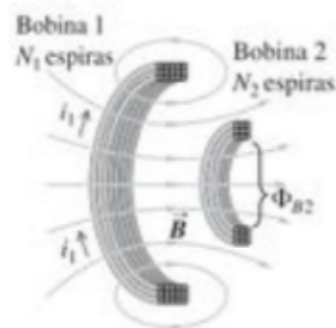


INDUTÂNCIA

Indutância mútua: quando uma corrente variável i_1 em um circuito produz um fluxo magnético variável em outro circuito, uma fem \mathcal{E}_2 é induzida no segundo circuito. Analogamente, uma corrente variável i_2 no segundo circuito gera uma fem \mathcal{E}_1 no primeiro circuito. A constante M , denominada indutância mútua, depende da geometria das duas bobinas e do material entre elas. Quando os circuitos são bobinas com N_1 e N_2 espiras, respectivamente, a indutância mútua pode ser expressa em termos do fluxo magnético médio ϕ_{B2} através de cada espira da bobina 2 produzido pela corrente i_1 da bobina 1, ou em termos do fluxo magnético médio ϕ_{B1} através de cada espira da bobina 1 gerado pela corrente i_2 da bobina 2. A unidade SI de indutância mútua é o henry, abreviado por H. (Ver exemplos 30.1 e 30.2.)

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} \text{ e } \mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt} \quad (30.4)$$

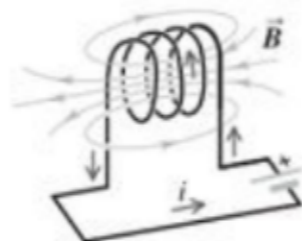
$$M = \frac{N_2 \Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_1 \Phi_{B1}}{i_2} \quad (30.5)$$



Auto-indutância: uma corrente variável i em qualquer circuito induz uma fem \mathcal{E} no mesmo circuito, chamada de fem auto-induzida. A constante L , denominada auto-indutância ou indutância, depende da geometria do circuito e do material existente em suas vizinhanças. A indutância de uma bobina com N espiras é relacionada com o fluxo magnético médio Φ_B através de cada espira produzido pela corrente i que passa na bobina. Denomina-se indutor um dispositivo, em geral com uma bobina, que apresenta uma indutância elevada. (Ver exemplos 30.3 e 30.4.)

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt} \quad (30.7)$$

$$L = \frac{N \Phi_B}{i} \quad (30.6)$$



Energia do campo magnético: um indutor com indutância L que conduz uma corrente I possui energia U associada ao campo magnético do indutor. A densidade de energia magnética u (energia por unidade de volume) é proporcional ao quadrado do módulo do campo magnético. (Veja os exemplos 30.5 e 30.6.)

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \quad (30.9)$$

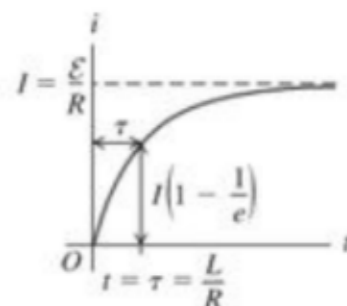
$$u = \frac{B^2}{2 \mu_0} \quad (\text{no vácuo}) \quad (30.10)$$

$$u = \frac{B^2}{2 \mu} \quad (30.11)$$

(em um material com permeabilidade magnética μ)

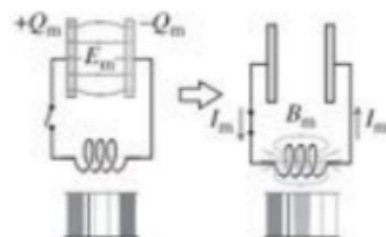
Circuitos R-L: em um circuito R-L, contendo um resistor R , um indutor L e uma fonte de fem, o aumento e o decréscimo da corrente são dados por uma função exponencial, com um tempo característico τ denominado constante de tempo. Esse valor fornece o intervalo de tempo necessário para que a corrente atinja um valor igual a $1/e$ de seu valor final. (Ver exemplos 30.7 e 30.8.)

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (30.16)$$



Circuitos L-C: um circuito L-C, com um indutor L e um capacitor C , executa oscilações elétricas com uma frequência angular ω que depende de L e de C . Tal circuito é análogo a um oscilador harmônico, sendo a indutância L análoga à massa m , o inverso da capacitância ($1/C$) análogo à constante da mola k , a carga q análoga ao deslocamento x e a corrente i análoga à velocidade v . (Ver exemplos 30.9 e 30.10.)

