INDUTÂNCIA

Indutância mútua: quando uma corrente variável i_1 em um circuito produz um fluxo magnético variável em outro circuito, uma fem $\mathcal{E}_2$ é induzida no segundo circuito. Analogamente, uma corrente variável i_2 no segundo circuito gera uma fem $\mathcal{E}_1$ no primeiro circuito. A constante M, denominada indutância mútua, depende da geometria das duas bobinas e do material entre elas. Quando os circuitos são bobinas com N_1 e N_2 espiras, respectivamente, a indutância mútua pode ser expressa em termos do fluxo magnético médio ϕ_{B2} através de cada espira da bobina 2 produzido pela corrente i_1 da bobina 1, ou em termos do fluxo magnético médio ϕ_{B1} através de cada espira da bobina 1 gerado pela corrente i_2 da bobina 2. A unidade SI de indutância mútua é o henry, abreviado por H. (Ver exemplos 30.1 e 30.2.)

$$\frac{V}{A} = \frac{Vs}{A}$$

$$\mathcal{E}_2 = -M\frac{di_1}{dt} \text{ e } \mathcal{E}_1 = -M\frac{di_2}{dt} \qquad (30.4)$$

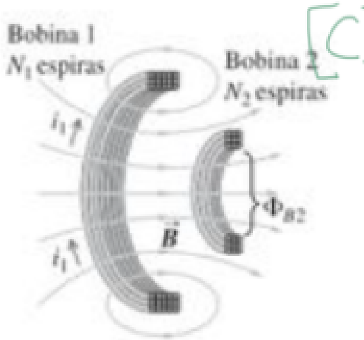
$$M = \frac{N_2\Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_1\Phi_{B1}}{i_2} \qquad (30.5)$$

$[M] = H$

$[C] = F$

são unidades muito grandes

μF, mH...

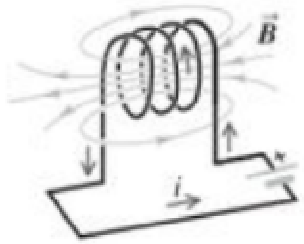


Auto-indutância: uma corrente variável i em qualquer circuito induz uma fem $\mathcal{E}$ no mesmo circuito, chamada de fem auto-induzida. A constante L, denominada auto-indutância ou indutância, depende da geometria do circuito e do material existente em suas vizinhanças. A indutância de uma bobina com N espiras é relacionada com o fluxo magnético médio Φ_B através de cada espira produzido pela corrente i que passa na bobina. Denomina-se indutor um dispositivo, em geral com uma bobina, que apresenta uma indutância elevada. (Ver exemplos 30.3 e 30.4.)

$$\boxed{\mathcal{E} = -L\frac{di}{dt}} \qquad (30.7)$$

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \qquad (30.6)$$

→ auto-indutância ou "indutância"



Energia do campo magnético: um indutor com indutância L que conduz uma corrente I possui energia U associada ao campo magnético do indutor. A densidade de energia magnética u (energia por unidade de volume) é proporcional ao quadrado do módulo do campo magnético. (Veja os exemplos 30.5 e 30.6.)

$U_C = \frac{1}{2} C \Delta V^2$

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \qquad (30.9)$$

$u = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$

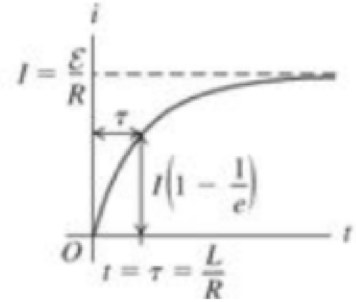
$$u = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad \text{(no vácuo)} \qquad (30.10)$$

$$u = \frac{B^2}{2\mu} \qquad (30.11)$$

(em um material com permeabilidade magnética μ)

