



Linha Elástica

Valério S. Almeida
Junho/2020



DEFLEXÃO EM VIGAS RETAS

$$\sigma_x(x) = [-E \cdot v''(x)] \cdot y$$

$$v''(x) = -\frac{M_z(x)}{E \cdot I_z}$$

$$\sigma_x = \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

$$\sigma_x = \frac{M_z}{I_z} \cdot y = -E \cdot v''(x) \cdot y \rightarrow$$

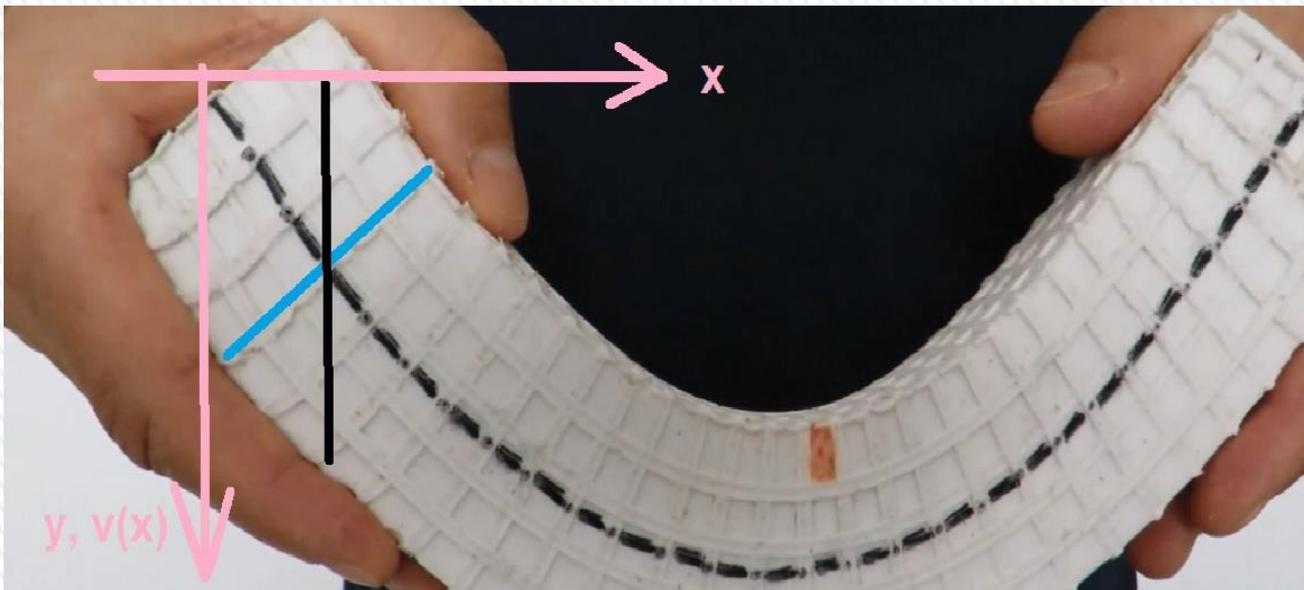
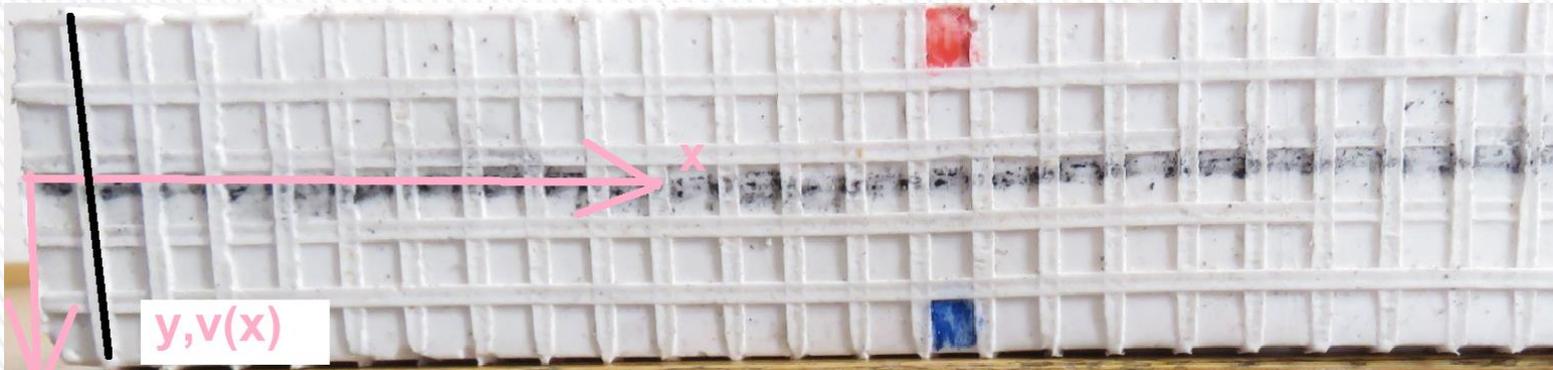
$$v''(x) = -\frac{M_z}{E \cdot I_z} = -\frac{M_z(x)}{E \cdot I_z}$$

Equações da Linha Elástica:

- **$v(x)$** : deslocamento na direção y
- **$v'(x)$** : rotação da seção



DEFLEXÃO EM VIGAS RETAS

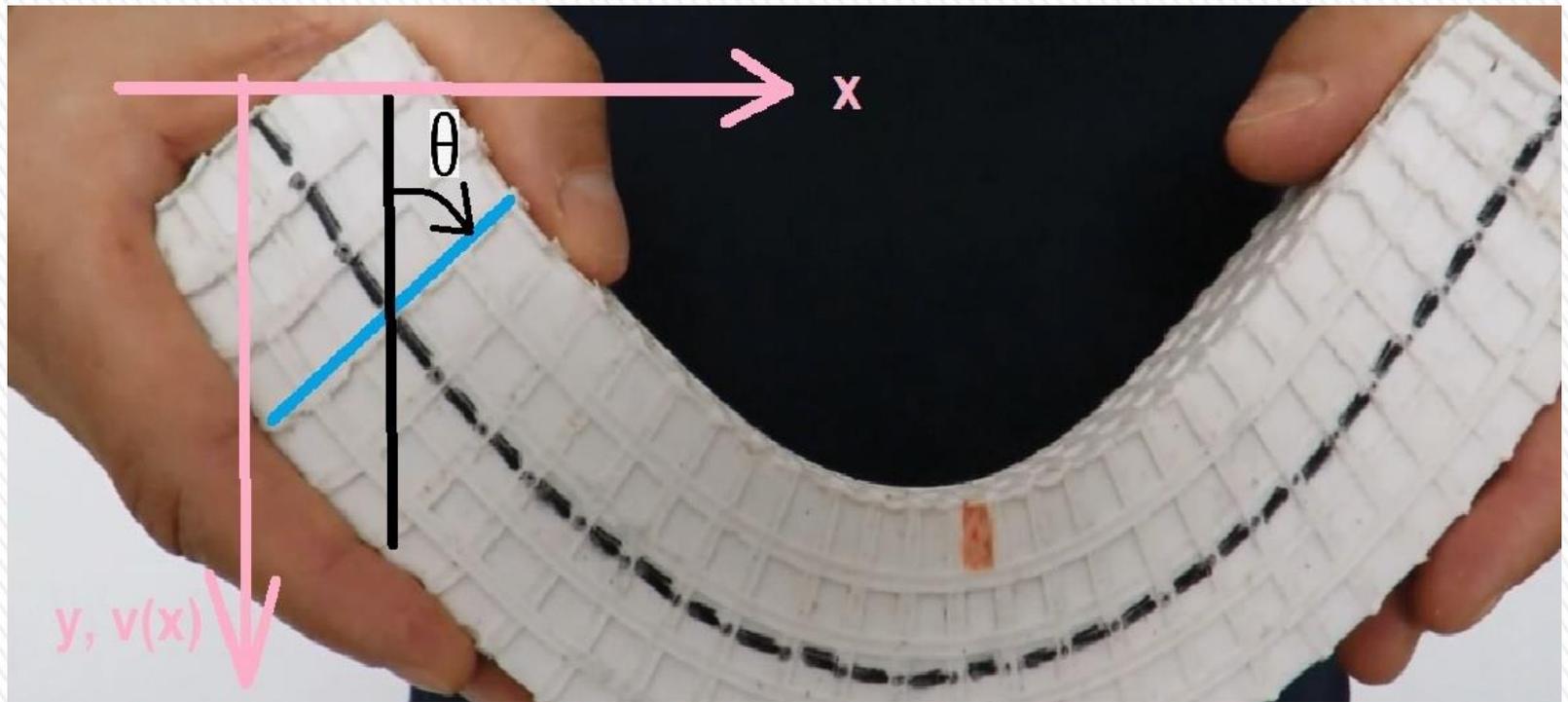


$$v''(x) = -\frac{M_z(x)}{E.I_z}$$



ROTAÇÃO EM VIGAS RETAS

$$\frac{dv(x)}{dx} \approx \theta(x)$$

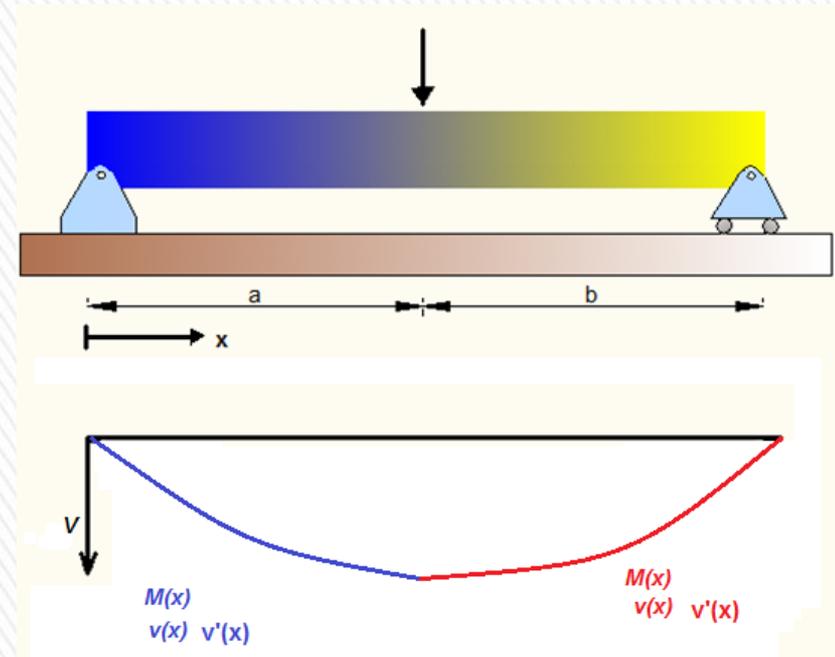


DEFLEXÃO EM VIGAS RETAS

$$\frac{d^2 v(x)}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI}$$

$$\frac{dv(x)}{dx} \approx \theta = \frac{-1}{EI} \left[\int_0^x M(x) dx + C_1 \right]$$

$$EI v(x) = \frac{-1}{EI} \left[\int_0^x dx \int_0^x M(x) dx + C_1 x + C_2 \right]$$



Cada trecho tem suas equações da linha elástica: $v(x)$ e $v'(x)$

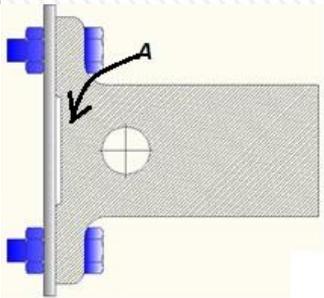
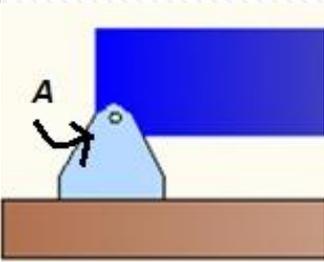


DEFLEXÃO EM VIGAS RETAS

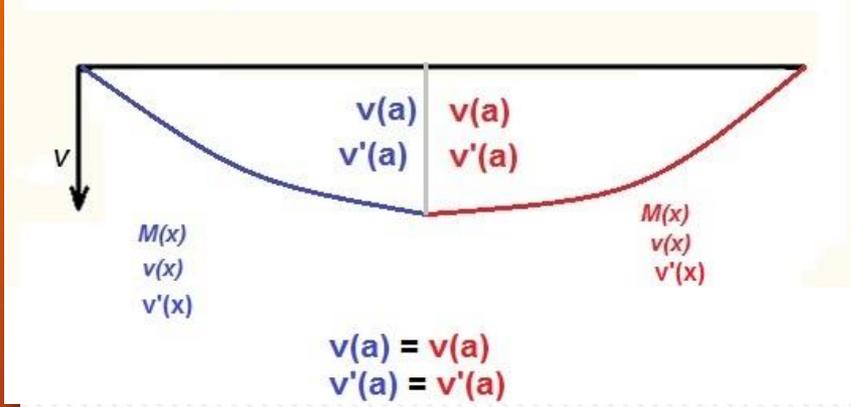
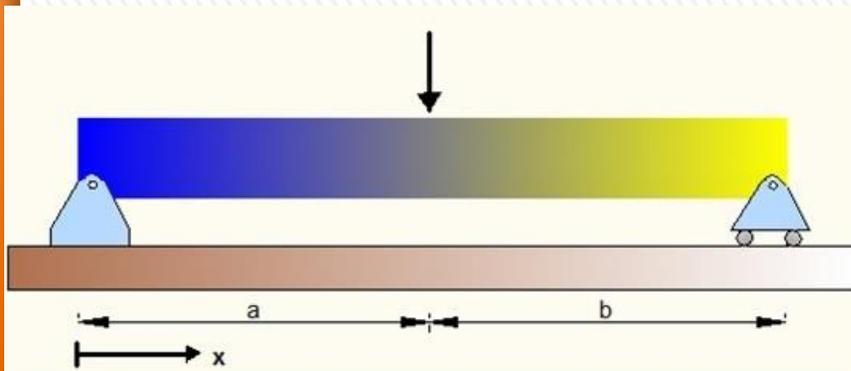
Cada trecho duas constantes:

- Se tem apoio no trecho: $v_A = 0$

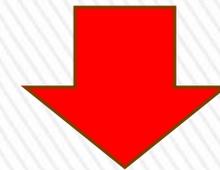
- Se tem engaste no trecho: $v_A = \theta_A = 0$



DEFLEXÃO EM VIGAS RETAS



- Compatibilizar deslocamentos e rotações entre pontos comuns dos trechos adjacentes



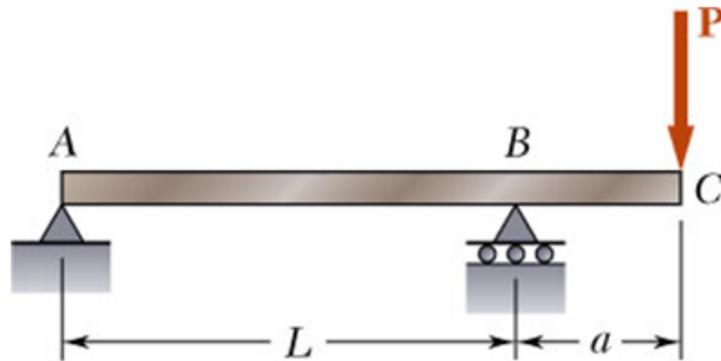
Todas as constantes são obtidas



EXEMPLO 1 – Resolver por integração direta

ESTÁTICA E MECÂNICA DOS MATERIAIS

Problema Resolvido 15.1



$$W 360 \times 101 \quad I = 302 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad E = 200 \text{ GPa}$$
$$P = 220 \text{ kN} \quad L = 4,5 \text{ m} \quad a = 1,2 \text{ m}$$

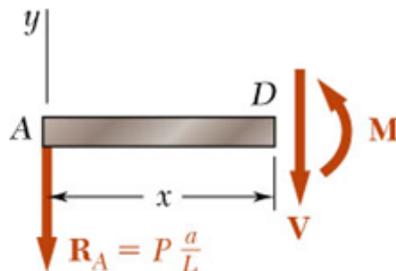
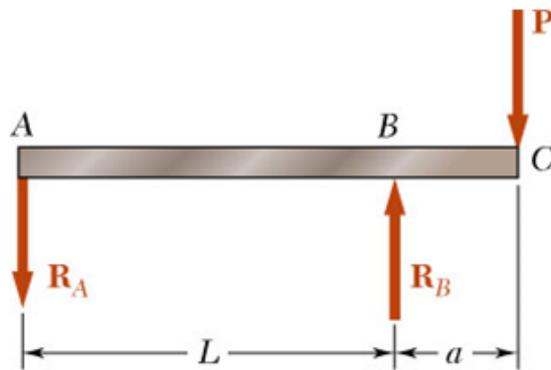
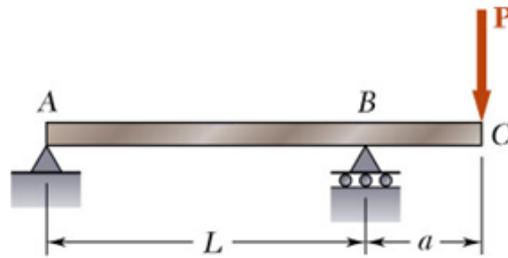
Para a parte AB da viga biapoiada com balanço, (a) determine a equação da linha elástica, (b) determinar a deflexão máxima e (c) avaliar $y_{m\acute{a}x}$.

SOLUÇÃO:

- Desenvolver uma expressão para $M(x)$ e obter a equação diferencial para a linha elástica.
- Integrar a equação diferencial duas vezes e aplicar as condições de contorno para a obtenção da linha elástica.
- Localizar o ponto de inclinação zero ou ponto de deflexão máxima.
- Avaliar a deflexão máxima correspondente.

ESTÁTICA E MECÂNICA DOS MATERIAIS

Problema Resolvido 15.1



SOLUÇÃO:

- Desenvolver uma expressão para $M(x)$ e obter a equação diferencial para a linha elástica.