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (30.22)$$



30.1 A indutância mútua entre duas bobinas é $M = 3,25 \times 10^{-4}$ H. A corrente i_1 na primeira bobina cresce com uma taxa uniforme de 830 A/s. (a) Qual é a fem induzida na segunda bobina? Ela é constante? (b) Suponha que a corrente esteja circulando na segunda bobina em vez de na primeira. Qual é o módulo da fem induzida na primeira bobina?

$$\begin{aligned} a) \quad |\mathcal{E}_2| &= M \left| \frac{di_1}{dt} \right| \\ &= 3,25 \cdot 10^{-4} \cdot 830 \end{aligned}$$

$$|\mathcal{E}_2| = 0,270 \text{ V}$$

Essa fem é constante.

$$\begin{aligned} b) \quad |\mathcal{E}_1| &= M \left| \frac{di_2}{dt} \right| \\ &= 0,270 \text{ V} \end{aligned}$$

Ou seja, $|\mathcal{E}_1| = |\mathcal{E}_2|$ pois, nesse caso particular,

$$\left| \frac{di_1}{dt} \right| = \left| \frac{di_2}{dt} \right|$$

30.4 Um solenóide com 25 espiras de fio é enrolado de forma compacta em torno de outra bobina com 300 espiras (veja o Exemplo 30.1). O solenóide interno tem 25,0 cm de comprimento e diâmetro de 2,0 cm. Em um dado momento, a corrente no solenóide interno é igual a 0,120 A e aumenta a uma taxa de $1,75 \times 10^3$ A/s. Desta vez, calcule: (a) o fluxo magnético médio através de cada espira do solenóide interno; (b) a indutância mútua dos dois solenóides; (c) a fem induzida no solenóide externo pela corrente variante no solenóide interno.

a) No solenóide interno⁽¹⁾, o campo magnético devido à passagem da corrente é

$$B_1 = \mu_0 i_1 n = \frac{\mu_0 i_1 N}{L} = \frac{\mu_0 \cdot 0,120 \cdot 300}{0,25}$$

$$\boxed{B_1 = 1,81 \cdot 10^{-4} \text{ T}}$$

Portanto, o fluxo (médio) através de cada espira do solenóide é:

$$\boxed{\Phi_{B,1} = B_1 \cdot A = 1,81 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot \left(\frac{2,0 \cdot 10^{-2}}{2}\right)^2 = 5,68 \cdot 10^{-8} \text{ Wb}}$$

$$b) M = \frac{N_2 \Phi_{B,2}}{i_1} = \frac{N_1 \Phi_{B,1}}{i_2}$$

Como um solenóide é enrolado em torno do outro de maneira compacta, $\Phi_{B,2} = \Phi_{B,1}$. Assim:

$$\boxed{M = \frac{N_2 \Phi_{B,2}}{i_1} = \frac{25 \cdot 5,68 \cdot 10^{-8}}{0,120} = 1,18 \cdot 10^{-5} \text{ H}}$$

$$c) \mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} = -1,18 \cdot 10^{-5} \cdot 1750$$

$$\boxed{\mathcal{E}_2 = -0,0207 \text{ V}}$$

30.5 Dois solenóides toroidais são enrolados sobre um mesmo núcleo de modo que o campo magnético de um passa através das espiras do outro. O toróide 1 possui 700 espiras, enquanto o toróide 2 possui 400 espiras. Quando a corrente no toróide 1 é igual a 6,52 A, o fluxo magnético médio através de cada espira da bobina 2 é igual a 0,0320 Wb. (a) Qual é a indutância mútua do sistema com os dois toróides? (b) Quando a corrente na bobina 2 é igual a 2,54 A, qual é o fluxo magnético médio através de cada espira da bobina 1?

$$a) M = \frac{N_2 \Phi_{B,2}}{i_1} = \frac{400 \cdot 0,0320}{6,52}$$

$$M = 1,96 \text{ H}$$

$$b) M = \frac{N_1 \Phi_{B,1}}{i_2} \rightarrow \Phi_{B,1} = \frac{i_2 M}{N_1}$$

$$\rightarrow \Phi_{B,1} = \frac{2,54 \cdot 1,96}{700} \rightarrow \Phi_{B,1} = 7,11 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