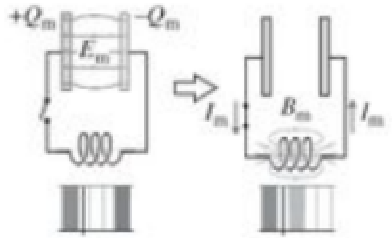
Circuitos R-L: em um circuito R-L, contendo um resistor R, um indutor L e uma fonte de fem, o aumento e o decréscimo da corrente são dados por uma função exponencial, com um tempo característico τ denominado constante de tempo. Esse valor fornece o intervalo de tempo necessário para que a corrente atinja um valor igual a $1/e$ de seu valor final. (Ver exemplos 30.7 e 30.8.)

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad (30.16)$$



Circuitos L-C: um circuito L-C, com um indutor L e um capacitor C, executa oscilações elétricas com uma freqüência angular ω que depende de L e de C. Tal circuito é análogo a um oscilador harmônico, sendo a indutância L análoga à massa m, o inverso da capacitância ($1/C$) análogo à constante da mola k, a carga q análoga ao deslocamento x e a corrente i análoga à velocidade v_x. (Ver exemplos 30.9 e 30.10.)

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \qquad (30.22)$$



30.1 A indutância mútua entre duas bobinas é $M = 3{,}25 \times 10^{-4}$ H. A corrente i_1 na primeira bobina cresce com uma taxa uniforme de 830 A/s. (a) Qual é a fem induzida na segunda bobina? Ela é constante? (b) Suponha que a corrente esteja circulando na segunda bobina em vez de na primeira. Qual é o módulo da fem induzida na primeira bobina?

a) $|\varepsilon_2| = M\left|\dfrac{di_1}{dt}\right|$

$= 3{,}25 \cdot 10^{-4} \cdot 830$

$\boxed{|\varepsilon_2| = 0{,}270\ V}$

Essa fem é constante.

b) $\boxed{|\varepsilon_1|} = M\left|\dfrac{di_2}{dt}\right|$

$= \boxed{0{,}270\ V}$

Ou seja, $|\varepsilon_1| = |\varepsilon_2|$ pois, nesse caso particular,

$\left|\dfrac{di_1}{dt}\right| = \left|\dfrac{di_2}{dt}\right|$

$\varepsilon_1 = -L\dfrac{di_1}{dt}$ ...

30.4 Um solenóide com 25 espiras de fio é enrolado de forma compacta em torno de outra bobina com 300 espiras (veja o Exemplo 30.1). O solenóide interno tem 25,0 cm de comprimento e diâmetro de 2,0 cm. Em um dado momento, a corrente no solenóide interno é igual a 0,120 A e aumenta a uma taxa de $1{,}75 \times 10^3$ A/s. Desta vez, calcule: (a) o fluxo magnético médio através de cada espira do solenóide interno; (b) a indutância mútua dos dois solenóides; (c) a fem induzida no solenóide externo pela corrente variante no solenóide interno.

a) No solenóide interno(1), o campo magnético devido à passagem da corrente é

$$B_1 = \mu_0 i_1 n = \frac{\mu_0 i_1 N}{L} = \frac{\mu_0 \cdot 0{,}120 \cdot 300}{0{,}25}$$

$$\boxed{B_1 = 1{,}81 \cdot 10^{-4}\,T}$$

Portanto, o fluxo (médio) através de cada espira do solenóide é:

$$\boxed{\Phi_{B,1}} = B_1 \cdot A = 1{,}81 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot \left(\frac{2{,}0 \cdot 10^{-2}}{2}\right)^2 = $$

$$= \boxed{5{,}68 \cdot 10^{-8}\,Wb}$$

b) $$M = \frac{N_2 \Phi_{B,2}}{i_1} = \frac{N_1 \Phi_{B,1}}{i_2}$$

Como um solenóide é enrolado em torno do outro de maneira compacta, $\Phi_{B,2} = \Phi_{B,1}$. Assim:

$$\boxed{M = \frac{N_2 \Phi_{B,2}}{i_1}} \approx \frac{25 \cdot 5{,}68 \cdot 10^{-8}}{0{,}120} = \boxed{1{,}18 \cdot 10^{-5}\,H}$$

