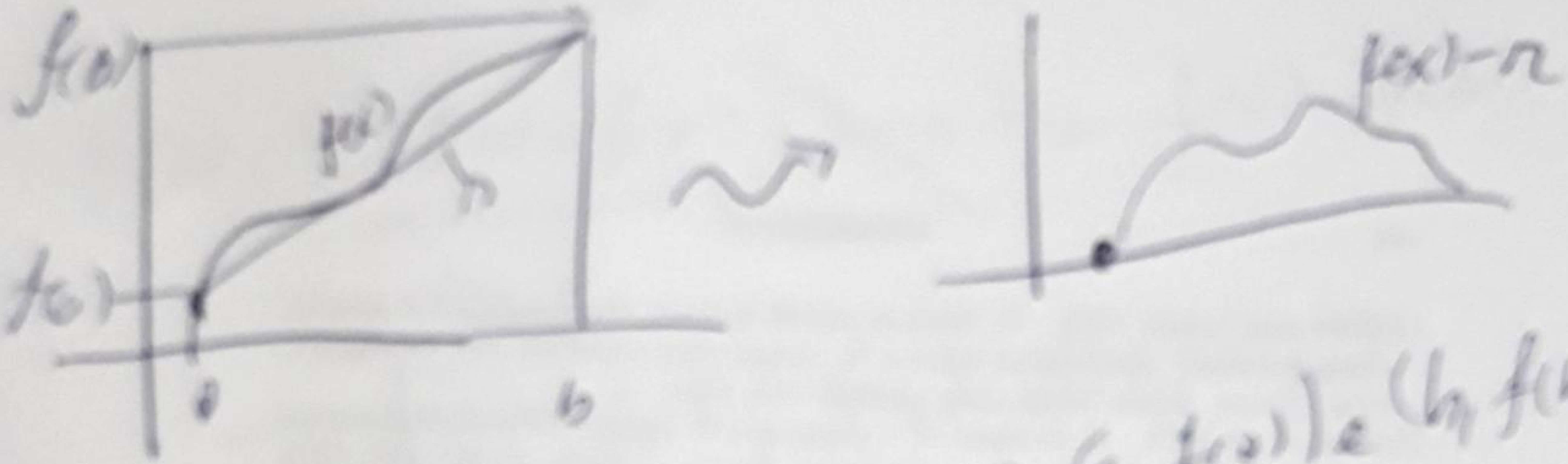
Seja f uma função derivável em todos seus pontos em um intervalo [a,b]. Então, existe c $a<c<b$ onde

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$$

A reta que passa por $(a,f(a))$ e $(b,f(b))$ tem inclinação $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ e existe um c, $a<c<b$ onde $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

② Prova do TVM.



Ⓐ Faça a reta que passe por $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$

$$r: y - f(a) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$$

$$y = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a) + f(a)$$

Ⓑ Subtraia de f,

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a) + f(a) - f(x) = g(x)$$

Observe que $g(a) = g(b) = 0$,

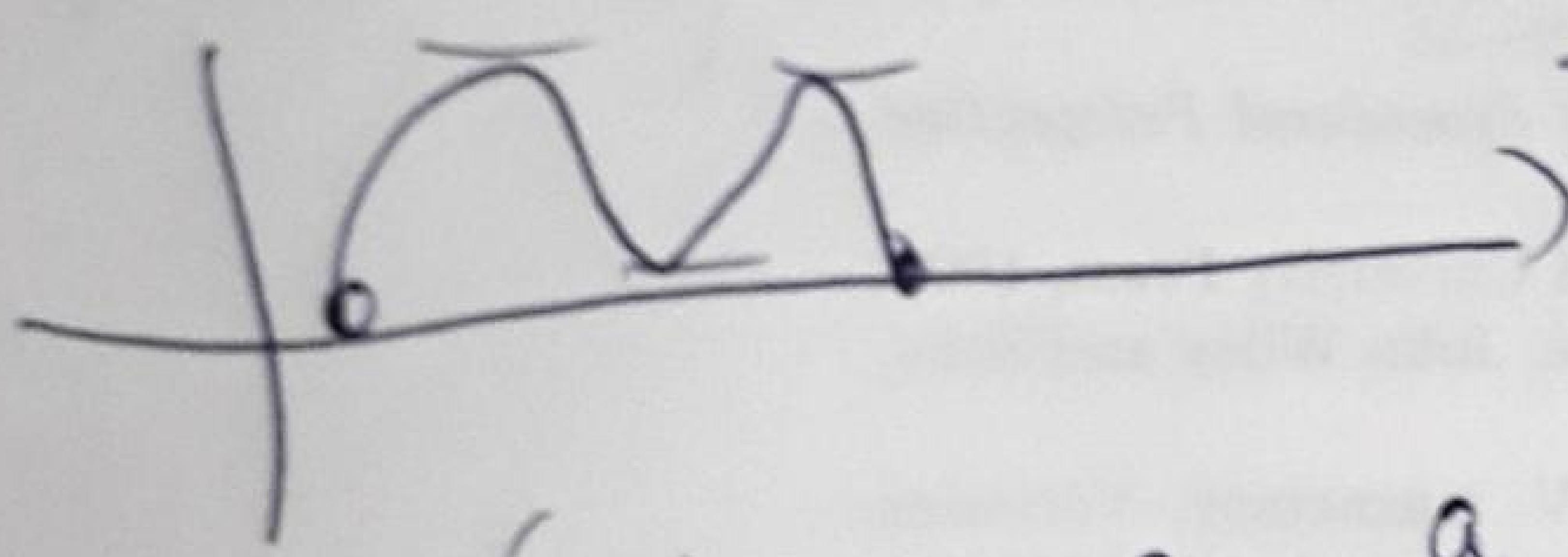
3

$$g(a) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(a-a) + f(a) - f(a) = 0$$

$$g(b) = \frac{f(b)-f(a)}{\cancel{b-a}}(\cancel{b-a}) + f(a) - f(b)$$

$$= f(b) - f(a) + f(a) - f(b) = 0$$

Se $g(a) = g(b) = 0$,



Temos máximos ou mínimos em g. Derive. $g'(x) = 0$

$$g'(x) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)' + f(a)' - f(x)'$$

a' e $f(a)' = 0$. São constantes

$$g'(x) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(1) - f'(x) = 0$$

4) Se $x=c$ é máximo ou mínimo

$$g'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} - f'(c) =$$

Daí $f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$