

Campo de uma espira/bobina

28.33 Uma bobina circular com 600 espiras enroladas de modo compacto possui diâmetro igual a 4,0 cm e conduz uma corrente de 0,500 A. Qual é o módulo do campo magnético (a) no centro da bobina? (b) em um ponto sobre o eixo da bobina afastado 8,0 cm de seu centro?

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i d\vec{l} \wedge \vec{r}}{4\pi r^3} \quad d\vec{B} \perp d\vec{l} \quad d\vec{B} \perp \vec{r}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i R^2}{2(\sqrt{y^2 + R^2})^3} \hat{j}$$

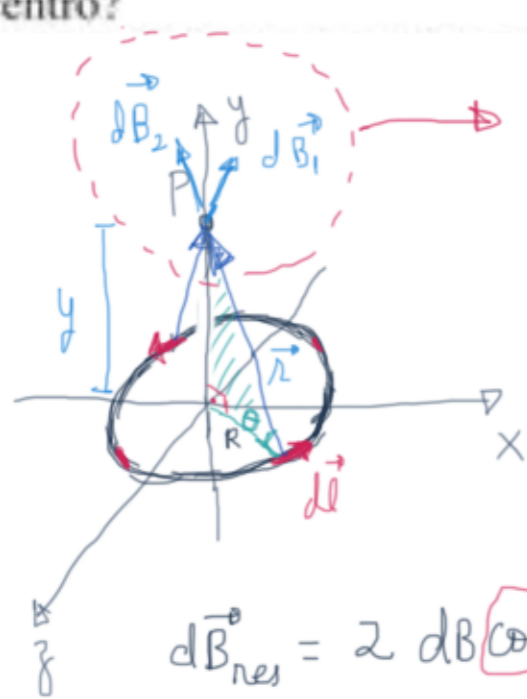
No centro da espira, $y=0$. Logo;

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2R} \hat{j}$$

Para N espiras enroladas de maneira compacta (bobina), \vec{B} é N vezes maior.

$$a) \vec{B} = \frac{\mu_0 i N}{2R} \hat{j} = 9,4 \cdot 10^{-3} \hat{j} \text{ (T)}$$

$$b) \vec{B} = \frac{\mu_0 i R^2 N}{2(\sqrt{y^2 + R^2})^3} \hat{j} = 1,3 \cdot 10^{-4} \hat{j} \text{ (T)}$$



$$dB_2 = dB_1 = dB$$

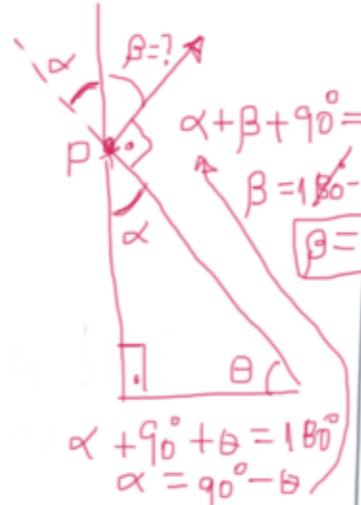
$$\cos\theta = \frac{R}{r}, \quad r = \sqrt{y^2 + R^2}$$

$$\frac{\mu_0 i \cdot dl \cdot r}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 i dl}{4\pi r^2}$$

$$d\vec{B}_{nes} = 2 dB \cos\theta \hat{j} = 2 \cdot \frac{R}{r} \cdot dB \hat{j}$$

$$\vec{B} = \int \frac{2R}{r} \frac{\mu_0 i dl}{4\pi r^2} \hat{j} = \frac{R}{(\sqrt{y^2 + R^2})^3} \frac{\mu_0 i}{2\pi} \hat{j} \int dl \Rightarrow$$

1/2 espira



$$\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \alpha$$

$$\beta = \theta$$

$$\alpha + 90^\circ + \theta = 180^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ - \theta$$

28.36 A Figura 28.48 mostra a seção reta de diversos condutores que conduzem correntes que atravessam o plano da figura. Os sentidos das correntes são indicados na figura e os módulos são $I_1 = 4,0 \text{ A}$, $I_2 = 6,0 \text{ A}$ e $I_3 = 2,0 \text{ A}$. Quatro trajetórias indicadas pelas letras de a até d são mostradas na figura. Qual é o valor da integral de linha $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ para cada trajetória? Para cada integral, escolha um percurso no sentido anti-horário. Explique suas respostas.