30.6 Um solenóide toroidal possui 500 espiras, área de seção reta de $6,25 \text{ m}^2$ e raio médio de $4,0 \text{ cm}$. (a) Calcule a auto-indutância da bobina. (b) Para o caso em que a corrente diminui uniformemente de $5,0 \text{ A}$ para $2,0 \text{ A}$ em $3,0 \text{ ms}$, calcule a fem auto-induzida na bobina. (c) A corrente está orientada no sentido do terminal a da bobina para o terminal b . O sentido da fem induzida é de a para b ou de b para a ?

a) Para um solenóide toroidal,

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot 500^2 \cdot 6,25}{2\pi \cdot 0,040}$$

$$= \underline{7,81 \text{ H}}$$

$$b) \quad \mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$$

$$= -7,81 \cdot \left(\frac{2,0 - 5,0}{3,0 \cdot 10^{-3}} \right)$$

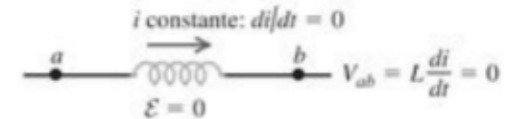
$$= \underline{0,781 \text{ V}}$$

c) Como a corrente está decrescendo, então a fem induzida estará no mesmo sentido da corrente, ou seja, de a para b , de modo que b possua o maior potencial.

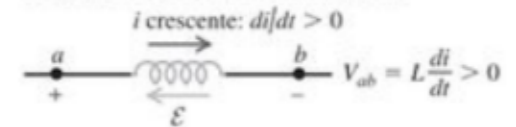
(a) Resistor com corrente i fluindo de a para b : o potencial diminui de a para b .



(b) Indutor com corrente constante i fluindo de a para b : não há diferença de potencial.



(c) Indutor com a corrente crescente i fluindo de a para b : o potencial cai de a para b .



(d) Indutor com corrente decrescente i fluindo de a para b : o potencial aumenta de a para b .

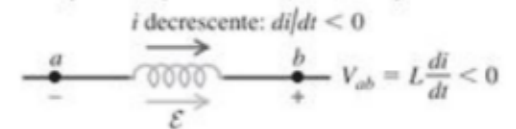


Figura 30.6 (a) A diferença de potencial através de um resistor depende da corrente. (b), (c) e (d) A diferença de potencial através de um indutor depende da taxa de variação da corrente.

30.7 No instante em que a corrente em um indutor está aumentando com uma taxa 0,0640 A/s, o módulo da fem auto-induzida é igual a 0,0160 V. (a) Qual é a indutância do indutor? (b) Se o indutor é um solenóide com 400 espiras, qual é o fluxo magnético médio através de cada espira quando a corrente é igual a 0,720 A?

$$a) |\mathcal{E}| = L \left| \frac{di}{dt} \right| \rightarrow L = \frac{|\mathcal{E}|}{\left| \frac{di}{dt} \right|}$$

$$L = \frac{0,0160}{0,0640} \rightarrow \boxed{L = 0,250 \text{ H}}$$

$$b) L = \frac{N\phi_B}{i}$$

$$\phi_B = \frac{L \cdot i}{N} = \frac{0,250 \cdot 0,720}{400}$$

$$\boxed{\phi_B = 4,50 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}$$

30.9 O indutor na Figura 30.18 apresenta indutância de 0,260 H e conduz uma corrente no sentido indicado que diminui com uma taxa constante dada por $di/dt = -0,0180$ A/s. (a) Qual é a fem auto-induzida? (b) Qual é a extremidade do indutor que está a um potencial mais elevado, a ou b ?

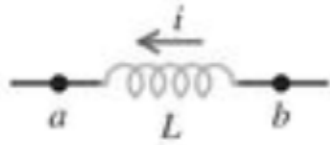


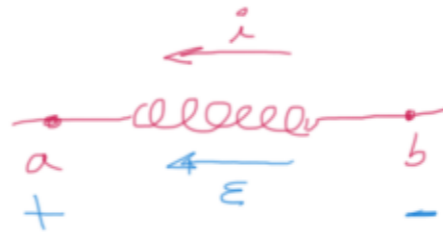
Figura 30.18 Exercícios 30.9 e 30.10.

$$a) |\mathcal{E}| = L \left| \frac{di}{dt} \right|$$

$$= 0,260 \cdot 0,0180$$

$$|\mathcal{E}| = 4,68 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

b) A situação proposta nesse exercício é a situação d) do esquema só que ao contrário. Assim,

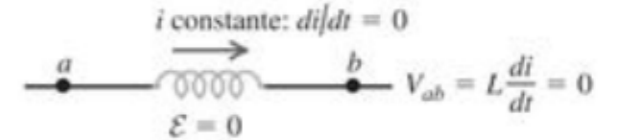


Portanto, a está com um potencial mais elevado.