- Reações:

$$R_A = \frac{Pa}{L} \downarrow \quad R_B = P \left(1 + \frac{a}{L}\right) \uparrow$$

- A partir do diagrama de corpo livre para a seção AD ,

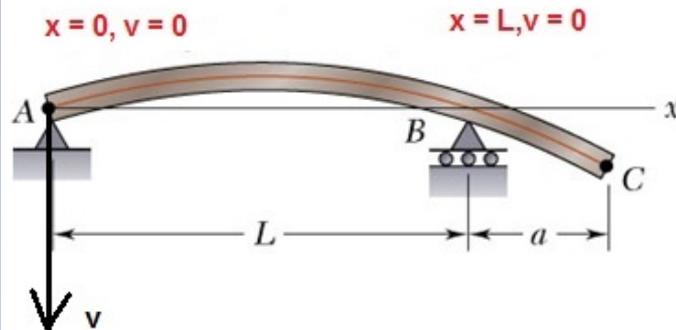
$$M = -P \frac{a}{L} x \quad (0 < x < L)$$

- A equação diferencial para a linha elástica,

$$EI \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = - \left[-P \frac{a}{L} x \right] = P \frac{a}{L} x$$

ESTÁTICA E MECÂNICA DOS MATERIAIS

Problema Resolvido 15.1



$$EI \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = P \frac{a}{L} x$$

Integrar a equação diferencial duas vezes e aplicar as condições de contorno para a obtenção da linha elástica.

$$EI \frac{dv}{dx} = \frac{1}{2} P \frac{a}{L} x^2 + C_1$$

$$EI v = \frac{1}{6} P \frac{a}{L} x^3 + C_1 x + C_2$$

Para $x = 0, v = 0$: $C_2 = 0$

Para $x = L, v = 0$: $0 = \frac{1}{6} P \frac{a}{L} L^3 + C_1 L$ $C_1 = -\frac{1}{6} PaL$

Substituindo,

$$EI \frac{dv(x)}{dx} = \frac{1}{2} P \frac{a}{L} x^2 - \frac{1}{6} PaL \quad \frac{dv(x)}{dx} = \theta(x) = \frac{PaL}{6EI} \left[3 \left(\frac{x}{L} \right)^2 - 1 \right]$$

$$EI v(x) = \frac{1}{6} P \frac{a}{L} x^3 - \frac{1}{6} PaLx$$

$$v(x) = \frac{PaL^2}{6EI} \left[\left(\frac{x}{L} \right)^3 - \frac{x}{L} \right]$$

ESTÁTICA E MECÂNICA DOS MATERIAIS

Problema Resolvido 15.1

$$y = \frac{PaL^2}{6EI} \left[\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right]$$

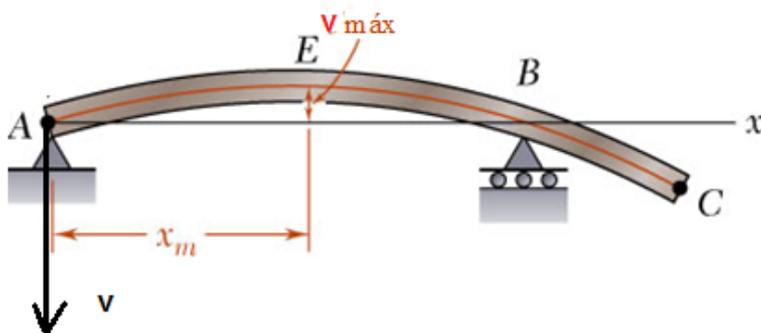
- Localizar o ponto de inclinação zero ou ponto de deflexão máxima.

$$\frac{dv}{dx} = 0 = \frac{PaL}{6EI} \left[3 \left(\frac{x_m}{L} \right)^2 - 1 \right] \quad x_m = \frac{L}{\sqrt{3}} = 0,577L$$

- Avaliar a deflexão máxima correspondente.

$$v(x = 0,577L)_{\text{máx}} = \frac{PaL^2}{6EI} \left[(0,577)^3 - (0,577) \right]$$

$$y_{\text{máx}} = -0,0642 \frac{PaL^2}{6EI}$$



$$v_{\text{máx}} = -0,0642 \frac{(220 \times 10^3 \text{ N})(1,2 \text{ m})(4,5 \text{ m})^2}{(200 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(302 \times 10^{-6} \text{ m}^4)}$$

$$y_{\text{máx}} = -5,7 \text{ mm}$$

Rotações:

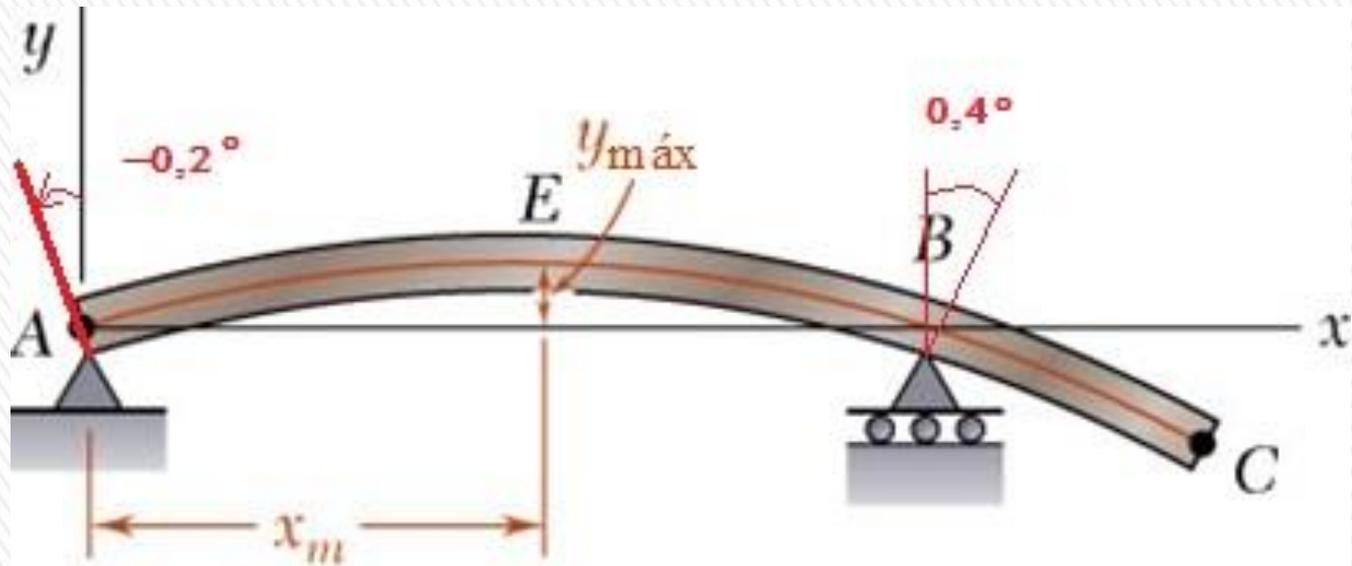
E
X
E
M
P
L
O

1

$$\theta(x) = \frac{PaL}{6EI} \left[3 \cdot \left(\frac{x}{L} \right)^2 - 1 \right]$$

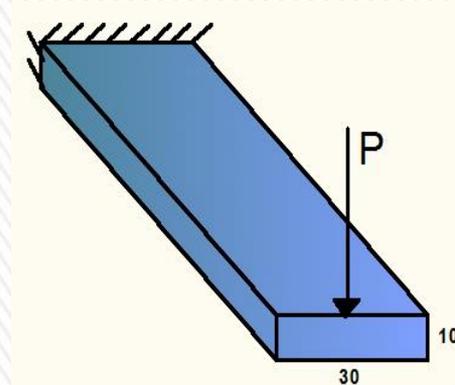
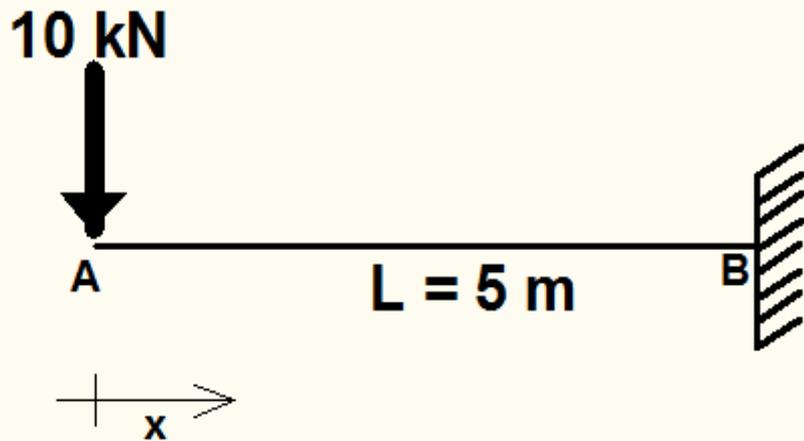
$$\theta(0) = \frac{PaL}{6EI} \left[3 \cdot \left(\frac{0}{L} \right)^2 - 1 \right] = -0,003278 \text{ rad} = -0,2^\circ$$

$$\theta(L) = \frac{PaL}{6EI} \left[3 \cdot \left(\frac{L}{L} \right)^2 - 1 \right] = 0,006556 \text{ rad} = 0,4^\circ$$

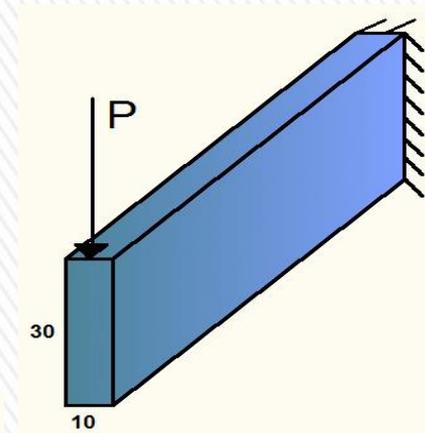


EXEMPLO 2 - Resolver por integração direta

Calcular os deslocamentos e rotações em A. Considere $E = 200 \text{ GPa}$ (aço estrutural). Avalie as duas situações abaixo.



