

30.16 Existe uma proposta para usar grandes indutores como dispositivos para armazenar energia. (a) Qual é a energia total convertida em energia térmica e energia luminosa quando uma lâmpada incandescente de 200 W fica acesa durante um dia? (b) Se a energia calculada na parte (a) fosse armazenada em um indutor no qual circulasse uma corrente de 80,0 A, qual seria sua indutância?

$$a) E = P \cdot \Delta t$$

$$E = 200 \cdot (24 \cdot 3600)$$

$$E = 1,73 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$b) U = \frac{1}{2} L i^2 \rightarrow L = \frac{2U}{i^2}$$

$$L = \frac{2 \cdot 1,73 \cdot 10^7}{80,0^2}$$

$$L = 5,41 \cdot 10^3 \text{ H}$$

Como comentário, é impraticável usar um indutor assim apenas p/ manter uma lâmpada acesa, o que diria manter uma casa. Isso sem considerar as perdas por efeito Joule.

30.18 Deseja-se armazenar $1,0 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,60 \times 10^6 \text{ J}$ de energia elétrica em um campo magnético uniforme com módulo igual a $0,600 \text{ T}$. (a) Qual é o volume (no vácuo) que o campo magnético deve ocupar para armazenar essa quantidade de energia? (b) Se essa quantidade de energia fosse armazenada (no vácuo) em um volume contido em um cubo de aresta igual a $40,0 \text{ cm}$, qual deveria ser o campo magnético necessário?

$$a) \quad u = \frac{U}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0} \rightarrow V = \frac{2\mu_0 U}{B^2}$$

$$V = \frac{2 \cdot \mu_0 \cdot 3,60 \cdot 10^6}{0,600^2}$$

$$V = 25,1 \text{ m}^3$$

$$b) \quad u = \frac{U}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0} \rightarrow B = \sqrt{\frac{2\mu_0 U}{V}}$$

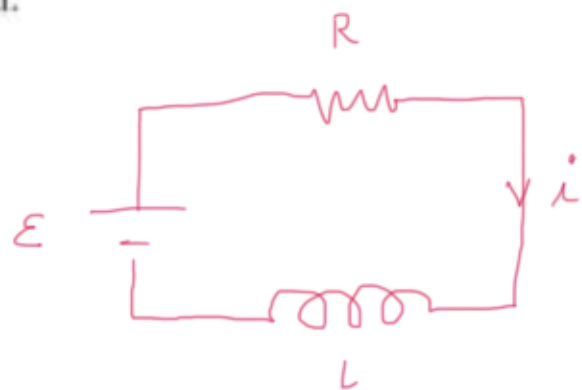
$$B = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu_0 \cdot 3,60 \cdot 10^6}{(0,400)^3}}$$

$$B = 11,9 \text{ T}$$

Um volume ou um campo magnético bastante grandes são necessários para armazenar uma quantidade de energia que não é tão grande assim. Logo, é impraticável.

30.19 Um indutor com uma indutância de 2,50 H e uma resistência igual a 8,0 Ω está conectado aos terminais de uma bateria com fem de 6,0 V e resistência interna desprezível. Calcule (a) a taxa inicial do crescimento da corrente no circuito; (b) a taxa de aumento da corrente no instante em que a corrente é igual a 0,500 A; (c) a corrente 0,250 s depois que o circuito é fechado; (d) a corrente estacionária final.

a)



$$\mathcal{E} - \Delta V_R - \Delta V_L = 0$$

$$\mathcal{E} - Ri - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (1)$$

Inicialmente $i = 0$. Assim:

$$\mathcal{E} - 0 - L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} = \frac{6,0}{2,50} \rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} = 2,4 \frac{A}{s}}$$

b) De (1),

$$\frac{di}{dt} = \frac{\mathcal{E} - Ri}{L} = \frac{6,0 - 8,0 \cdot 0,500}{2,50}$$

$$\boxed{\frac{di}{dt} = 0,8 \frac{A}{s}}$$

c) Resolvendo (1): $i = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad (2)$

$$\boxed{i = \frac{6,0}{8,0} \left(1 - e^{-\frac{8,0}{2,50} \cdot 0,250} \right) = 0,413 A}$$

d) $t \rightarrow \infty$, $\frac{di}{dt} \rightarrow 0$. Assim (2) se torna

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{6,0}{8,0} \rightarrow \boxed{i = 0,75 A}$$

