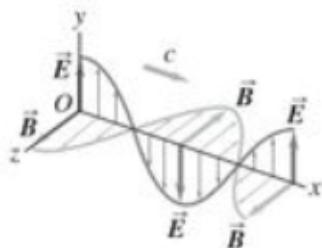
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (32.9)$$



Ondas eletromagnéticas senoidais: as equações (32.17) e (32.18) descrevem uma onda eletromagnética plana senoidal se propagando no vácuo no sentido $+x$. (Veja o Exemplo 32.1.)

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, t) &= \hat{j} E_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \\ \vec{B}(x, t) &= \hat{k} B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \end{aligned} \quad (32.17)$$

$$E_{\text{máx}} = c B_{\text{máx}} \quad (32.18)$$



Ondas eletromagnéticas na matéria: quando uma onda eletromagnética se desloca através de um dielétrico, a velocidade de onda v é menor do que a velocidade da luz no vácuo c . (Veja o Exemplo 32.2.)

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{K K_m}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \\ &= \frac{c}{\sqrt{K K_m}} \end{aligned} \quad (32.21)$$

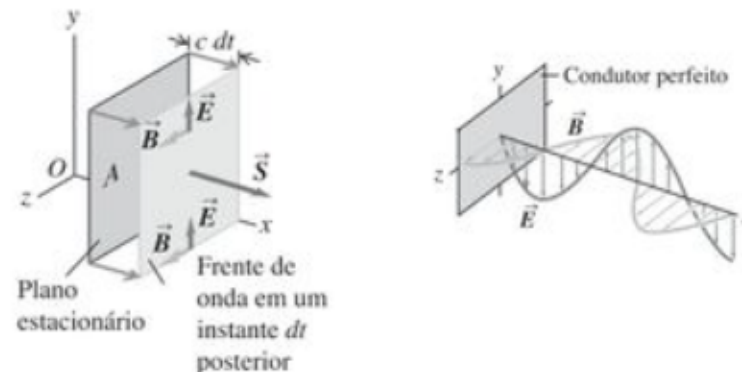
Energia e momento linear nas ondas eletromagnéticas: a taxa do fluxo de energia (potência por unidade de área) para uma onda eletromagnética se propagando no vácuo é dada pelo vetor de Poynting \vec{S} . A intensidade I da onda é a média no tempo do módulo do vetor de Poynting. Uma onda eletromagnética também transporta momento linear. Ao atingir uma superfície, uma onda eletromagnética exerce uma pressão de radiação p_{rad} . Quando a superfície é perpendicular à direção de propagação e é totalmente absorvida pela superfície, $p_{\text{rad}} = I/c$; quando ocorre reflexão total na superfície, $p_{\text{rad}} = 2I/c$. (Veja os Exemplos 32.3 a 32.5.)

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (32.28)$$

$$\begin{aligned} I &= S_{\text{méd}} = \frac{E_{\text{máx}} B_{\text{máx}}}{2\mu_0} = \frac{E_{\text{máx}}^2}{2\mu_0 c} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{\text{máx}}^2 \\ &= \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\text{máx}}^2 \end{aligned} \quad (32.29)$$

$$\frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{S}{c} = \frac{EB}{\mu_0 c} \quad (32.31)$$

(taxa do fluxo do momento linear eletromagnético)



Ondas eletromagnéticas estacionárias: quando uma superfície refletora ideal é colocada em $x = 0$, as ondas refletidas e as ondas incidentes formam ondas estacionárias. Os planos nodais de \vec{E} formam-se nos pontos $kx = 0, \pi, 2\pi, \dots$, e os planos nodais de \vec{B} formam-se nos pontos $kx = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$. Em cada ponto, as variações senoidais de \vec{E} e de \vec{B} estão defasadas em 90° . (Veja os exemplos 32.6 e 32.7.)

32.2 Fantasma da TV. O chamado fantasma da TV é uma imagem que se forma sobre a tela em virtude da superposição das ondas eletromagnéticas que chegam diretamente sobre a antena e das ondas que chegam indiretamente depois de refletidas em um edifício ou em uma superfície metálica de grandes dimensões. Para uma tela de 25 polegadas (aproximadamente 0,63 m), a imagem fantasma está deslocada cerca de 1,0 cm para a direita da imagem principal quando o sinal refletido chega $0,60 \mu\text{s}$ depois do sinal principal. Nesse caso, qual é a diferença entre os comprimentos dos percursos dos dois sinais?