Situação 2

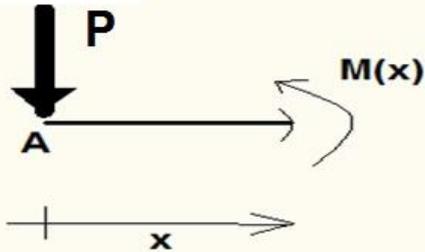


Situação 1



EXEMPLO 2 - Resolver por integração direta

a) Obter $M(x)$ e aplica-la nas equações de $v''(x)$:



$$M(x) = -P \cdot x$$

$$v''(x) = -\frac{M(x)}{EI} = \frac{P \cdot x}{EI}$$

$$v'(x) \cdot EI = \frac{P \cdot x^2}{2} + C_1$$

$$v(x) \cdot EI = \frac{P \cdot x^3}{6} + C_1 x + C_2$$

Condições de contorno:

$$v(L) = v'(L) = 0 \quad (\text{engaste}) \rightarrow C_1 = \frac{-P \cdot L^2}{2}; \quad C_2 = \frac{P \cdot L^3}{3}$$

$$v(x) = \frac{P}{6 \cdot EI} [x^3 - 3 \cdot L^2 \cdot x + 2 \cdot L^3]$$

$$v'(x) = \frac{P}{2 \cdot EI} [x^2 - L^2]$$

EXEMPLO 2 - Resolver por integração direta

b) Situação 1: substituir valores, em $x = 0$

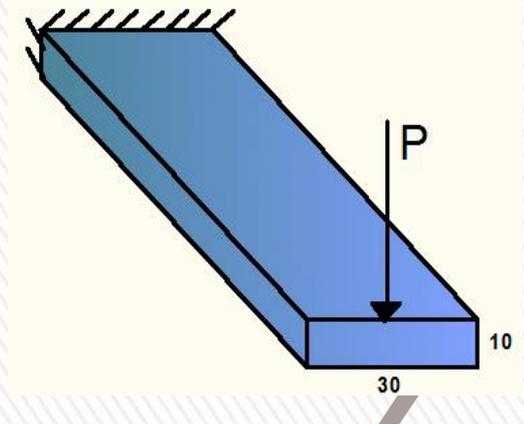
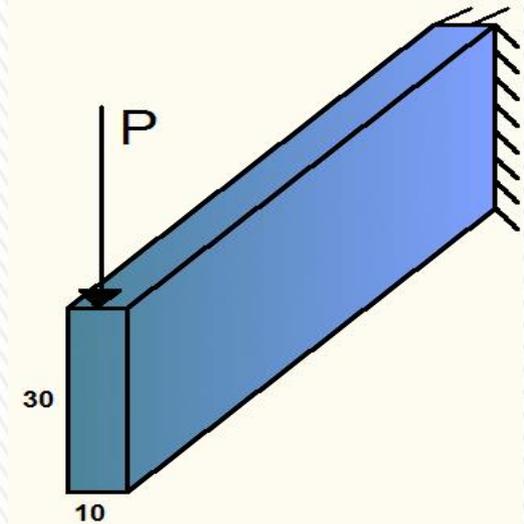
$$v(0) = \frac{10}{6.200.10^6 \cdot \frac{0,1.0,3^3}{12}} [0 - 0 + 2.(5)^3] = 0,0093m = 9,3mm$$

$$v'(0) = \frac{10}{2.200.10^6 \cdot \frac{0,1.0,3^3}{12}} [0 - 5^2] = -0,0028rad = -0,16^\circ$$

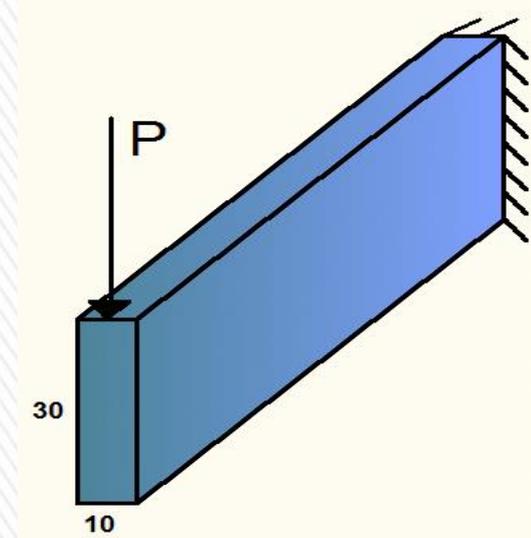
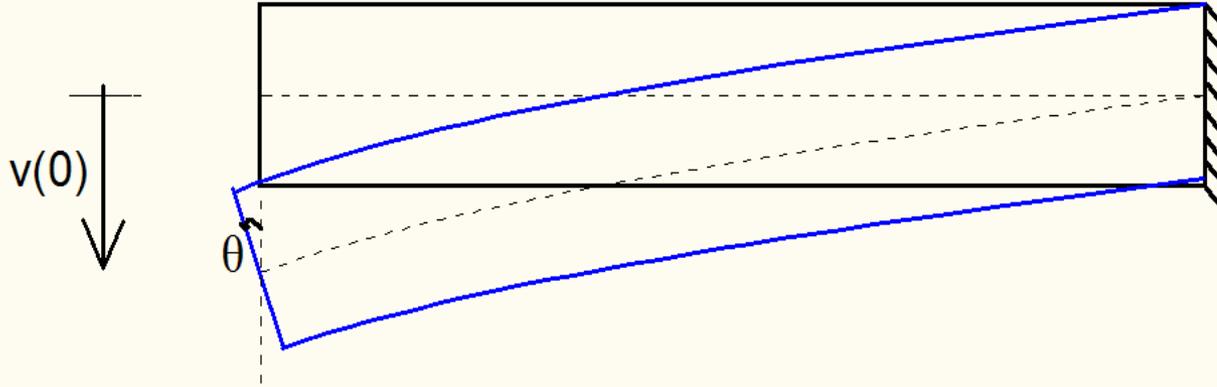
c) Situação 2: substituir valores, em $x = 0$

$$v(0) = \frac{10}{6.200.10^6 \cdot \frac{0,3.0,1^3}{12}} [0 - 0 + 2.(5)^3] = 0,0833m = 83,3mm$$

$$v'(0) = \frac{10}{2.200.10^6 \cdot \frac{0,3.0,1^3}{12}} [0 - 5^2] = -0,025rad = -1,4^\circ$$

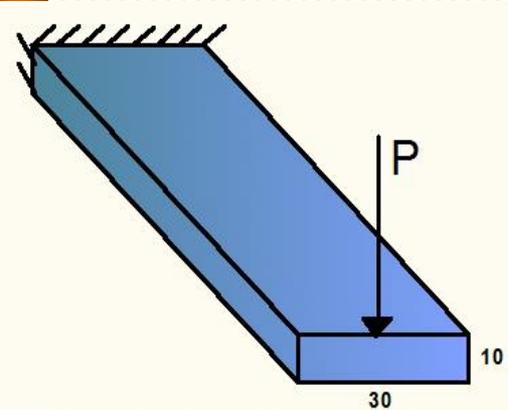


EXEMPLO 2 - Resolver por integração direta



$$v(0) = 9,3mm$$

$$\theta(0) = -0,16^\circ$$

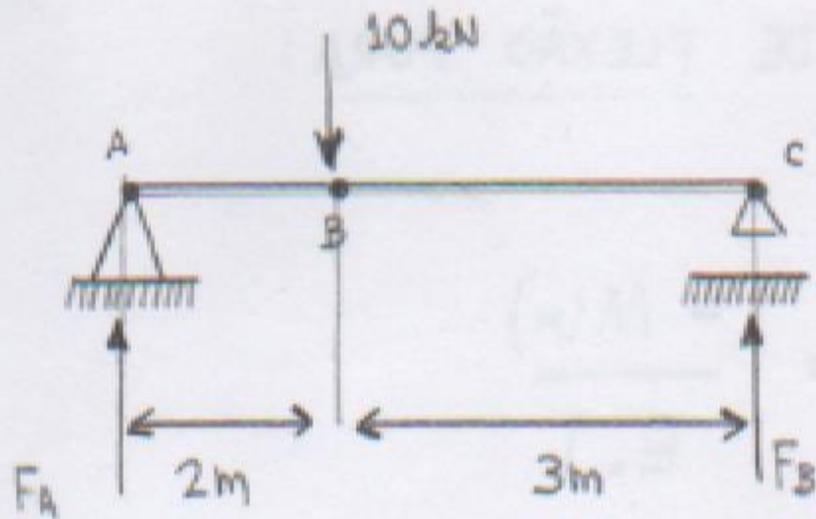


$$v(0) = 83,3mm$$

$$\theta(0) = -1,4^\circ$$



EXEMPLO 3 - Resolver por integração direta



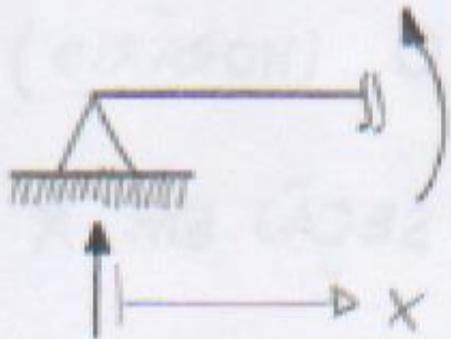
$E.I = \text{CONSTANTE}$

$$\sum M_A = 0 : F_B \cdot 5 = 10 \cdot 2 \rightarrow \begin{cases} B = 4 \text{ kN} \\ A = 6 \text{ kN} \end{cases}$$



EXEMPLO 3 - Resolver por integração direta

① $0 < x < 2\text{m}$:



$M(x)$

$$M(x) = 6x$$

$$F_A = 6\text{ kN}$$

$$\begin{cases} \sigma_1''(x) \cdot EI = -(6x) \\ \sigma_1'(x) \cdot EI = -\frac{6x^2}{2} + C_1 \\ \sigma_1(x) \cdot EI = -x^3 + C_1 x + C_2 \end{cases}$$