30.20 Um resistor de $15,0 \Omega$ e uma bobina estão conectados em série a uma bateria de $6,30 \text{ V}$ com resistência interna desprezível e uma chave fechada. (a) Após $2,0 \text{ ms}$ da abertura da chave, a corrente diminuiu para $0,210 \text{ A}$. Calcule a indutância da bobina. (b) Calcule a constante de tempo do circuito. (c) Quanto tempo após a chave ser fechada a corrente atingirá $1,0\%$ do seu valor original?

a) Depois de abrir a chave,

$$i = i_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (1)$$

Isolando L :

$$L = - \frac{t \cdot R}{\ln\left(\frac{i}{i_0}\right)}$$

$$L = - \frac{2,0 \cdot 10^{-3} \cdot 15,0}{\ln\left(\frac{0,210}{0,420}\right)} = \underline{43,3 \cdot 10^{-3} \text{ H}}$$

$$b) \tau = \frac{L}{R} = \frac{43,3 \cdot 10^{-3}}{15,0} = \underline{2,89 \text{ ms}}$$

c) Isolando t de (1):

$$t = -\tau \cdot \ln\left(\frac{i}{i_0}\right)$$

$$t = -2,89 \cdot 10^{-3} \ln\left(\frac{1}{100}\right)$$

$$t = \underline{13,3 \text{ ms}}$$

30.21 Uma bateria de 35,0 V com resistência interna desprezível, um resistor de 50,0 Ω e um indutor de 1,25 mH com resistência interna desprezível estão conectados em série a uma chave aberta. A chave é subitamente fechada. (a) Quanto tempo após a chave ser fechada a corrente através do indutor atingirá metade do seu valor máximo? (b) Quanto tempo após o fechamento da chave a energia armazenada no indutor atingirá a metade do seu valor máximo?

$$a) i = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \tau = \frac{L}{R} \quad (1)$$

$$i_{\max} = \frac{\mathcal{E}}{R} \rightarrow t = ?, i = \frac{i_{\max}}{2}$$

$$\therefore \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{2} \rightarrow t = -\tau \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$t = 17,3 \mu\text{s}$$

$$b) U = \frac{1}{2} U_{\max}$$

$$\frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L i_{\max}^2 \rightarrow i = \frac{i_{\max}}{\sqrt{2}}$$

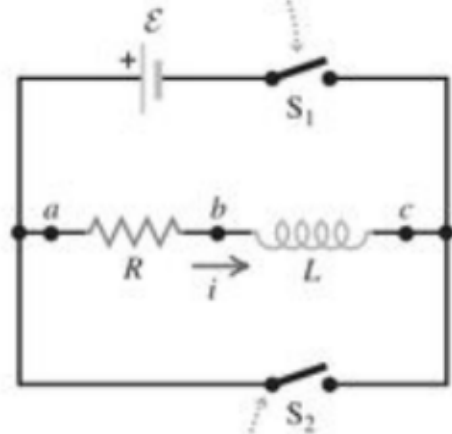
Substituindo isso em (1) e isolando t :

$$t = -\tau \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$t = 30,7 \text{ ms}$$

30.25 Na Figura 30.11, suponha que $\mathcal{E} = 60,0 \text{ V}$, $R = 240 \ \Omega$ e $L = 0,1600 \text{ H}$. A chave S_2 é mantida aberta e fechamos a chave S_1 até que uma corrente constante seja estabelecida. A seguir, a chave S_1 é aberta e a chave S_2 é fechada, de modo que a bateria não alimente mais o circuito. (a) Qual é a corrente inicial no resistor logo após a chave S_1 ser aberta e a chave S_2 ser fechada? (b) Qual é a corrente no resistor quando $t = 4,0 \times 10^{-4} \text{ s}$? (c) Qual é a diferença de potencial entre os pontos b e c quando $t = 4,0 \times 10^{-4} \text{ s}$? Qual dos dois pontos está a um potencial mais elevado? (d) Quanto tempo é necessário para que a corrente se reduza à metade de seu valor inicial?

Fechando a chave S_1 , podemos conectar a combinação R - L a uma fonte com fem \mathcal{E} .

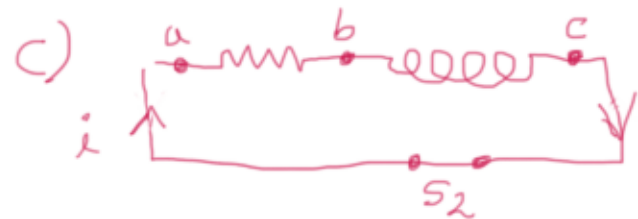


Fechando a chave S_2 e abrindo a chave S_1 , desconectamos a combinação da fonte.