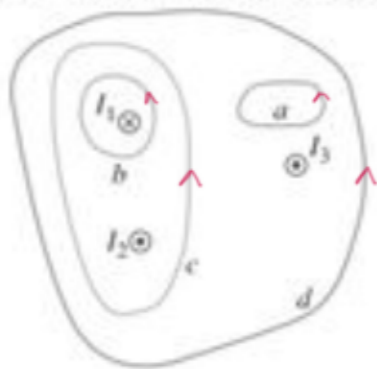


Figura 28.48 Exercício 28.36.

Lei de Ampère

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{\text{int}}$$

$$a \rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (0) = 0 //$$

$$b \rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (-i_1) = -5,0 \cdot 10^{-6} \text{ T}\cdot\text{m} //$$

$$c \rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (-i_1 + i_2) = +2,5 \cdot 10^{-6} \text{ T}\cdot\text{m} //$$

$$d \rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (-i_1 + i_2 + i_3) = +5,0 \cdot 10^{-6} \text{ T}\cdot\text{m} //$$

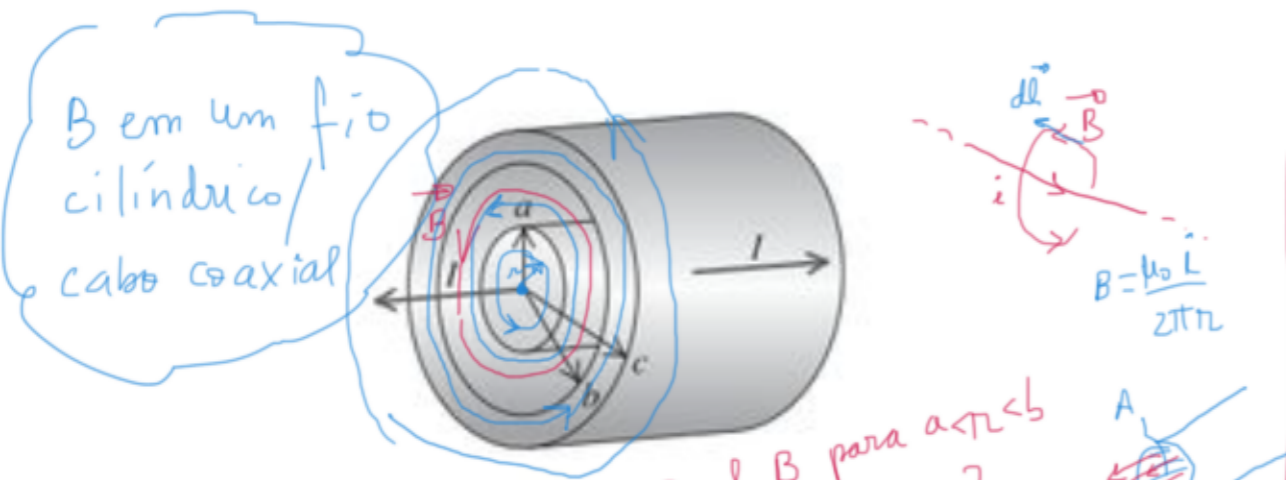


Figura 28.49 Exercício 28.37.

28.38 Repita o Exercício 28.37 para o caso no qual a corrente no condutor sólido central é I_1 , a corrente no tubo é I_2 e as correntes possuem o mesmo sentido em vez de sentidos contrários.

$r < a$ (não foi pedido):

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int}$

$B \cdot 2\pi r = \mu_0 i_1 \frac{\pi r^2}{\pi a^2}$

$B = \frac{\mu_0 i_1 r}{2\pi a^2}$

$i \rightarrow A$
 $i' \rightarrow A'$
 $i' = i \frac{A'}{A}$

Qual B para $a < r < b$ e $r > c$?