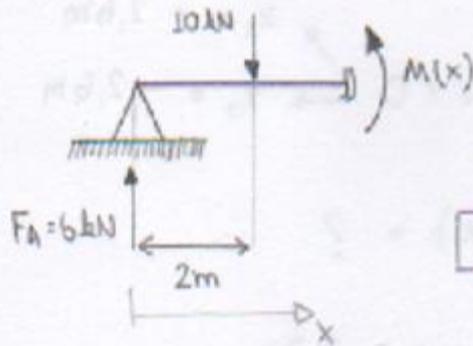
EXEMPLO 3 Resolver por integração direta

SABEMOS QUE NO APOIO O DESLOCAMENTO

É NULO (ZERO):

$$v(x=0) = 0 \therefore \boxed{C_2 = 0} \quad (1)$$

II $2 < x < 5\text{m}$:



$$M(x) = 6x - 10(x-2) \Rightarrow$$

$$\boxed{M(x) = -4x + 20}$$

$$v_2''(x) \cdot EI = -(-4x + 20) \Rightarrow$$

$$v_2'(x) \cdot EI = 2x^2 - 20x + C_3 \Rightarrow$$

$$v_2(x) \cdot EI = \frac{2}{3}x^3 - 10x^2 + C_3x + C_4$$

SABEMOS QUE NO APOIO O DESLOCAMENTO

É NULO (ZERO):



EXEMPLO 3 - Resolver por integração direta

$$v(x=5) = 0$$

: 2307 AT ou A

$$\frac{2}{3} \cdot (5)^3 + 10 \cdot (5)^2 + C_3 \cdot 5 + C_4 = 0 \quad (ii)$$

TAMBÉM SABEMOS QUE EM B = 2m :

$$v_1(x=2) = v_2(x=2) :$$

$$-(2)^3 + (2) \cdot C_1 = \frac{2}{3} \cdot (2)^3 - 40 + 2C_3 + C_4$$

(iii)

$$v_1'(x=2) = v_2'(x=2) :$$

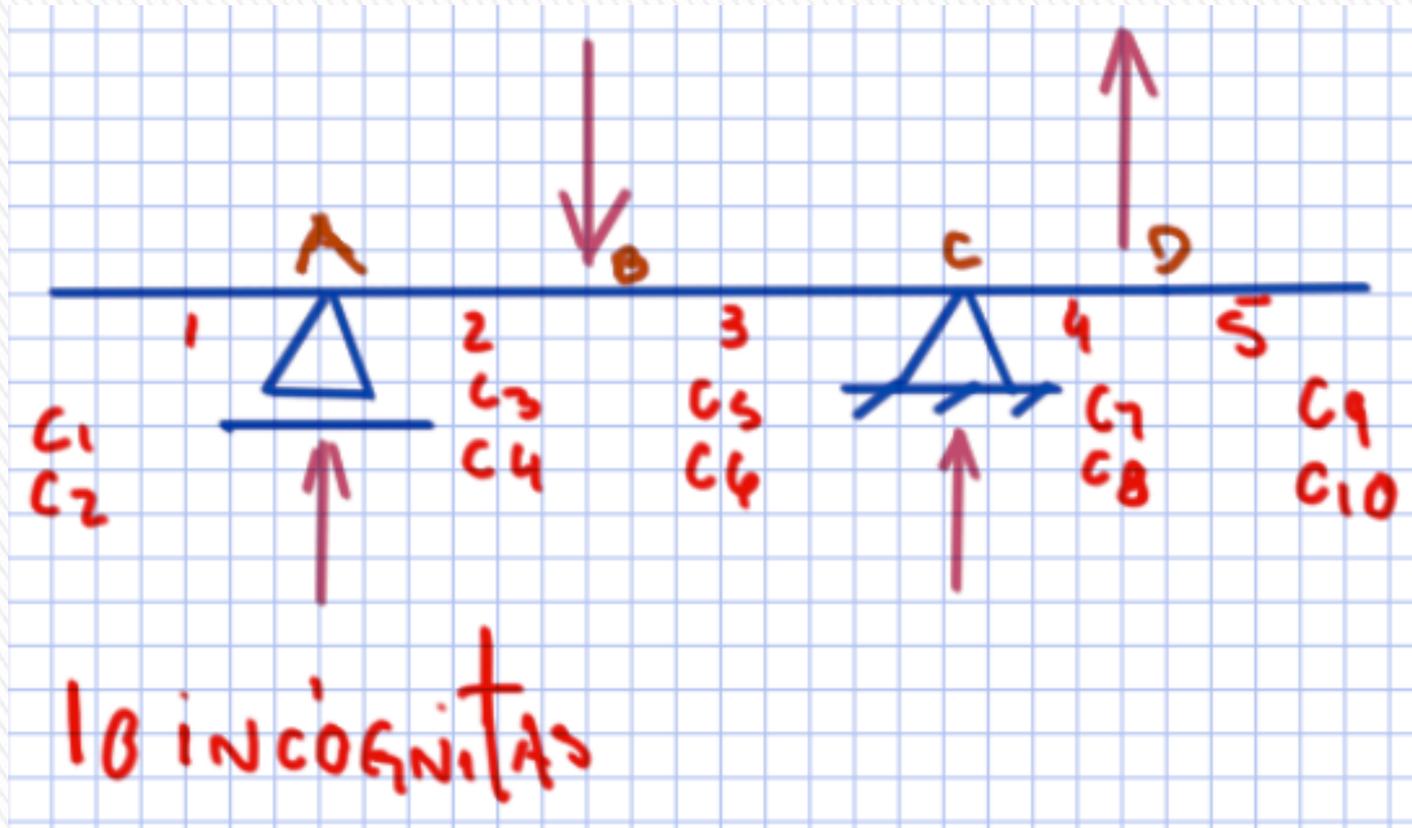
$$-3 \cdot (2)^2 + C_1 = 2 \cdot (2)^2 + 20 \cdot (2) + C_3$$

3 incógnitas
3 equações

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1000 \\ -80/3 \\ 60 \end{pmatrix}$$



Para casos gerais - Resolver por integração direta



Muitas cargas: trabalhoso!



Método baseado no uso de funções singulares

Funções de descontinuidades – Funções de MacAuley

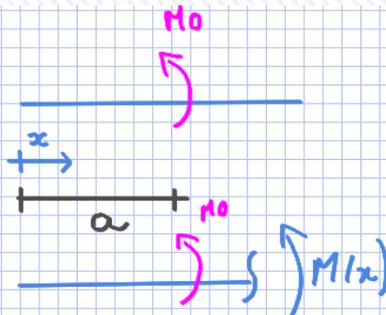
As funções singulares são definidas por:

$$\langle x - a \rangle^n = \begin{cases} (x - a)^n & \text{quando } x \geq a \\ 0 & \text{quando } x < a \end{cases}$$

$$\int \langle x - a \rangle^n dx = \frac{1}{n + 1} \langle x - a \rangle^{n+1} \quad \text{para } n \geq 0$$

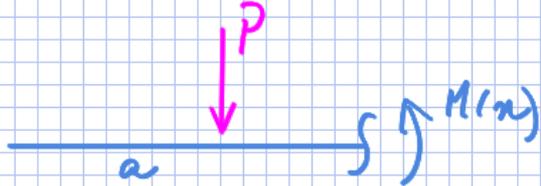
Método baseado no uso de funções singulares

Funções de descontinuidades – Funções de MacAuley



$\Sigma M=0$

$$M(x) + M_0 \langle x-a \rangle^0 = 0$$
$$M(x) = -M_0 \langle x-a \rangle^0 \begin{cases} \text{se } x < a \rightarrow M(x) = 0 \\ \text{se } x > a \rightarrow M(x) = -M_0 \langle x-a \rangle^0 \end{cases}$$



$\Sigma M=0: M(x) + P \langle x-a \rangle = 0$

$$M(x) = -P \langle x-a \rangle \begin{cases} \text{se } x < a \rightarrow M(x) = 0 \\ \text{se } x > a \rightarrow M(x) = -P \langle x-a \rangle \end{cases}$$

Método baseado no uso de funções singulares

Funções de descontinuidades – Funções de MacAuley

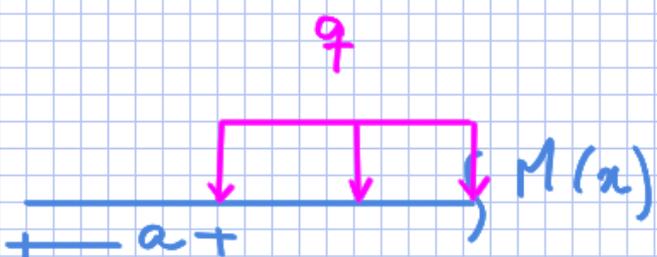
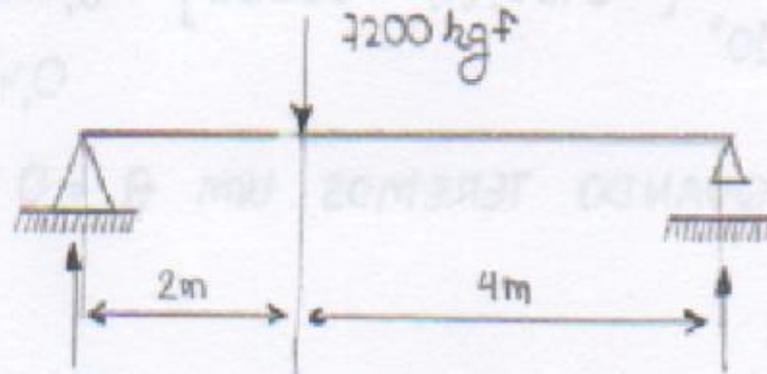


