



Matemática
Multimídia

Números
e funções



Guia do Professor



Áudio

Mais mortos ou mais vivos?

Série Problemas e Soluções

Objetivo

Estimar, usando porcentagens e progressões geométricas, a quantidade de pessoas que já morreram desde os primeiros homens até hoje e comparar com a quantidade de pessoas vivas atualmente.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao áudio ao qual este guia se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



UNICAMP

Mais mortos ou mais vivos?

Série

Problemas e Soluções

Conteúdos

Sequências; Progressão geométrica; crescimento populacional.

Duração

Dez minutos com uma pausa de transição aos cinco minutos.

Objetivos

1. Estimar, usando porcentagens e progressões geométricas, a quantidade de pessoas que já morreram desde os primeiros homens até hoje e comparar com a quantidade de pessoas vivas atualmente.

Sinopse

Felipe, ao conversar com a Sofia quer saber quantas pessoas já passaram pelo nosso planeta, isto é, quantos já nasceram e já morreram. Usando uma taxa de crescimento constante, eles fazem uma estimativa em relação aos dados que os demógrafos apresentam.

Material relacionado

Áudios: *O que é exponencial?*;

Experimentos: *Contando quadrados*;

Vídeos: *Naturalmente*.



Introdução

Sobre a série

A série *Problemas e Soluções* trata de problemas típicos de matemática do ensino médio contextualizados por uma ficção. Em cada programa um ou dois problemas são interpretados no primeiro bloco de cinco minutos, ao final do qual o leitor é convidado a tentar resolver. No contexto da sala de aula, o professor então tem a oportunidade de discutir os métodos ou as formas possíveis de resolver o problema. O segundo bloco programa apresenta as soluções e alguns comentários ou informações adicionais..

Durante o programa os alunos devem exercitar a sua abstração, pois estarão apenas ouvindo os problemas e as suas soluções, mas é sempre recomendável que os ouvintes façam anotações para melhor aproveitar o conteúdo.

Sobre o programa

Em certa época de muitas dificuldades econômicas foi divulgada a informação de nunca na história do mundo teve tanta gente vivendo na terra (verdadeiro) e que já havia mais gente vivendo do que todos os mortos de todos os tempos (falso). Esse programa permite a discussão a esta dúvida, há mais vivos atualmente do que mortos de todos os tempos?

O crescimento populacional, sob algumas condições, pode ser entendido com sequências em progressão geométrica ou função exponencial. O principal conteúdo matemático do programa é a progressão geométrica. Podemos também tratar de taxa de natalidade, de mortalidade e de expectativa de vida.



Sugestões de atividades

Antes da execução

Recomendamos que os alunos já tenham o conceito sequências até pelo menos progressão geométrica (PG) pois o programa trata de uma aplicação de PG.

Durante a execução

Alguns números são falados na primeira parte do programa. Professor, se julgar conveniente, escreva no quadro os números à medida que são falados, a saber:

- População em 2009 = 6,8 bilhões
- População em 1900 = 1,7 bilhões
- População hoje (2009) = 6 bilhões e oitocentos milhões de pessoas.
- População em 1950 = 2,5 bilhões
- População em 2000 = 6 bilhões
- Taxa de nascimento mundial aproximadamente = $2\% = 2/100 = 20/\text{mil}$
- São 136 milhões de bebês por ano!
- Taxa de natalidade 2% implica razão da PG decrescente, $q=100/102 < 1$.



No intervalo o professor deve discutir a sequência decrescente da população partindo de agora para o passado.

É importante discutir rapidamente a diferença entre as duas taxas: A de crescimento seria a diferença entre os nascidos e os mortos enquanto a de natalidade é apenas a quantidade relativa de nascidos.

Vamos então considerar a sequência $P_0, P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, sendo que a taxa da progressão constante é $q=P_1/P_0$ onde P_0 , é a população atual, P_1 do ano anterior, P_2 , de dois anos anteriores e assim sucessivamente.

O dado que vamos usar é

$$P_0 = P_1 + 2\%P_1 = (102/100) P_1$$

Portanto $q = 100/102$, que é menor que um.

Agora vamos somar a PG. Sabemos que a soma é dada por

$$S_n = P_0(1-q^n)/(1-q)$$

Onde n representa o número de anos para o passado. Se usarmos uma calculadora veremos que não faz muita diferença usar 300, mil ou infinitos anos. No entanto a soma de uma PG decrescente de infinitos termos é mais simples. Assim precisamos calcular $1/(1-q)$:

$$S = 1/(1-q) = 102/2 = 51$$

$$\text{Assim } S = 51 P_0$$

No entanto somamos a população a cada ano. Para termos uma estimativa por baixo da quantidade de pessoas que já viveram na terra, devemos dividir pela expectativa de vida ao nascer.

Se usarmos a média de expectativa de vida de 25 anos, teremos que a quantidade estimada de pessoas que já nasceram seria $51/25 P_0$. Isto é, mais do dobro dos vivos atuais.

Depois da execução

Como visto e ouvido, a extrapolação da PG não é muito apropriada para longos tempos da população humana pois a taxa de crescimento e natalidade variaram bastante ao longo dos séculos.

Abaixo temos algumas informações extras.

Quantas pessoas já viveram na terra?

Ano	População	Nascimentos por 1.000	Nascidos entre as datas marcadas
50.000 A.C.	2	-	-
8000 A.C.	5000000	80	1137789769
1 A.D.	300000000	80	46025332354
1200	450000000	60	26591343000
1650	500000000	60	12782002453
1750	795000000	50	3171931513
1850	1265000000	40	4046240009
1900	1656000000	40	2900237856
1950	2516000000	31-38	3390198215
1995	5760000000	31	5427305000
2002	6215000000	23	983.987.500
Número total de todos os que nasceram			106456367669
População mundial em meados de 2002			6215000000
Porcentagem dos viviam em 2002 em relação aos que já nasceram em todos os tempos			5,8

Fonte: Population Reference Bureau estimates

Os dados históricos resumidos na tabela acima indicam que a população viva representa aproximadamente 6% das pessoas que já viveram na terra, isto é, há muito mais mortos (94%) do que vivos (6%).

Sugestão de pesquisa: Crescimento populacional e produção de alimentos – a preocupação de Malthus.

Ficha técnica

Autor *Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*