$$\text{No ar, } v \approx c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Um Δt de $0,60 \mu\text{s}$ corresponde a um Δx de:

$$\begin{aligned} \Delta x &= c \Delta t \\ &= 3,00 \cdot 10^8 \cdot 0,60 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta x = 180 \text{ m}}$$

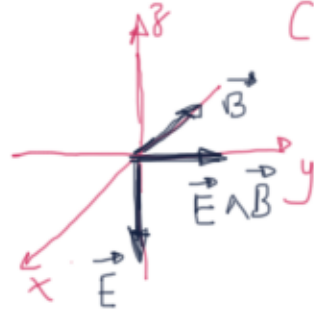
32.9 Uma onda eletromagnética possui um campo elétrico dado por $\vec{E}(y, t) = -(3,10 \times 10^5 \text{ V/m}) \hat{k} \sin[ky - (12,65 \times 10^{12} \text{ rad/s})t]$. (a) Em que direção e sentido a onda eletromagnética está se propagando? (b) Qual é o comprimento de onda? (c) Escreva a equação vetorial para $\vec{B}(y, t)$.

a) Podemos comparar $\vec{E}(y, t)$ dado com a Eq. 32.17 do livro:

$$\vec{E}(x, t) = \hat{j} E_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t),$$

que se propaga na direção $(+Ox)$.

Por analogia, de acordo com o termo $\sin(ky - 12,65 \cdot 10^{12} t)$, vemos que a onda se propaga na direção/sentido $+Oy$.



b) $\omega = 2\pi f$, $c = \lambda f \rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$. Juntando:

$$\omega = 2\pi \frac{c}{\lambda} \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi \cdot 3,00 \cdot 10^8}{12,65 \cdot 10^{12}} = 1,49 \cdot 10^{-4} \text{ m}}$$

c) Como $\vec{E} \wedge \vec{B}$ precisa apontar na direção/sentido de propagação (vetor de Poynting), $+Oy$, então \vec{B} deve estar na direção/sentido $-Ox$.

- $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = \frac{12,65 \cdot 10^{12}}{3,00 \cdot 10^8} = 4,22 \cdot 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$

- $B_{\text{máx}} = \frac{E_{\text{máx}}}{c} = \frac{3,10 \cdot 10^5}{3,00 \cdot 10^8} = 1,03 \cdot 10^{-3} \text{ T}$

$$\boxed{\vec{B}(y, t) = -1,03 \cdot 10^{-3} \sin(4,22 \cdot 10^4 y - 12,65 \cdot 10^{12} t)} \text{ (SI)}$$

32.16 Considere a direção e o sentido do campo magnético e do campo elétrico indicados a seguir. Para cada caso, qual é a direção e o sentido da propagação da onda? (a) $\vec{E} = E\hat{i}$, $\vec{B} = -B\hat{j}$; (b) $\vec{E} = E\hat{j}$, $\vec{B} = B\hat{i}$; (c) $\vec{E} = -E\hat{k}$, $\vec{B} = -B\hat{i}$; (d) $\vec{E} = E\hat{i}$, $\vec{B} = -B\hat{k}$.

A direção / sentido de propagação é dado por $\vec{E} \wedge \vec{B}$. Assim:

$$a) \hat{i} \wedge (-\hat{j}) = -\hat{k}_{//}$$

$$b) \hat{j} \wedge \hat{i} = -\hat{k}_{//}$$

$$c) (-\hat{k}) \wedge (-\hat{i}) = \hat{j}_{//}$$

$$d) \hat{i} \wedge (-\hat{k}) = \hat{j}_{//}$$

32.28 Nos laboratórios de simulação espacial da Nasa, existe uma sala de 25 pés de comprimento (aproximadamente igual a 7,6 m), na qual um conjunto de lâmpadas produz no piso do laboratório uma intensidade de 2500 W/m^2 (uma simulação equivalente à intensidade da luz solar nas vizinhanças do planeta Vênus). Calcule a pressão da radiação média (em pascals e em atmosferas) sobre (a) uma seção totalmente absorvedora do piso do laboratório; (b) uma seção totalmente refletora do piso do laboratório. (c) Calcule a densidade do momento linear médio (momento linear por unidade de volume) da luz que atinge o piso do laboratório.