Diagram illustrating a rectangular load q applied to a beam starting at position a . The load function $M(x)$ is shown as a pink curve that is zero for $x < a$ and a downward-opening parabola for $x > a$.

$$M(x) + \frac{q}{2} \langle x-a \rangle^2 = 0$$
$$M(x) = -\frac{q}{2} \langle x-a \rangle^2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{se } x < a \rightarrow M(x) = 0 \\ \text{se } x > a \rightarrow M(x) = -\frac{q}{2} (x-a)^2 \end{array} \right\}$$

EXEMPLO 4 - Funções de descontinuidades

EXERCÍCIO 21 : $E.I = 10^6 \text{ kgf m}^2$



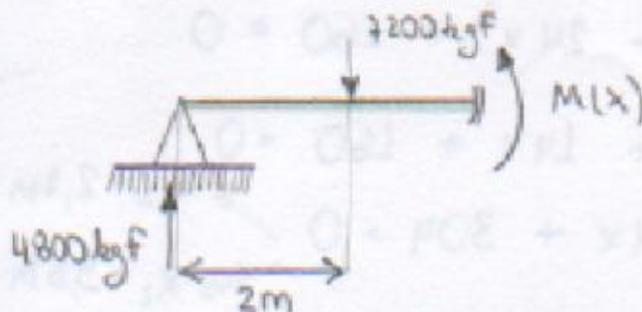
$$A = 4800 \text{ kgf}$$

$$B = 2400 \text{ kgf}$$

• $v(x) = ?$

• $v_{\text{máx}} = ?$

Ⓐ OBTEN $M(x)$ POR MACAULY



EXEMPLO 4 - Funções de descontinuidades

$$M(x) + 7200 \cdot \langle x-2 \rangle - 4800 \cdot \langle x \rangle = 0$$

$$M(x) = 4800 \cdot \langle x \rangle - 7200 \cdot \langle x-2 \rangle$$

$$v''(x) = \frac{-M(x)}{E.I}$$

$$\int v''(x) \cdot EI = \int (-4800 \cdot \langle x \rangle + 7200 \cdot \langle x-2 \rangle)$$

$$\int v'(x) \cdot EI = -\frac{4800}{2} \cdot \langle x \rangle^2 + \frac{7200}{2} \cdot \langle x-2 \rangle^2 + C_1$$

$$v(x) \cdot EI = 1200 \langle x-2 \rangle^3 - 800 \langle x \rangle^3 + C_1 x + C_2$$

CONDIÇÕES DE CONTORNO:

$$\text{I) } v(x=0) = 0 :$$

$$-800 \cdot (0)^3 + C_1 \cdot 0 + C_2 = 0 : \boxed{C_2 = 0}$$

$$\text{II) } v(x=6) = 0 :$$

$$1200 \cdot (6-2)^3 - 800 \cdot (6)^3 + C_1 \cdot 6 = 0 :$$

$$\boxed{C_1 = 16.000}$$

EXEMPLO 4 - Funções de descontinuidades

ENTÃO:

$$v(x) = \frac{1}{E.I} [1200 \cdot (x-2)^3 - 800 \cdot (x)^3 + 16000x]$$

$$v'(x) = \frac{1}{E.I} [3600 \cdot (x-2)^2 - 2400 \cdot (x)^2 + 16000]$$

CALCULANDO O DESLOCAMENTO EM $x = 2$:

$$v(x=2) = \frac{1}{10^6} [-800 \cdot (2)^3 + 16000 \cdot 2] = 2,56 \text{ cm}$$

$$v'(x=2) = \frac{1}{10^6} [-2400 \cdot (2)^2 + 16000] = 6,4 \times 10^{-3} = 0,4^\circ$$

EXEMPLO 4 - Funções de descontinuidades

PERGUNTA: QUANDO TEREMOS UM $\theta = 0$?

$$V'(x) = 0 :$$

$$3600 \cdot (x-2)^2 - 2400 \cdot x^2 + 16000 = 0$$

i) SE $x > 2m$:

$$3600 \cdot (x-2)^2 - 2400 \cdot x^2 + 16000 = 0$$

$$36 \cdot (x^2 - 4x + 4) - 24x^2 + 160 = 0$$

$$12x^2 - 144x + 144 + 160 = 0$$

$$12x^2 - 144x + 304 = 0$$

$$x_1 = 2,7m$$

$$x_2 = 9,6m$$

INTERVALO DO MEU PROBLEMA: $2m < x < 6m$:

$$x_1 = 2,7m$$

$$\theta(x = 2,7m) = \frac{1}{10^6} [3600 \cdot (2,7-2)^2 - 2400 \cdot (2,7) + 16000]$$

ii) SE $x < 2m$:

$$-2400 \cdot x^2 + 16000 = 0 \begin{cases} x_1 = +2,6m \\ x_2 = -2,6m \end{cases}$$

PERGUNTA: $\theta_{\max}(x) = ?$

Como $\theta = 0^\circ$ em $x = 2,7m$:

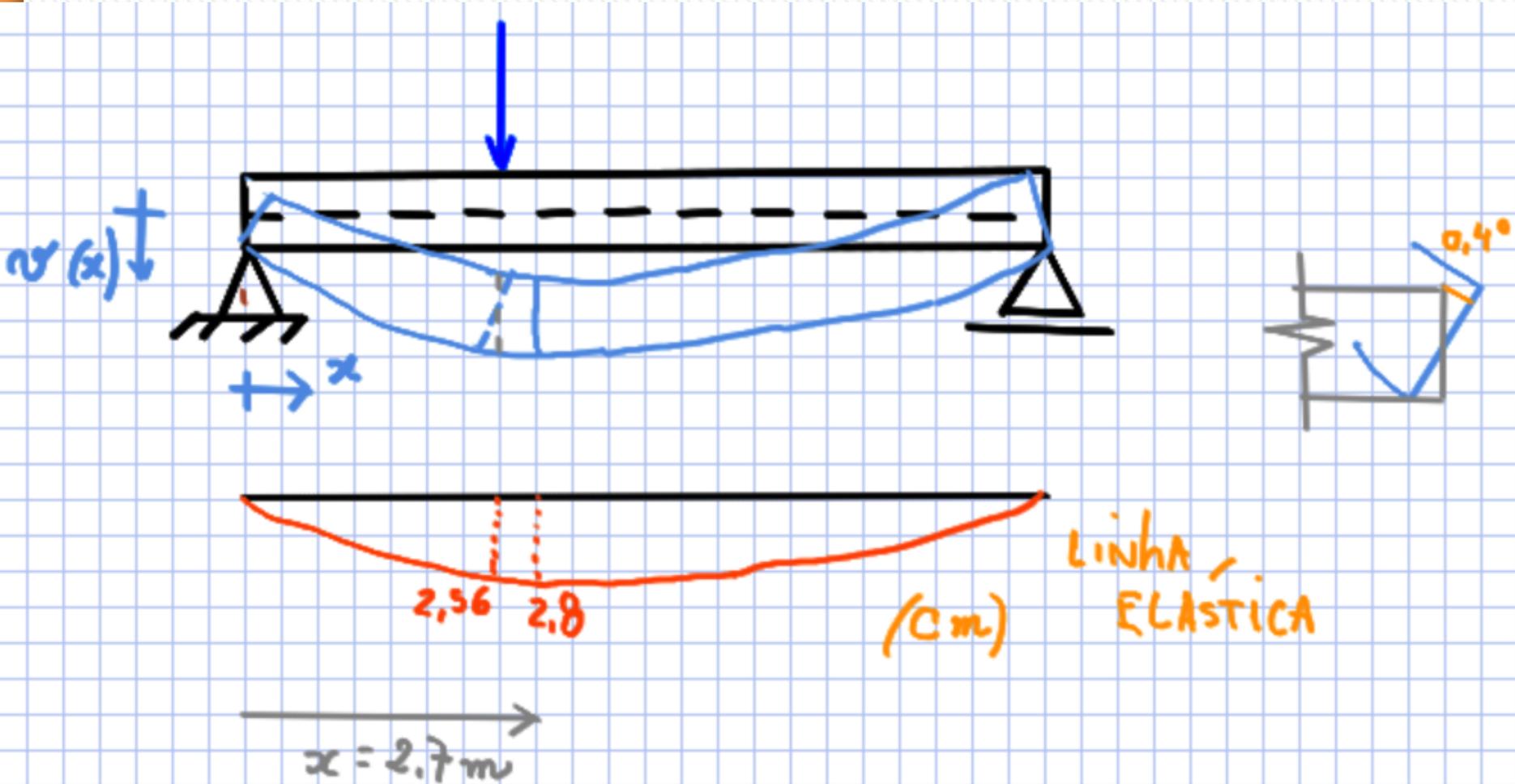
$$\theta_{\max}(x = 2,7m) = \frac{1}{10^6} [1200 \cdot (2,7-2)^2 - 800 \cdot 2,7 + 16000 \cdot 2,7]$$

$$\theta_{\max}(x = 2,7m) = 0,0273m$$

$$\theta_{\max}(x = 2,7m) = 2,73cm$$

EXEMPLO 4 - Funções de descontinuidades

EXEMPLO 4 - Funções de descontinuidades



EXEMPLO 5 - Funções de descontinuidades

3.6.29) Para a viga hiperestática da figura 3.49, obter:

- As reações verticais A, B e C;
- Sabendo-se que o máximo valor admissível para o deslocamento do ponto D seja de 1 cm em módulo, e que a seção transversal da viga é quadrada de lado “ h ”, obter o menor valor de “ h ”. Dados: $q = 12 \text{ kN/m}$; $L = 4 \text{ m}$; $E = 200 \text{ GPa}$.