Figura 30.11 Um circuito R - L .

a) Quando S_1 está fechada e S_2 aberta, vale que $\mathcal{E} - Ri - L \frac{di}{dt} = 0$. A corrente começa em $i = 0$, em $t = 0$, e evolui com $i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. Para t suficientemente grande ($t \rightarrow \infty$), $i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{60,0}{240} = 0,250 \text{ A}$. Essa é a corrente inicial quando S_1 é aberta e S_2 é fechada.

b)
$$i = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 0,250 e^{-\frac{4,0 \cdot 10^{-4}}{\left(\frac{0,160}{240}\right)}} = \boxed{0,137 \text{ A}}$$



$$V_c > V_b, \quad V_a > V_b$$

$$-\Delta V_{ba} + \Delta V_{cb} = 0$$

$$\Delta V_{cb} = \Delta V_{ba}$$

$$\Delta V_{cb} = R \cdot i = 240 \cdot 0,137$$

$$\boxed{\Delta V_{cb} = 32,9 \text{ V}}$$

d)
$$\left. \begin{aligned} i &= i_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \\ i &= \frac{i_0}{2} \end{aligned} \right\} t = -\tau \ln\left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow \boxed{t = 4,62 \cdot 10^{-4} \text{ s}}$$

30.28 Um capacitor de $20,0 \mu\text{F}$ é carregado por uma fonte de alimentação de $150,0 \text{ V}$ e, a seguir, desconectado da fonte para ser conectado em série a um indutor de $0,280 \text{ mH}$. Calcule: (a) a frequência de oscilação do circuito; (b) a energia armazenada no capacitor no instante $t = 0 \text{ ms}$ (o momento da conexão com o indutor); (c) a energia armazenada no indutor no instante $t = 1,30 \text{ ms}$.

$$a) \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,280 \cdot 10^{-3} \cdot 20,0 \cdot 10^{-6}}}$$

$$f = 2,13 \cdot 10^3 \text{ Hz} \quad \text{ou} \quad f = 2,13 \text{ kHz}$$

$$b) U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 \\ = \frac{1}{2} \cdot 20,0 \cdot 10^{-6} \cdot 150,0^2$$

$$U = 0,225 \text{ J}$$

$$c) q(t) = Q \cos(\omega t + \phi)$$

Para $t=0$, $q(0)$ é máximo (capacitor totalmente carregado). Logo, $\phi=0$. Portanto $q(t) = Q \cos(\omega t)$. Assim, a corrente é $i = \frac{dq}{dt} = -Q\omega \sin(\omega t)$. Como $Q = C \Delta V$ e $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, i é plenamente determinado. Portanto:

$$U = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L Q^2 \omega^2 \sin^2(\omega t) = \frac{1}{2} L \frac{C^2 \Delta V^2}{LC} \sin^2(\omega t) = \\ = \frac{1}{2} C \Delta V^2 \sin^2(\omega t) \xrightarrow[\text{ou valores}]{\text{substituindo}} U(1,30 \text{ ms}) = 0,223 \text{ J}$$

30.29 Um capacitor de $7,50 \text{ nF}$ é carregado até $12,0 \text{ V}$ e, a seguir, desconetado da fonte de alimentação e conectado em série através de uma bobina. O período de oscilação do circuito é medido em $8,60 \times 10^{-5} \text{ s}$. Calcule: (a) a indutância da bobina; (b) a carga máxima no capacitor; (c) a energia total do circuito; (d) a corrente máxima no circuito.

a) O período de oscilação é dado por

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{LC}$$

Isolando L :

$$L = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{C} = \left(\frac{8,60 \cdot 10^{-5}}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{7,50 \cdot 10^{-9}}$$

$$L = 2,50 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$b) \quad Q = C \Delta V$$

$$= 7,50 \cdot 10^{-9} \cdot 12,0$$

$$Q = 9,00 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$c) \quad U_T = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta V$$

$$U_T = \frac{1}{2} \cdot 7,50 \cdot 10^{-9} \cdot 12,0^2$$

$$U_T = 5,40 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

d) A corrente máxima ocorre quando o capacitor está totalmente descarregado:

$$U_T = U_C + U_L \rightarrow U_T = 0 + \frac{1}{2} L i_{\max}^2 \rightarrow i_{\max} = \sqrt{\frac{2 U_T}{L}}$$

$$i_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,40 \cdot 10^{-7}}{2,50 \cdot 10^{-3}}} \rightarrow i_{\max} = 6,58 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