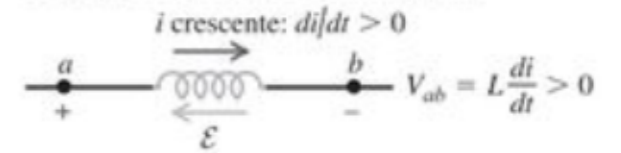
(a) Resistor com corrente i fluindo de a para b : o potencial diminui de a para b .



(b) Indutor com corrente constante i fluindo de a para b : não há diferença de potencial.



(c) Indutor com a corrente crescente i fluindo de a para b : o potencial cai de a para b .



(d) Indutor com corrente decrescente i fluindo de a para b : o potencial aumenta de a para b .

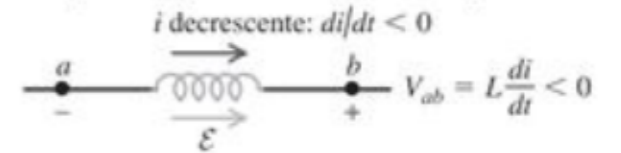


Figura 30.6 (a) A diferença de potencial através de um resistor depende da corrente. (b), (c) e (d) A diferença de potencial através de um indutor depende da taxa de variação da corrente.

30.10 O indutor indicado na Figura 30.18 possui indutância igual a 0,260 H e transporta uma corrente no sentido indicado. A taxa de variação da corrente é constante. (a) O potencial entre os pontos a e b é $V_{ab} = 1,04$ V, com o ponto a possuindo potencial mais elevado. A corrente está aumentando ou diminuindo? (b) Quando a corrente em $t = 0$ é de 12,0 A, qual é a corrente em $t = 2,0$ s?

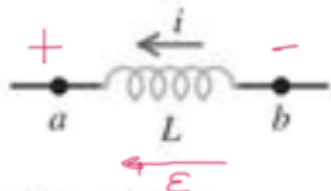


Figura 30.18 Exercícios 30.9 e 30.10.

a) Como o potencial em a é mais elevado, e possui o mesmo sentido da corrente (ver figura acima). Logo, i está diminuindo, ou seja, $\frac{di}{dt} < 0$, de modo que \mathcal{E} compensa isso.

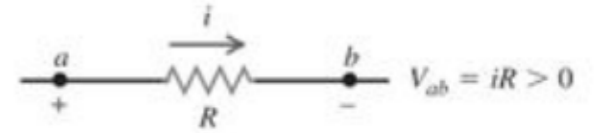
$$b) |\mathcal{E}| = L \left| \frac{di}{dt} \right|$$

$$\left| \frac{di}{dt} \right| = \frac{|\mathcal{E}|}{L} = \frac{1,04}{0,260}$$

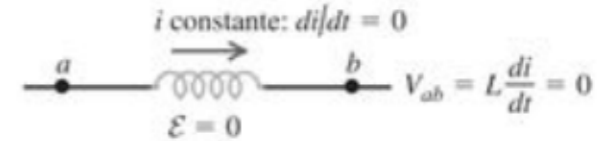
$$\left| \frac{di}{dt} \right| = 4,00 \frac{\text{A}}{\text{s}}$$

Assim, depois de 2,0 s, partindo de 12,0 A, a corrente será $12,0 - 8,0 = \underline{4,0 \text{ A}}$.

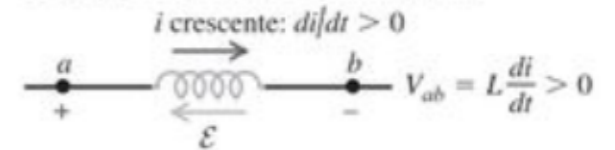
(a) Resistor com corrente i fluindo de a para b ; o potencial diminui de a para b .