$\approx \Phi_{B,1}$

c) $$\varepsilon_2 = -M \frac{di_1}{dt} = -1{,}18 \cdot 10^{-5} \cdot 1750$$

$$\boxed{\varepsilon_2 = -0{,}0207\,V}$$

30.5 Dois solenóides toroidais são enrolados sobre um mesmo núcleo de modo que o campo magnético de um passa através das espiras do outro. O toróide 1 possui 700 espiras, enquanto o toróide 2 possui 400 espiras. Quando a corrente no toróide 1 é igual a 6,52 A, o fluxo magnético médio através de cada espira da bobina 2 é igual a 0,0320 Wb. (a) Qual é a indutância mútua do sistema com os dois toróides? (b) Quando a corrente na bobina 2 é igual a 2,54 A, qual é o fluxo magnético médio através de cada espira da bobina 1?

a) $M = \dfrac{N_2 \Phi_{B,2}}{i_1} = \dfrac{400 \cdot 0{,}0320}{6{,}52}$

$= \dfrac{N_1 \Phi_{B,1}}{i_2}$

$\boxed{M = 1{,}96\ H}$

henry

b) $M = \dfrac{N_1 \Phi_{B,1}}{i_2} \to \Phi_{B,1} = \dfrac{i_2 M}{N_1} \to$

$\to \Phi_{B,1} = \dfrac{2{,}54 \cdot 1{,}96}{700} \to \boxed{\Phi_{B,1} = 7{,}11 \cdot 10^{-3}\ Wb} \to T \cdot m^2$

weber

30.6 Um solenóide toroidal possui 500 espiras, área de seção reta de 6,25 m^2 e raio médio de 4,0 cm. (a) Calcule a auto-indutância da bobina. (b) Para o caso em que a corrente diminui uniformemente de 5,0 A para 2,0 A em 3,0 ms, calcule a fem auto-induzida na bobina. (c) A corrente está orientada no sentido do terminal *a* da bobina para o terminal *b*. O sentido da fem induzida é de *a* para *b* ou de *b* para *a*?

a) Para um solenóide toroidal,

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}} = \frac{N \cdot \Phi_B}{i} = \frac{N \cdot B \cdot A}{i} = \frac{N \cdot \frac{\mu_0 i N \cdot A}{2\pi r}}{i}$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot 500^2 \cdot 6{,}25}{2\pi\, 0{,}040}$$

$$= \boxed{7{,}81\ H}$$

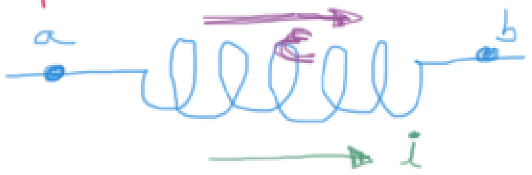
b) $\boxed{\varepsilon = -L \frac{di}{dt}}$ → taxa de variação instantânea

cte → $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ → taxa de variação média

$$= -7{,}81 \cdot \left(\frac{2{,}0 - 5{,}0}{3{,}0 \cdot 10^{-3}} \right)$$

$$= \boxed{\cancel{0{,}781\ V}\ 7{,}81 \cdot 10^{3}\ V}$$

c) Como a corrente está decrescendo, então a fem induzida estará no mesmo sentido da corrente, ou seja, de a para b, de modo que b possua o maior potencial.