30.31 Oscilações L-C. Um capacitor com capacitância igual a $6,0 \times 10^{-5} \text{ F}$ é carregado conectando-o a uma bateria de $12,0 \text{ V}$. A seguir, o capacitor é desconectado da bateria e conectado a um indutor com $L = 1,50 \text{ H}$. (a) Calcule a frequência angular ω das oscilações elétricas e o período dessas oscilações (o tempo de uma oscilação). (b) Qual é a carga inicial do capacitor? (c) Qual é a energia inicial armazenada no capacitor? (d) Qual é a carga do capacitor $0,0230 \text{ s}$ depois de ele ser ligado ao indutor? Interprete o sinal de sua resposta. (e) No instante dado no item (d), qual é a corrente no indutor? Interprete o sinal de sua resposta. (f) No instante dado no item (d), qual é a energia elétrica armazenada no capacitor e qual é a energia armazenada no indutor?

$$a) \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1,50 \cdot 6,0 \cdot 10^{-5}}} = 105,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow T = \frac{2\pi}{105,4} \rightarrow T = 0,0596 \text{ s}$$

$$b) Q = C \Delta V \rightarrow Q = 6,0 \cdot 10^{-5} \cdot 12,0$$

$$Q = 7,20 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$c) U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{1}{2} \cdot 6,0 \cdot 10^{-5} \cdot 12,0^2$$

$$U = 4,32 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$d) q(t) = Q \cos(\omega t + \phi)$$

como em $t=0$, $q(0) = Q$ que é a carga máxima, $\phi = 0$. Assim, $q(t) = Q \cos(\omega t)$.

Assim:

$$q(0,0230) = 7,20 \cdot 10^{-4} \cos(105,4 \cdot 0,0230)$$

$$q(0,0230) = -5,42 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

O sinal $-$ indica que o capacitor já havia sido totalmente

descarregado e agora está carregando novamente, com as placas agora com sinais opostos aos que começaram.

$$\begin{aligned}
 e) \quad \overline{i} &= -\omega Q \sin(\omega t) \\
 &= -105,4 \cdot 7,20 \cdot 10^{-4} \sin(105,4 \cdot 0,0230) \\
 &= \underline{-0,050 \text{ A}}
 \end{aligned}$$

O sinal negativo significa que a corrente está no sentido anti-horário.

$$f) \quad \overline{U}_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{(-5,42 \cdot 10^{-4})^2}{2 \cdot 6,00 \cdot 10^{-5}} = \underline{2,45 \cdot 10^{-3} \text{ J}}$$

$$\overline{U}_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,50 \cdot 0,050^2 = \underline{1,87 \cdot 10^{-3} \text{ J}}$$

Curiosidade:

$$\begin{aligned}
 U_C + U_L &= 2,45 \cdot 10^{-3} + 1,87 \cdot 10^{-3} \\
 &= 4,32 \cdot 10^{-3} \text{ J}
 \end{aligned}$$

que é a energia total do circuito armazenada inicialmente apenas no capacitor (item c).

30.35 (a) Aplicando as equações (30.21) e (30.23) para um circuito L - C , escreva expressões para a energia armazenada em um capacitor em função do tempo e para a energia armazenada em um indutor em função do tempo. (b) Usando a Equação (30.22) e a identidade trigonométrica $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, mostre que a energia total em um circuito L - C é constante e igual a $Q^2/2C$.

$$\text{Eq. 30.21} \rightarrow q(t) = Q \cos(\omega t + \phi)$$

$$\text{Eq. 30.23} \rightarrow i = \frac{dq}{dt} = -\omega Q \sin(\omega t + \phi)$$

$$\text{a) } \boxed{U_c(t) = \frac{q(t)^2}{2C} = \frac{Q^2 \cos^2(\omega t + \phi)}{2C}}$$

$$\boxed{U_L(t) = \frac{1}{2} L i(t)^2 = \frac{1}{2} L \omega^2 Q^2 \sin^2(\omega t + \phi) =}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{L Q^2}{LC} \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$= \boxed{\frac{Q^2}{2C} \sin^2(\omega t + \phi)}$$

$$\text{b) } U_c(t) + U_L(t) = \frac{Q^2}{2C} \cos^2(\omega t + \phi) + \frac{Q^2}{2C} \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$\therefore \boxed{U_c(t) + U_L(t) = \frac{Q^2}{2C}}$$

já que $\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi) = 1$.