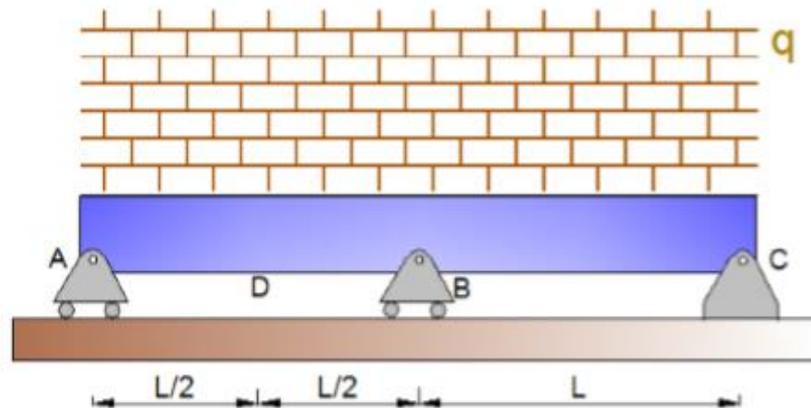
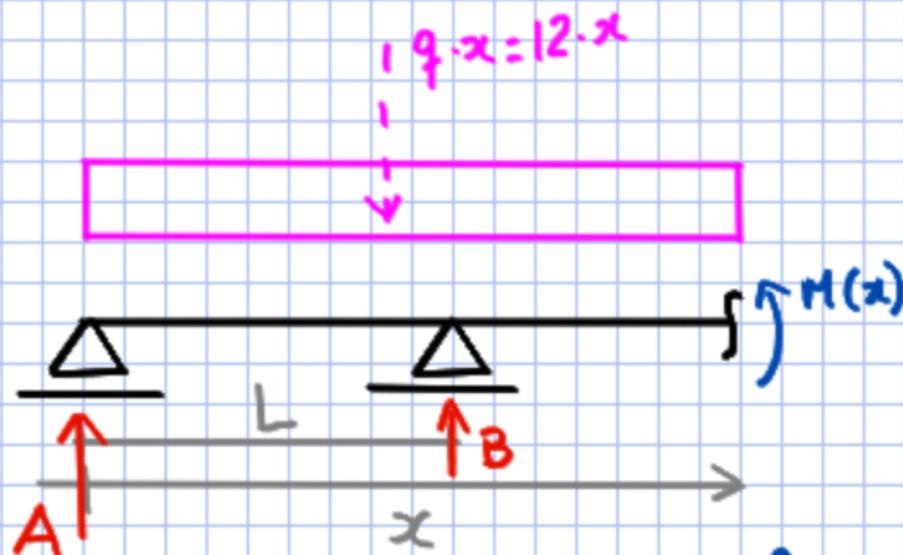


Figura 3.49 - Viga hiperestática com dois tramos sujeita a carga distribuída.

Resolução:

- Com o apoio da figura 3.49b, a equação do momento fletor em termos das reações A e B fica:

EXEMPLO 5 - Funções de descontinuidades



$$\sum M_S = 0: M(x) + \frac{12 \langle x \rangle^2}{2} - A \langle x \rangle - B \langle x - L \rangle = 0$$

$$M(x) = A \langle x \rangle + B \langle x - L \rangle - 6 \langle x \rangle^2$$

$$v''(x) = -\frac{M_z(x)}{E I_z}$$

$$M(x) = A \cdot x + B \cdot \langle x - L \rangle - 6x^2 \text{ e } v''(x) \cdot EI = -A \cdot x - B \cdot \langle x - L \rangle + 6 \cdot x^2$$

E integrando uma e duas vezes:

$$v'(x) \cdot EI = 2 \cdot x^3 - 0,5 \cdot A \cdot x^2 - 0,5 \cdot B \langle x - L \rangle^2 + C_1$$

$$v(x) \cdot EI = 0,5x^4 - \frac{1}{6} \cdot A \cdot x^3 - \frac{1}{6} \cdot B \langle x - L \rangle^3 + C_1 x + C_2$$

EXEMPLO 5 - Funções de descontinuidades

$$v'(x).EI = 2.x^3 - 0,5.A.x^2 - 0,5.B\langle x - 4 \rangle^2 + C_1$$

$$v(x).EI = 0,5x^4 - \frac{1}{6}.A.x^3 - \frac{1}{6}.B\langle x - 4 \rangle^3 + C_1x + C_2$$

Condições de contorno: $v(0) = 0 = C_2$; $v(4) = 0 \rightarrow$

$$C_1 = \frac{16}{6}A - 32 \quad (\text{Eq. a})$$

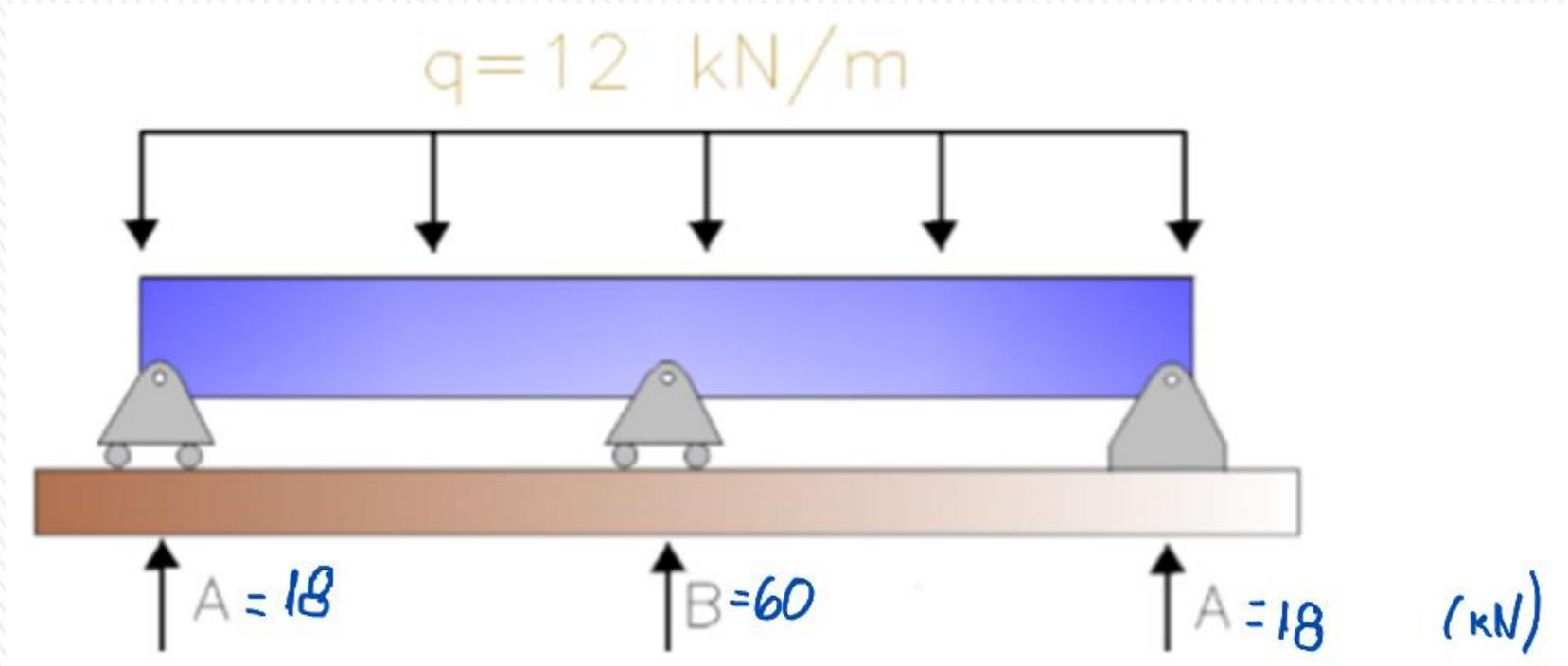
$$v(8) = 0 \rightarrow C_1 = \frac{64}{6}A + \frac{8}{6}B - 256 \quad (\text{Eq. b})$$

Com a equação de equilíbrio de momento em C: $2.A + B = 96$ (Eq. c)

Confrontando as eqs. (a), (b) e (c): $A = 18 \text{ kN}$ $B = 60 \text{ kN}$

E por equilíbrio das forças na vertical: $C = 18 \text{ kN}$

EXEMPLO 5 - Funções de descontinuidades



EXEMPLO 5 - Funções de descontinuidades

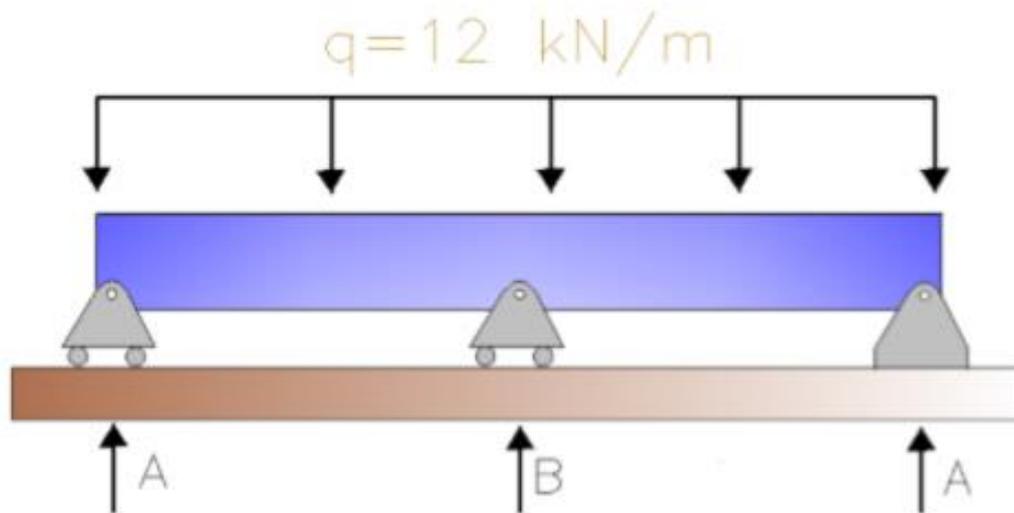
b) A equação da linha elástica fica:

$$v(x).EI = 0,5.x^4 - 3.x^3 - 10\langle x - 4 \rangle^3 + 16.x$$

$$\text{Assim: } v(x = 2).EI = 0,5x^4 - 3.x^3 - 10.\langle x - 4 \rangle^3 + 16.x \leq 1.10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{Com } I = \frac{h^4}{12}, \text{ então: } h^4 \geq \frac{16.12}{200.10^6.1.10^{-2}} \rightarrow h^4 \geq 9,6.10^{-5} \rightarrow h \geq 9,9.10^{-2} \text{ m}$$