$a < r < b$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int}$

$B \cdot 2\pi r = \mu_0 i_1 \rightarrow B = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}$

$b < r < c$ (não foi pedido)

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int}$

$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \left[i_1 - i_2 \frac{\pi(r^2 - b^2)}{\pi(c^2 - b^2)} \right] \rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \left[i_1 - i_2 \frac{(r^2 - b^2)}{(c^2 - b^2)} \right]$

$r > c$

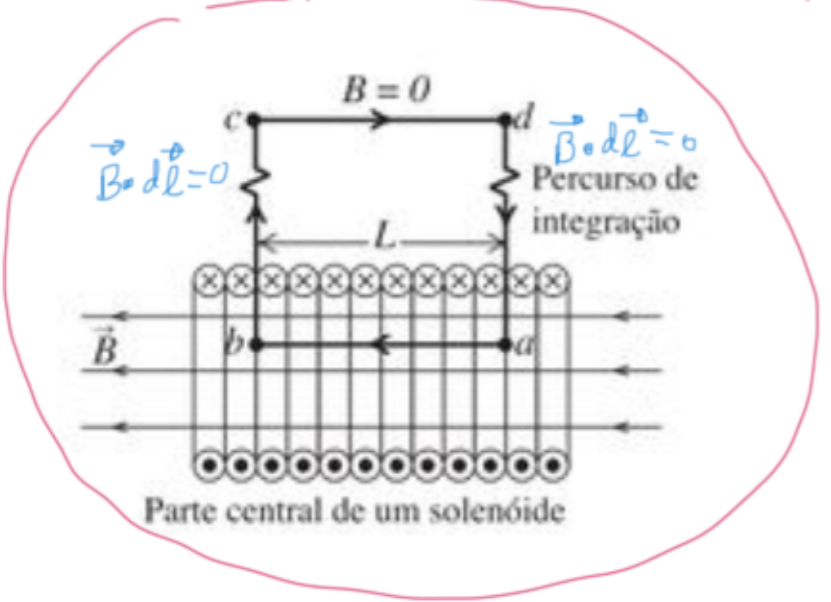
$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_1 - i_2) \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi r} (i_1 - i_2)$

Campo no interior de um solenóide

28.40 Um solenóide longo de comprimento 15,0 cm e raio 2,50 cm possui 600 espiras enroladas de modo compacto. A corrente que passa nas espiras é igual a 8,0 A. Determine o campo magnético em um ponto situado nas proximidades do centro do solenóide.

~~28.41 Um solenóide é projetado para produzir um campo magnético igual a 0,0270 T em seu centro. Ele possui raio de 1,40 cm, comprimento de 40,0 cm e o fio conduz uma corrente máxima de 12,0 A. (a) Qual é o número mínimo de espiras que o solenóide deve possuir? (b) Qual é o comprimento total do fio necessário?~~

Esquema do livro (bem legal)



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i N$$

$\int_{ab} + \int_{bc} + \int_{cd} + \int_{da}$

$$B \cdot L = \mu_0 i N \rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 i N}{L} \text{ ou } B = \mu_0 i n$$

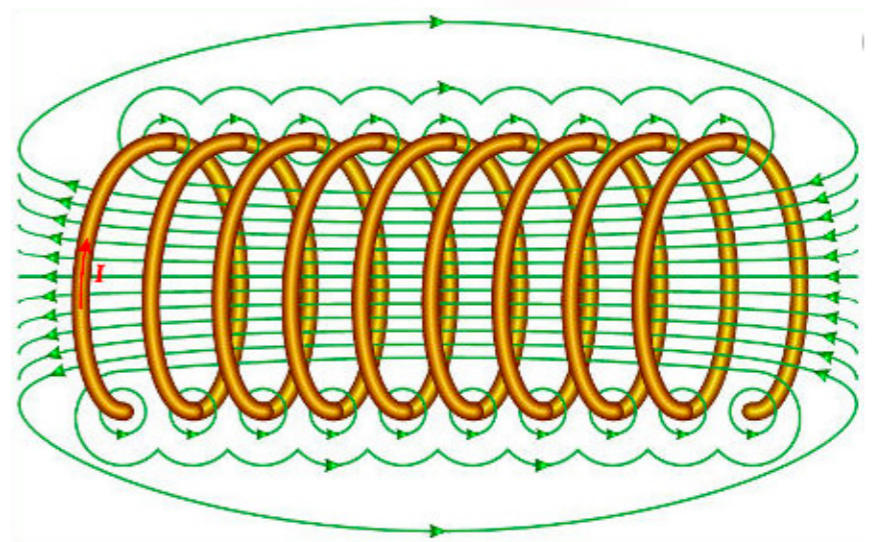
com $n = \frac{N}{L}$

No nosso caso:

$$B = \frac{\mu_0 i N}{L} = 0,040 \text{ T}$$

$$= 400 \cdot 10^{-4} \text{ T} / 0,5 \text{ G} = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

Esquema do campo magnético no solenóide



Campo de um solenóide toroidal

28.44 Um solenóide toroidal (veja Exemplo 28.10) possui raio interno $r_1 = 15,0$ cm e raio externo $r_2 = 18,0$ cm. O solenóide possui 250 espiras e conduz uma corrente de 8,50 A. Qual é o módulo do campo magnético em um ponto cuja distância ao centro do toróide é (a) 12,0 cm? (b) 16,0 cm? (c) 20,0 cm?

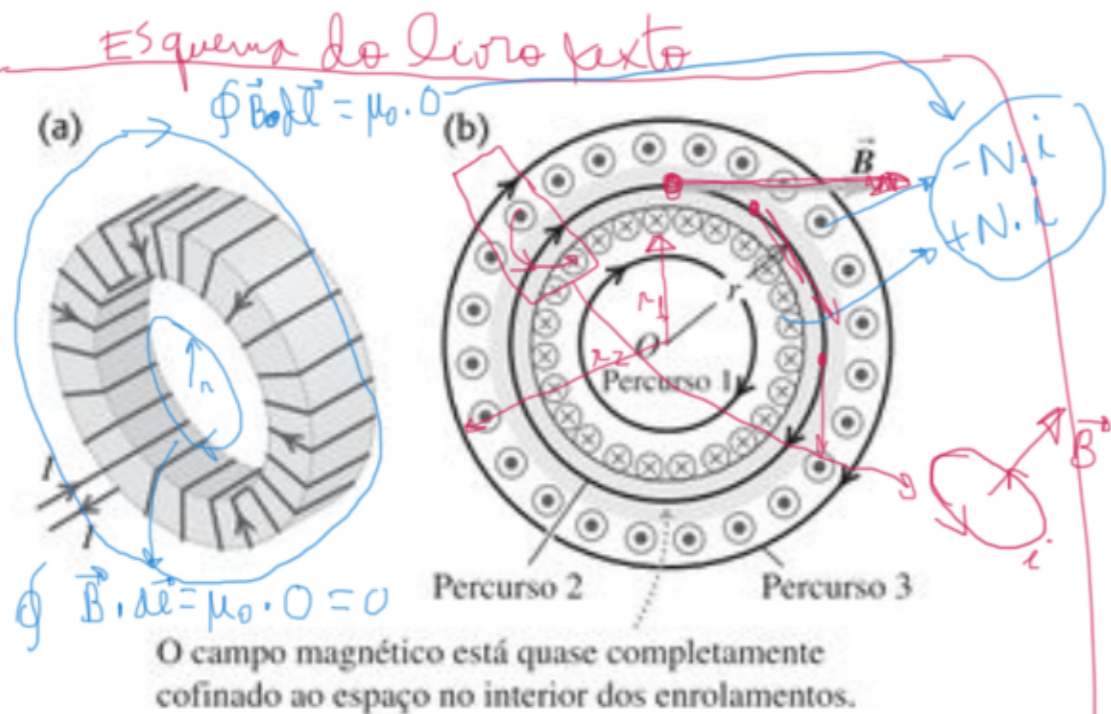


Figura 28.25 (a) Um solenóide toroidal. Para maior clareza, somente algumas espiras são indicadas. (b) Percursos de integração (circunferências) usados para determinar o campo magnético \vec{B} produzido pela corrente (indicado por pontos e cruzezes).