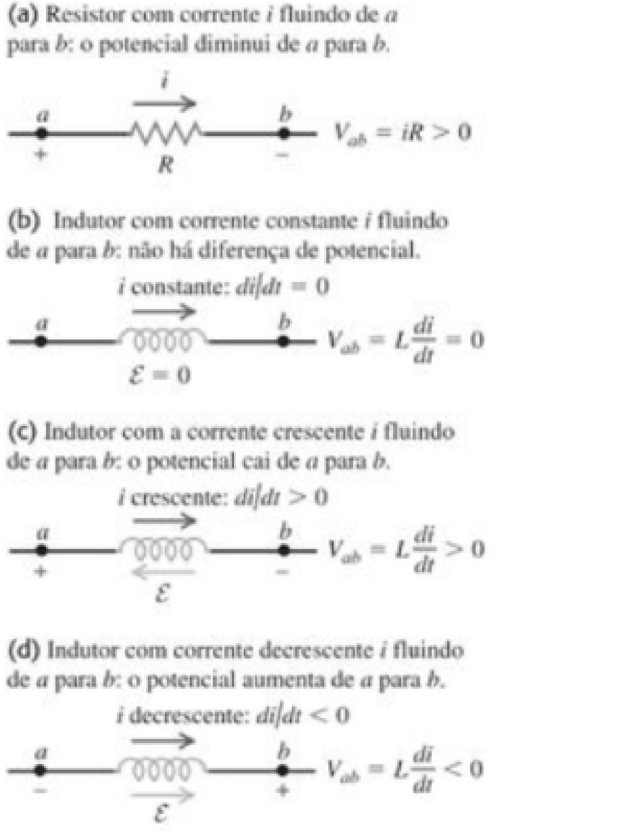


Figura 30.6 (a) A diferença de potencial através de um resistor depende da corrente. (b), (c) e (d) A diferença de potencial através de um indutor depende da taxa de variação da corrente.

30.7 No instante em que a corrente em um indutor está aumentando com uma taxa 0,0640 A/s, o módulo da fem auto-induzida é igual a 0,0160 V. (a) Qual é a indutância do indutor? (b) Se o indutor é um solenóide com 400 espiras, qual é o fluxo magnético médio através de cada espira quando a corrente é igual a 0,720 A?

a) $|\varepsilon| = L\left|\frac{di}{dt}\right| \rightarrow L = \frac{|\varepsilon|}{\left|\frac{di}{dt}\right|}$

$L = \frac{0{,}0160}{0{,}0640} \rightarrow \boxed{L = 0{,}250\,H}$

b) $L = \frac{N\phi_B}{i}$

$\phi_B = \frac{L \cdot i}{N} = \frac{0{,}250 \cdot 0{,}720}{400}$

$\boxed{\phi_B = 4{,}50 \cdot 10^{-4}\,Wb}$

30.9 O indutor na Figura 30.18 apresenta indutância de 0,260 H e conduz uma corrente no sentido indicado que diminui com uma taxa constante dada por $di/dt = -0{,}0180$ A/s. (a) Qual é a fem autoinduzida? (b) Qual é a extremidade do indutor que está a um potencial mais elevado, *a* ou *b*?

Figura 30.18 Exercícios 30.9 e 30.10.

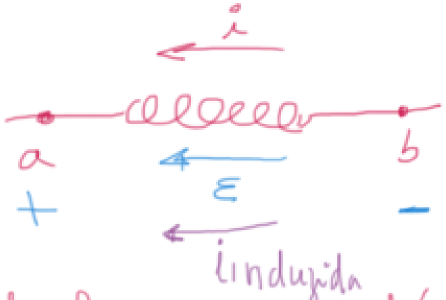
a) $|\varepsilon| = L\left|\frac{di}{dt}\right|$

$= 0{,}260 \cdot 0{,}0180$

$\boxed{|\varepsilon| = 4{,}68 \cdot 10^{-3}\ V}$

b) A situação proposta nesse exercício é a situação d) do esquema só que ao contrário.

Assim,



Portanto, a está com um potencial mais elevado.