Para uma radiação de intensidade I totalmente absorvida,

$$P_{\text{rad, abs}} = \frac{I}{c}$$

se ela for totalmente refletida,

$$P_{\text{rad, refl}} = \frac{2I}{c}$$

$$a) \quad P_{\text{rad, abs}} = \frac{I}{c} = \frac{2500}{3,00 \cdot 10^8} = 8,33 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}$$

(Lembre que $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, logo é uma pressão bem pequena.)

$$b) \quad P_{\text{rad, refl}} = \frac{2I}{c} = 1,67 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$$

$$c) \quad \frac{dp}{dV} = \frac{I}{c^2} = \frac{2500}{(3,00 \cdot 10^8)^2} = 2,78 \cdot 10^{-14} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

32.31 Uma onda eletromagnética estacionária em certo material possui frequência igual a $2,20 \times 10^{10}$ Hz. A distância entre dois planos nodais consecutivos do campo \vec{B} é igual a 3,55 mm. Calcule: (a) o comprimento de onda da onda nesse material; (b) a distância entre dois planos nodais adjacentes do campo \vec{E} ; (c) a velocidade de propagação da onda.

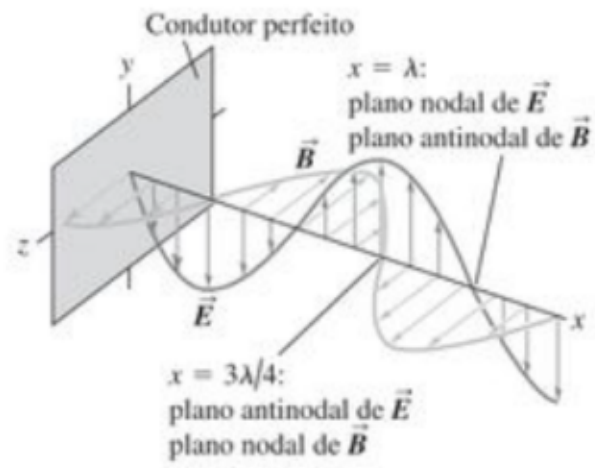


Figura 32.22 Representação do campo elétrico e do campo magnético de uma onda eletromagnética estacionária plana linearmente polarizada quando $\omega t = 3\pi/4$ rad. Em qualquer plano perpendicular ao eixo Ox, E é máximo (um antinó) quando B (um nó) é zero e vice-versa. À medida que o tempo passa, a configuração das ondas não se propaga da esquerda para a direita ao longo do eixo Ox; em vez disso, em cada ponto os vetores \vec{E} e \vec{B} simplesmente oscilam.

a) A distância entre 2 planos nodais (de \vec{B} ou de \vec{E}) é $\frac{\lambda}{2}$. Assim: $\frac{\lambda}{2} = 3,55 \rightarrow \lambda = 7,10 \text{ mm}$

b) De acordo com a explicação do item a), a distância entre 2 planos nodais de \vec{E} é $\frac{\lambda}{4} = 1,775 \text{ mm}$.

b) $v = \lambda f = 7,10 \cdot 10^{-3} \cdot 2,20 \cdot 10^{10} \rightarrow v = 1,56 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

planos nodais de \vec{E} : $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$
(antinodais de \vec{B})

planos nodais de \vec{B} : $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$
(antinodais de \vec{E})

32.33 Uma onda eletromagnética estacionária em certo material possui frequência de $1,20 \times 10^{10}$ Hz e velocidade de propagação de $2,10 \times 10^8$ m/s. (a) Qual é a distância entre um plano nodal do campo \vec{B} e o plano antinodal mais próximo do campo \vec{B} ? (b) Qual é a distância entre um plano antinodal do campo \vec{E} e o plano antinodal mais próximo do campo \vec{B} ? (c) Qual é a distância entre um plano nodal do campo \vec{E} e o plano nodal mais próximo do campo \vec{B} ?

Como $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2,10 \cdot 10^8}{1,20 \cdot 10^{10}} = 0,0175 \text{ m}$, vem que

$$\boxed{\frac{\lambda}{4} = 4,38 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

a) De acordo com a explicação no problema anterior, entre 2 planos nodais adjacentes, há um plano antinodal no meio.

$$\text{Assim, } \frac{\frac{\lambda}{2}}{2} = \frac{\lambda}{4}.$$

b) Planos nodais de \vec{E} : $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$
(antinodais de \vec{B})

Planos nodais de \vec{B} : $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$
(antinodais de \vec{E})

Vemos então que a distância em questão é $\frac{\lambda}{4} = 4,38 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

c) Novamente, a distância em questão é $\frac{\lambda}{4}$

32.34 Mostre que as ondas estacionárias do campo magnético e do campo elétrico para ondas eletromagnéticas estacionárias indicadas pelas equações (32.34) e (32.35) (a) satisfazem a Equação de onda (32.15); (b) satisfazem as equações (32.12) e (32.14).