Tanto para $r < r_1$ quanto para $r > r_2$, $\vec{B} = \vec{0}$! Para $r_1 < r < r_2$:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int}$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 i N$$

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r}$$

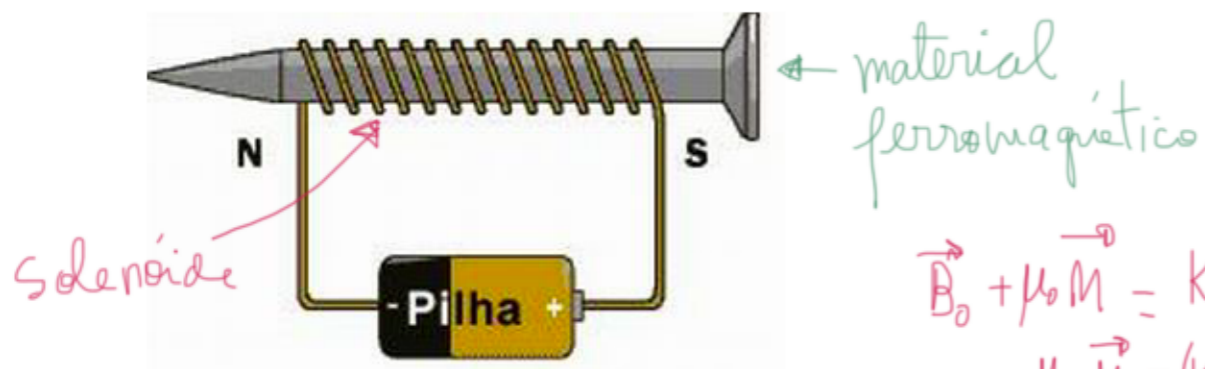
a) $r = 12,0$ cm $\rightarrow B = 0$

b) $r = 16,0$ cm $\rightarrow B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r} = 2,66 \cdot 10^{-3}$ T

c) $r = 20,0$ cm $\rightarrow B = 0$

Materiais Magnéticos

CONSTRUINDO UM ELETRÓIMÃ:



Por que associar o prego/parafuso de aço ao solenóide, se este já produz um campo magnético?

resp: Porque o material no interior do solenóide é magnetizado e contribui (grandemente) com o campo magnético total \vec{B} :

$$\begin{aligned} \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M} &= k_m \vec{B}_0 \\ \mu_0 \vec{M} &= (k_m - 1) \vec{B}_0 \\ \vec{M} &= \frac{(k_m - 1)}{\mu_0} \vec{B}_0 \\ \vec{M} &= \frac{\chi_m}{\mu_0} \vec{B}_0 \end{aligned}$$

1) $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_M = \mu_0 \vec{M}$, $\vec{M} = \text{magnetização} = \frac{\mu_0 + \mu_0 AL}{V}$
 \vec{B}_0 campo sem a presença do material (vácuo)
 \vec{B} campo total

2) $\vec{B} = k_m \vec{B}_0$ permeabilidade relativa = $\frac{\mu}{\mu_0}$

3) Usando 1) e 2): $\vec{M} = \frac{(k_m - 1)}{\mu_0} \vec{B}_0$, $\chi_m = k_m - 1$
 χ_m suscetibilidade magnética

4) Pela Lei de Curie: $M = \frac{C}{T} B_0$ (séc. XIX)