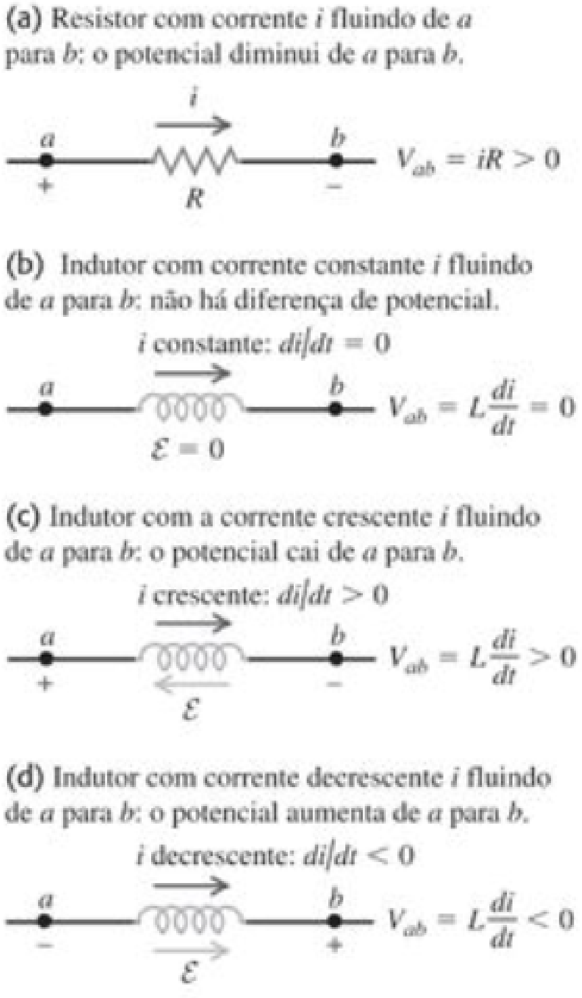


Figura 30.6 (a) A diferença de potencial através de um resistor depende da corrente. (b), (c) e (d) A diferença de potencial através de um indutor depende da taxa de variação da corrente.

30.10 O indutor indicado na Figura 30.18 possui indutância igual a 0,260 H e transporta uma corrente no sentido indicado. A taxa de variação da corrente é constante. (a) O potencial entre os pontos *a* e *b* é $V_{ab} = 1{,}04$ V, com o ponto *a* possuindo potencial mais elevado. A corrente está aumentando ou diminuindo? (b) Quando a corrente em $t = 0$ é de 12,0 A, qual é a corrente em $t = 2{,}0$ s?

$V_{ab} = V_a - V_b$

$V_{ab} > 0 \to V_a > V_b$

$R = \rho \frac{L}{A}$

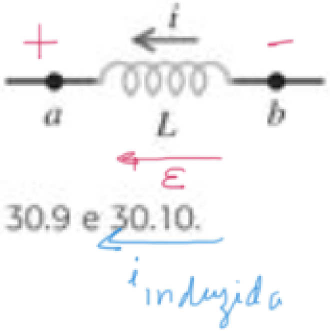
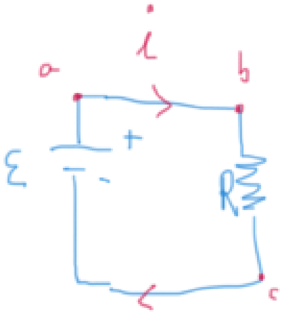


Figura 30.18 Exercícios 30.9 e 30.10.