(b) Indutor com corrente constante i fluindo de a para b ; não há diferença de potencial.



(c) Indutor com a corrente crescente i fluindo de a para b ; o potencial cai de a para b .



(d) Indutor com corrente decrescente i fluindo de a para b ; o potencial aumenta de a para b .

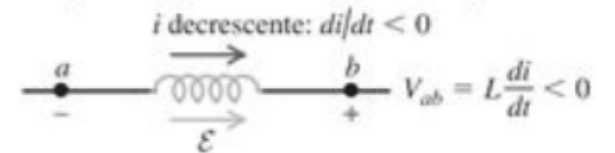


Figura 30.6 (a) A diferença de potencial através de um resistor depende da corrente. (b), (c) e (d) A diferença de potencial através de um indutor depende da taxa de variação da corrente.

30.12 Um indutor usado em uma fonte de alimentação de corrente contínua possui uma indutância igual a 12,0 H e uma resistência de 180 Ω . Ele conduz uma corrente de 0,300 A. (a) Qual é a energia armazenada no campo magnético? (b) Qual é a taxa de produção de energia térmica no indutor? (c) Sua resposta do item (b) significa que a energia magnética está diminuindo com o tempo? Explique.

$$\begin{aligned} \text{a) } U &= \frac{1}{2} L i^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 12,0 \cdot 0,300^2 \\ &= \boxed{0,540 \text{ J}} \end{aligned}$$

$$\text{b) } P = R i^2 = 180 \cdot 0,300^2$$

$$\boxed{P = 16,2 \text{ W}}$$

c) Não. Como $i = \text{constante}$, então a energia armazenada é também constante. A energia que está sendo convertida no resistor vem da fem da fonte de alimentação, a qual faz com que i seja constante.

30.14 Um solenóide toroidal cheio de ar possui 300 espiras e um raio médio de 12,0 cm, com seção reta de área igual a 4,0 cm². Supondo que a corrente seja de 5,0 A, calcule: (a) o campo magnético do solenóide; (b) a auto-indutância do solenóide; (c) a energia armazenada no campo magnético; (d) a densidade de energia no campo magnético. (e) Confira sua resposta para o item (d), dividindo a sua resposta para o item (c) pelo volume do solenóide.

a) O campo magnético dentro do solenóide toroidal é

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r} = \frac{\mu_0 \cdot 300 \cdot 5,0}{2 \cdot \pi \cdot 0,120} = 2,50 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} = \frac{\mu_0 \cdot 300^2 \cdot 4,0 \cdot 10^{-4}}{2\pi \cdot 0,120} = 6,00 \cdot 10^{-5} \text{ H}$$

$$c) U = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \cdot 6,00 \cdot 10^{-5} \cdot 5,0^2$$

$$U = 7,50 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$d) u = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{(2,50 \cdot 10^{-3})^2}{2\mu_0}$$

$$u = 2,49 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$$e) u = \frac{U}{2\pi r A} = \frac{7,50 \cdot 10^{-4}}{2\pi \cdot 0,120 \cdot 4,00 \cdot 10^{-4}}$$

$$u = 2,49 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

30.15 Um solenóide de 25,0 cm de comprimento e área de seção reta de $0,500 \text{ cm}^2$ contém 400 espiras e transporta uma corrente de 80,0 A. Calcule: (a) o campo magnético no solenóide; (b) a densidade de energia no campo magnético, se o solenóide for preenchido com ar; (c) a energia total contida no campo magnético da bobina (suponha o campo uniforme); (d) a indutância do solenóide.

$$\begin{aligned} a) \quad B &= \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{L} = \\ &= \frac{\mu_0 \cdot 400 \cdot 80,0}{0,25} = \boxed{0,161 \text{ T}} \end{aligned}$$

$$b) \quad u = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{0,161^2}{2\mu_0} = \boxed{1,03 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}}$$

$$\begin{aligned} c) \quad U &= u \cdot V \\ &= u \cdot L \cdot A \\ &= 1,03 \cdot 10^4 \cdot 0,25 \cdot 0,500 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\boxed{U = 0,129 \text{ J}}$$

$$d) \quad U = \frac{1}{2} L i^2 \rightarrow L = \frac{2U}{i^2}$$

$$L = \frac{2 \cdot 0,129}{80,0^2}$$

$$\boxed{L = 4,02 \cdot 10^{-5} \text{ H}}$$