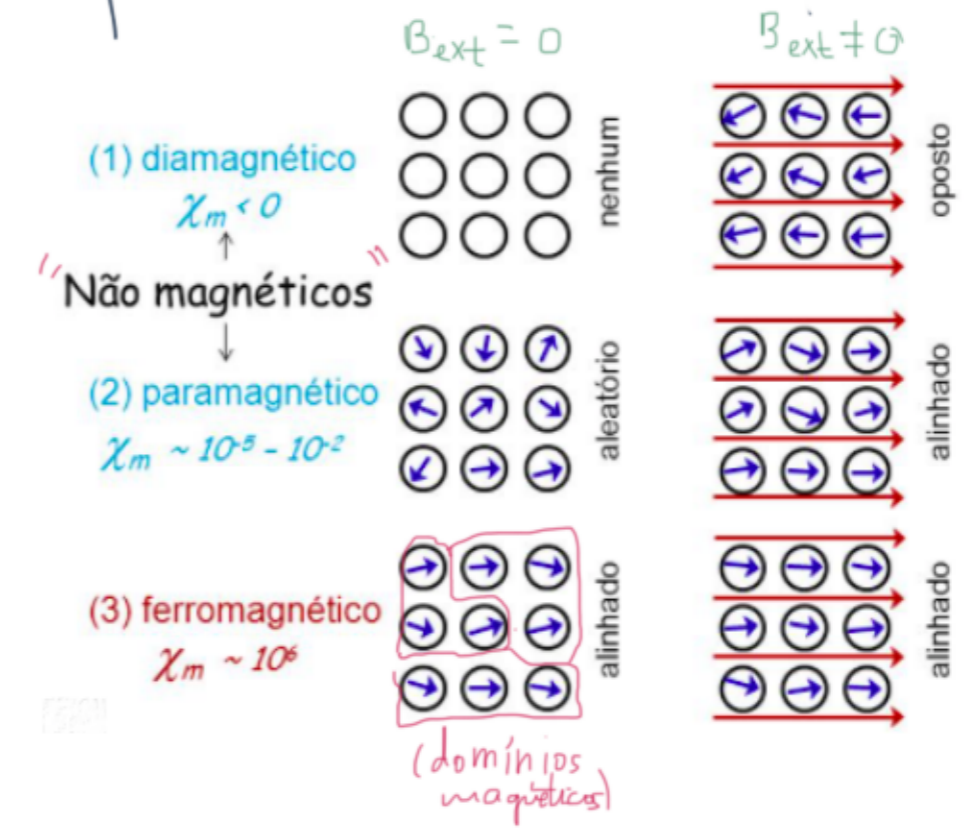
De acordo com os valores de k_m (ou χ_m), além de outros parâmetros, podemos classificar MACROSCOPICAMENTE os materiais em 3 grandes classes:

Material	χ_m	$K_m = \mu/\mu_0$
Paramagnético	>0	>1
Diamagnético	<0	<1
Ferromagnético	$\gg 0$	$\gg 1$

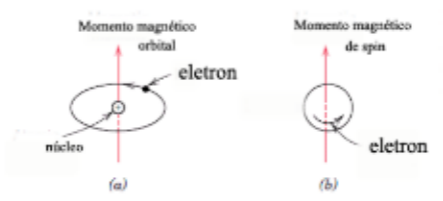
Material	Permeabilidade magnética relativa (μ_R) = K_m	Classificação magnética
Bismuto	0,999833	diamagnética
Água	0,999991	diamagnética
Cobre	0,999995	diamagnética
Ar	1,000000	paramagnética
Oxigênio	1,000002	paramagnética
Alumínio	1,000021	paramagnética
Cobalto	170	ferromagnética
Níquel	1.000	ferromagnética
Ferro	7.000	ferromagnética
Permalloy ¹	100.000	ferromagnética

(1) Liga composta por ferro (17%), molibdênio (4%) e níquel (79%).

Do ponto de vista MICROSCÓPICO:



As propriedades magnéticas dos materiais têm sua origem na estrutura eletrônica dos átomos. Do ponto de vista clássico, são de dois tipos os movimentos, associados ao elétron que podem explicar a origem dos momentos magnéticos: o momento angular orbital do elétron, e o momento angular do "spin" do elétron



Magnetização permanente!
↓
Ver aula Prof. Marcos Brescansin

28.48 A corrente que passa nos enrolamentos de um solenóide toroidal é de 2,400 A. Existem 500 espiras e seu raio médio é igual a 25,0 cm. O toróide está preenchido com um material magnético. Verifica-se que o campo magnético no interior das espiras é igual a 1,940 T. Calcule (a) a permeabilidade relativa; (b) a suscetibilidade magnética do material que preenche o toróide.

$$\text{No vácuo: } B_0 = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r}$$

$$\begin{aligned} \text{Com material: } B &= k_m B_0 \\ &= \frac{k_m \mu_0 i N}{2\pi r} \end{aligned}$$

$$a) \quad \therefore k_m = \frac{B \cdot 2\pi r}{\mu_0 i N}$$

$$\boxed{k_m = 2021} = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$b) \quad \chi_m = k_m - 1$$

$$\boxed{\chi_m = 2020}$$

Curiosidade: Sem o material magnético, o campo seria $\frac{B}{2021} = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ T}$, ou seja, muito menor do que com o material magnético.