$\Delta V_{bc} = R \cdot i$

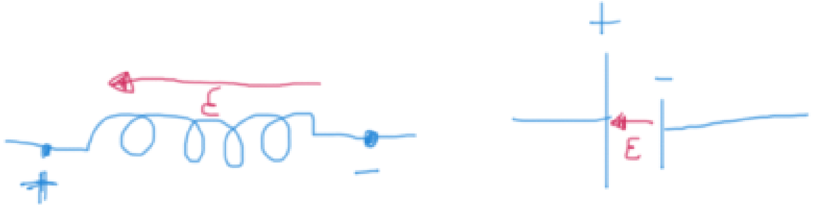
a) Como o potencial em a é mais elevado, ε possui o mesmo sentido da corrente (ver figura acima). Logo, i está diminuindo, ou seja, $\frac{di}{dt} < 0$, de modo que ε compensa isso.

b) $|\varepsilon| = L\left|\frac{di}{dt}\right|$

$$\left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{|\varepsilon|}{L} = \frac{1{,}04}{0{,}260}$$

$$\boxed{\left|\frac{di}{dt}\right| = 4{,}00 \ \frac{A}{s}}$$

Assim, depois de 2,0 s, partindo de 12,0 A, a corrente será $12{,}0 - 8{,}0 = \boxed{4{,}0 \text{ A}}$.



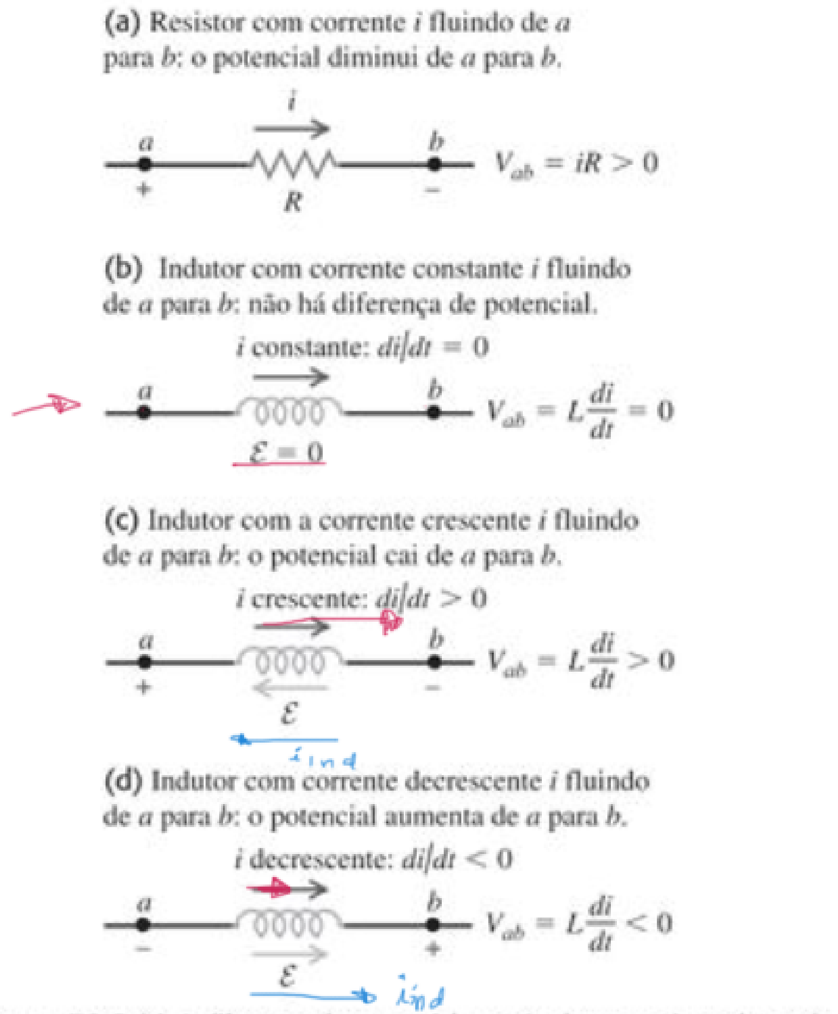


Figura 30.6 (a) A diferença de potencial através de um resistor depende da corrente. (b), (c) e (d) A diferença de potencial através de um indutor depende da taxa de variação da corrente.