Eq. 32.34:

$$E_y(x,t) = -2E_{\max} \sin kx \sin \omega t$$

Eq. 32.35:

$$B_z(x,t) = -2B_{\max} \cos kx \cos \omega t$$

a) Eq. 32.15:

$$\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2}$$

(E o mesmo vale para $B_z(x,t)$).

Vamos calcular as derivadas:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -2E_{\max} k \cos(kx) \sin(\omega t) \rightarrow \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = 2E_{\max} k^2 \sin(kx) \sin(\omega t)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -2E_{\max} \omega \sin(kx) \cos(\omega t) \rightarrow \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 2E_{\max} \omega^2 \sin(kx) \sin(\omega t)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \rightarrow 2E_{\max} k^2 \sin(kx) \sin(\omega t) = \epsilon_0 \mu_0 2E_{\max} \omega^2 \sin(kx) \sin(\omega t),$$

que é verdade, pois $\epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = \frac{1}{c^2} \omega^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = k^2$. O mesmo acontece com B_z .

b) Eq. 32.12:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \rightarrow -2E_{\max} k \cos(kx) \sin \omega t = -\left[2B_{\max} \omega \cos(kx) \sin(\omega t)\right]$$

$$E_{\max} = c B_{\max} \text{ e } \frac{\omega}{c} = k$$

Eq. 32.14:

$$-\frac{\partial B_z}{\partial x} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \rightarrow -\left[2B_{\max} k \sin(kx) \cos(\omega t)\right] = \epsilon_0 \mu_0 \left[-2E_{\max} \omega \sin(kx) \cos(\omega t)\right]$$

$$E_{\max} = c B_{\max}, \epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}, \frac{\omega}{c} = k$$

32.44 Existem projetos para o uso de coletores solares em satélites que orbitam em torno da Terra. A potência coletada pelo satélite seria enviada para a Terra sob forma de radiação de microondas. Para um feixe de microondas cuja seção reta possui área igual a $36,0 \text{ m}^2$ incidindo sobre a superfície da Terra com uma potência total de $2,80 \text{ kW}$, qual seria a amplitude do campo elétrico do feixe sobre a superfície da Terra?

Sabemos que $I = \frac{P}{A}$ e $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$. Logo, $\frac{P}{A} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2 \rightarrow$

$$\rightarrow E_{\max} = \sqrt{\frac{2P}{A\epsilon_0 c}} \rightarrow E_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,80 \cdot 10^3}{36,0 \cdot \epsilon_0 \cdot 3,00 \cdot 10^8}} = \underline{242 \frac{\text{V}}{\text{m}}}$$

32.46 O plano de uma superfície é perpendicular à direção de propagação de um feixe de ondas eletromagnéticas com intensidade I . A superfície absorve uma fração w da intensidade incidente, sendo $0 \leq w \leq 1$, e reflete a parte restante. (a) Mostre que a pressão da radiação sobre a superfície é dada por $(2-w)I/c$. (b) Mostre que o resultado precedente fornece a expressão correta para uma superfície (i) totalmente absorvedora; (ii) totalmente refletora. (c) Para uma intensidade incidente de $1,40 \text{ kW/m}^2$, qual é a pressão da radiação quando ocorre uma absorção de 90%? E quando ocorre uma reflexão de 90%?

a) A pressão total de radiação

$$\text{é } P_{\text{rad,tot}} = P_{\text{rad,abs}} + P_{\text{rad,refl}}$$

sendo w a fração de intensidade incidente que é absorvida, ou

que:

$$P_{\text{rad,abs}} = \frac{wI}{c}$$

O restante, a fração $1-w$, corresponde à parte refletida:

$$P_{\text{rad,refl}} = \frac{(1-w)2I}{c}$$

Juntando tudo:

$$P_{\text{rad,tot}} = \frac{wI}{c} + \frac{(1-w)2I}{c} = \frac{wI + 2I - 2wI}{c} = \frac{I(2-w)}{c}$$

b) i) superfície totalmente absorvedora: $w=1 \rightarrow P_{\text{rad,tot}} = \frac{I}{c}$

ii) superfície totalmente refletora: $w=0 \rightarrow P_{\text{rad,tot}} = \frac{2I}{c}$

$$c) \boxed{P_{\text{rad}} = \frac{I(2-w)}{c} = \frac{1,40 \cdot 10^3 (2-0,9)}{3,00 \cdot 10^8} = 5,13 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}}$$

$$\text{Se } 90\% \text{ é REFLETIDO, } w = 10\% \rightarrow \boxed{P_{\text{rad}} = \frac{1,40 \cdot 10^3 (2-0,1)}{3,00 \cdot 10^8} = 8,87 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}}$$