Materiais Magnéticos

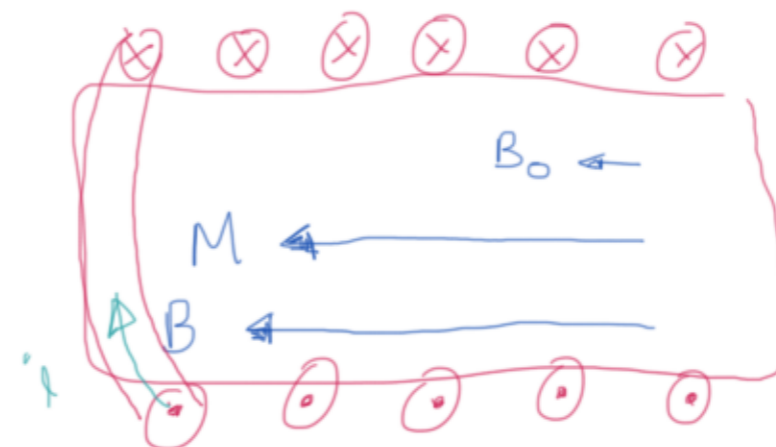
$$n = \frac{60}{\text{cm}} = \frac{60}{0.01 \text{ m}} = 60 \cdot 10^2 \frac{1}{\text{m}}$$

28.49 Um solenóide longo, com 60 espiras por centímetro, conduz uma corrente igual a 0,15 A. O fio das espiras é enrolado em torno de um núcleo de aço com silício ($K_m = 5200$). (O fio do solenóide é envolvido por uma camada de isolante, de modo que não flua nenhuma corrente para o núcleo.) (a) Para um dado ponto no interior do núcleo, determine o módulo (i) do campo magnético \vec{B}_0 produzido pela corrente que passa no solenóide, (ii) da magnetização \vec{M} e (iii) do campo magnético resultante \vec{B} . (b) Faça um esboço mostrando o solenóide e o núcleo e indique as direções e os sentidos dos vetores \vec{B}_0 , \vec{M} e \vec{B} no interior do núcleo do solenóide.

a) i) $B_0 = \mu_0 i n = \frac{\mu_0 i N}{L}$
 $= 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ T} //$

ii) $M = \frac{K_m - 1}{\mu_0} B_0 = \frac{\mu_{total} - \mu_0}{\mu_0} B_0$
 $= 4,68 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}} //$

iii) $B = K_m B_0 = |\vec{B}_0 + \vec{B}_M| = |\vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M}|$
 $= 5,88 \text{ T} //$
 $\neq B_0 + \mu_0 M$