30.12 Um indutor usado em uma fonte de alimentação de corrente contínua possui uma indutância igual a 12,0 H e uma resistência de 180 Ω. Ele conduz uma corrente de 0,300 A. (a) Qual é a energia armazenada no campo magnético? (b) Qual é a taxa de produção de energia térmica no indutor? (c) Sua resposta do item (b) significa que a energia magnética está diminuindo com o tempo? Explique.

a) $\boxed{U} = \frac{1}{2} L i^2$

$= \frac{1}{2} \cdot 12,0 \cdot 0,300^2$

$= \boxed{0,540 J}$

$U_c = \frac{1}{2} C \Delta V^2$

b) $P = R i^2 = 180 \cdot 0,300^2$

$\boxed{P = 16,2 W}$

c) Não. Como i = constante, então a energia armazenada é também constante. A energia que está sendo convertida no resistor vem da fem da fonte de alimentação, a qual faz com que i seja constante.

30.14 Um solenóide toroidal cheio de ar possui 300 espiras e um raio médio de 12,0 cm, com seção reta de área igual a 4,0 cm^2. Supondo que a corrente seja de 5,0 A, calcule: (a) o campo magnético do solenóide; (b) a auto-indutância do solenóide; (c) a energia armazenada no campo magnético; (d) a densidade de energia no campo magnético. (e) Confira sua resposta para o item (d), dividindo a sua resposta para o item (c) pelo volume do solenóide.

a) O campo magnético dentro do solenóide toroidal é

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r} = \frac{\mu_0 \cdot 300 \cdot 5{,}0}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}120} = 2{,}50 \cdot 10^{-3}\,T}$$

b) $$\boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} = \frac{\mu_0 \cdot 300^2 \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-4}}{2\pi \; 0{,}120} = 6{,}00 \cdot 10^{-5}\,H}$$

$60{,}0 \cdot 10^{-6}\,H$

$60{,}0\,\mu H$

$$u_c = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

c) $$U = \frac{1}{2} L i^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6{,}00 \cdot 10^{-5} \cdot 5{,}0^2$$

$$\boxed{U = 7{,}50 \cdot 10^{-4}\,J}$$

d) $$u = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{(2{,}50 \cdot 10^{-3})^2}{2\mu_0}$$

$$\boxed{u = 2{,}49\,\frac{J}{m^3}}$$

e) $$u = \frac{U}{2\pi r A} = \frac{7{,}50 \cdot 10^{-4}}{2\pi \cdot 0{,}120 \cdot 4{,}00 \cdot 10^{-4}}$$

$$\boxed{u = 2{,}49\,\frac{J}{m^3}}$$

30.15 Um solenóide de 25,0 cm de comprimento e área de seção reta de 0,500 cm^2 contém 400 espiras e transporta uma corrente de 80,0 A. Calcule: (a) o campo magnético no solenóide; (b) a densidade de energia no campo magnético, se o solenóide for preenchido com ar; (c) a energia total contida no campo magnético da bobina (suponha o campo uniforme); (d) a indutância do solenóide.

a) $B = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{L} =$

$= \frac{\mu_0 \cdot 400 \cdot 80{,}0}{0{,}25} = \boxed{0{,}161\ T}$

b) $u = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{0{,}161^2}{2\mu_0} = \boxed{1{,}03 \cdot 10^4\ \frac{J}{m^3}}$

c) $U = u \cdot V \quad = \frac{1}{2} L i^2$

$= u \cdot L \cdot A$

$= 1{,}03 \cdot 10^4 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}500 \cdot 10^{-4}$

$\boxed{U = 0{,}129\ J}$

d) $U = \frac{1}{2} L i^2 \rightarrow L = \frac{2U}{i^2}$

$L = \frac{2 \cdot 0{,}129}{80{,}0^2}$

$\boxed{L = 4{,}02 \cdot 10^{-5}\ H}$

$40{,}2\ \mu H$