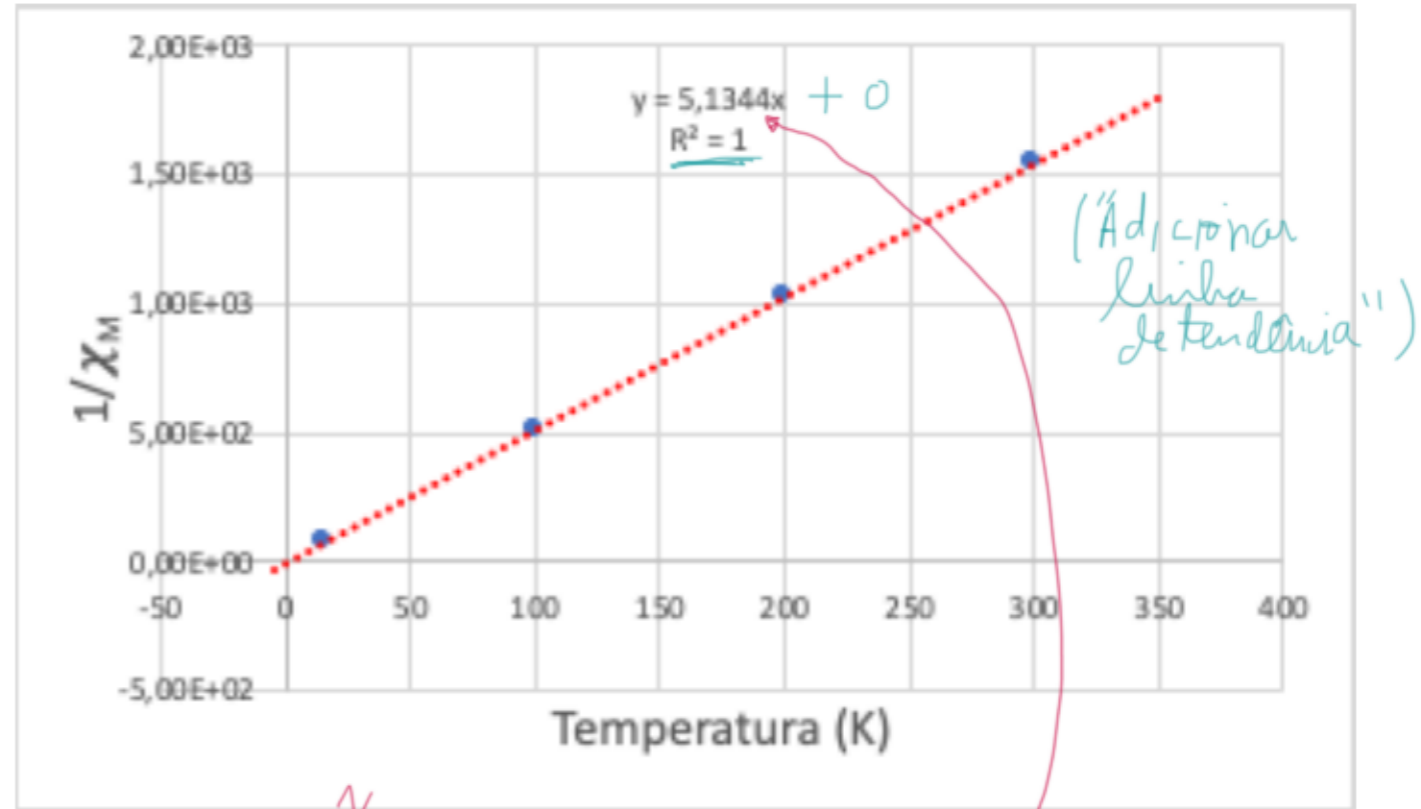


Como trata-se de um material ferromagnético, \vec{B}_0 e \vec{M} possuem mesmo sentido. O mesmo aconteceria se o material fosse paramagnético. A única exceção é o diamagnético, onde \vec{B}_0 e \vec{M} possuem sentidos opostos.

28.50 **Lei de Curie.** Na tabela abaixo, mostramos resultados de medidas experimentais da suscetibilidade magnética de uma liga de alume de ferro e amônio. Faça um gráfico de $1/\chi_m$ contra a temperatura em Kelvin. O material obedece à lei de Curie? Caso a resposta seja afirmativa, qual é o valor da constante de Curie?

T (°C)	χ_m
-258,15	129×10^{-4}
-173	$19,4 \times 10^{-4}$
-73	$9,7 \times 10^{-4}$
27	$6,5 \times 10^{-4}$

$M = \frac{C}{T} B_0$



T(Celsius)	Chi_m	T(Kelvin)	1/Chi_m
-258,15	1,29E-02	15	7,75E+01
-173	1,94E-03	100,15	5,15E+02
-73	9,70E-04	200,15	1,03E+03
27	6,50E-04	300,15	1,54E+03

$$T_k = T_c + 273,15$$

Lei de Ohm:
 $\Delta V = R i$

$$M = \frac{\chi_m}{\mu_0} B_0 = \frac{C}{T} B_0$$

$$\frac{\chi_m}{\mu_0} = \frac{C}{T} \rightarrow \frac{1}{\chi_m} = \frac{1}{\mu_0 C} \cdot T \therefore C = \frac{1}{\mu_0 m}$$

$$C = 1,55 \cdot 10^5 \frac{\text{K} \cdot \text{A}}{\text{T} \cdot \text{m}}$$