Portanto: $h = 9,9 \text{ cm}$



EXEMPLO 6 - Funções de descontinuidades

3.6.27) Sabe-se que a viga da figura 3.47 está engastada a esquerda e a direita existe um apoio infinitamente rígido que está a uma distância na vertical de “f” da viga. Atua-se um carregamento distribuído. Obtenha:

- 1) A reação do apoio a direita e o diagrama de momento fletor da viga, indicando pontos máximos e seus valores;
 - 2) Deslocamento vertical máximo e sua posição bem como o diagrama da linha elástica do deslocamento vertical, indicando pontos relevantes.
- Adote: $EI = \text{cte} = 10^5 \text{ kN.m}^2$; $q = 24 \text{ kN/m}$; $L = 10 \text{ m}$, $f = 10 \text{ cm}$.

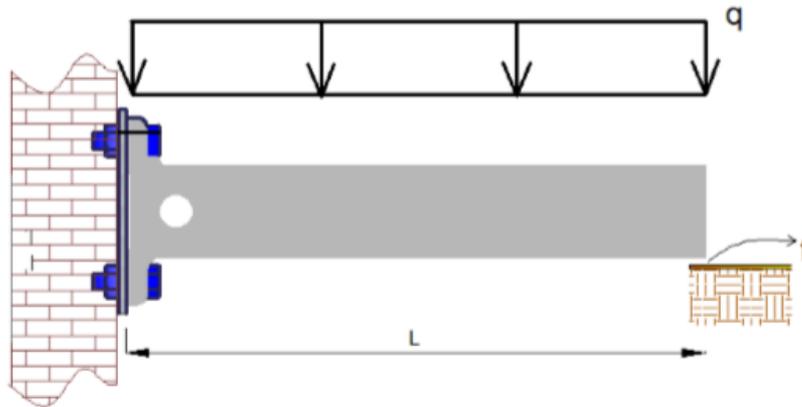


Figura 3.47 - Viga em balanço com carga distribuída com restrição de flecha.

Resolução:

Pode-se escrever a equação de momento em termos da reação R, figura 3.47b, como:

$$M(x) = A \cdot x - (1200 - 10 \cdot R) - 12 \cdot x^2$$

EXEMPLO 6 - Funções de descontinuidades

Pode-se escrever a equação de momento em termos da reação R, figura 3.47b, como:

$$M(x) = A \cdot x - (1200 - 10 \cdot R) - 12 \cdot x^2$$

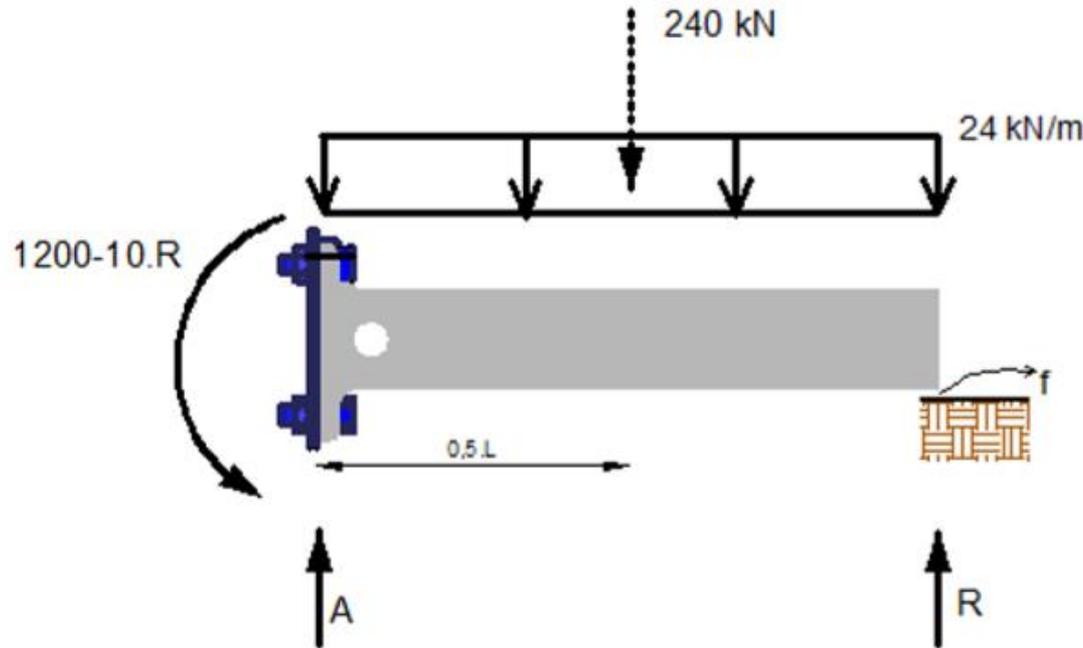


Figura 3.47b – Reações da viga em balanço.

EXEMPLO 6 - Funções de descontinuidades

Assim: $v''(x).EI = -M(x) = -A.x + (1200 - 10.R) + 12.x^2$ e integrando uma e duas vezes: $v'(x).EI = 4.x^3 + (1200 - 10.R).x - 0,5A.x^2 + C_1$ e $v(x).EI = x^4 + (600 - 5R).x^2 - A\frac{x^3}{6} + C_1.x + C_2$

Condições de contorno: $v'(0) = 0 = C_1$; $v(0) = 0 = C_2$.

Se $f = 0,1$ m e sabendo que $A = 240 - R$:

a) Reação de apoio à direita é: $R = 60$ kN. Assim: $M(x) = 180.x - 12.x^2 - 600$ e $M(0) = -600$ kNm, e $M'(x) = 180 - 24.x = 0 \rightarrow x = 7,5$ m, e momento máximo fica: $M(x = 7,5) = 75$ kN.m

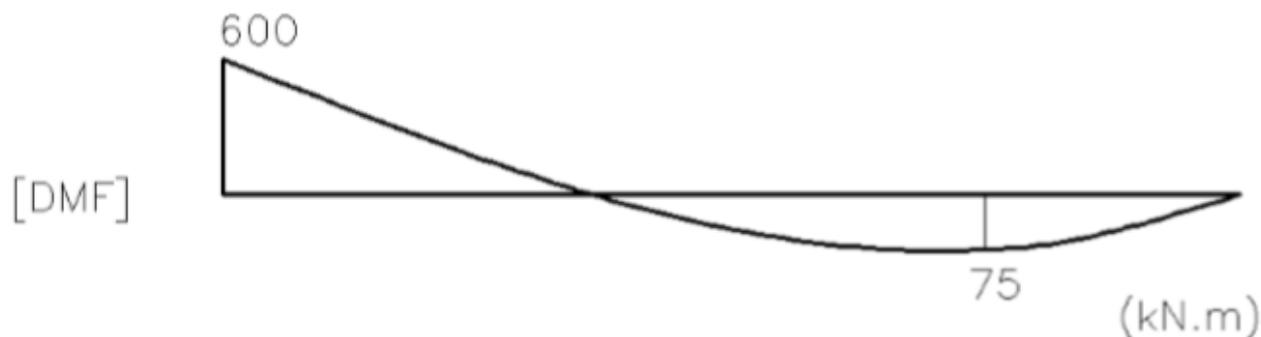


Figura 3.47c – Diagrama de momento fletor.

EXEMPLO 6 - Funções de descontinuidades

b) A equação da linha elástica fica indicada por: $v(x) = \frac{1}{EI} [300 \cdot x^2 + x^4 - 30 \cdot x^3]$
Não existe extremo dentro do intervalo, assim, o máximo valor é para $x = 10$ m, com $v(x = 10) = 0,1$ m.

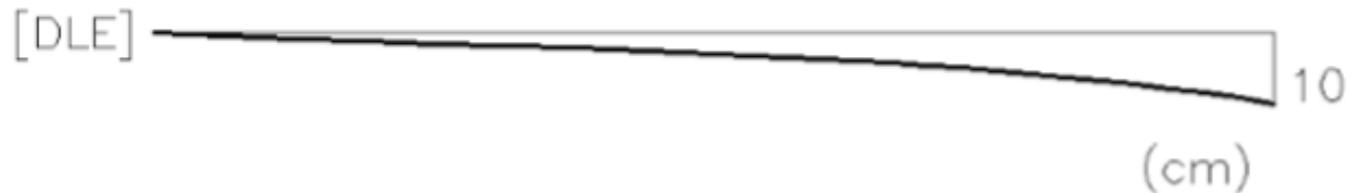


Figura 3.47d – Diagrama da linha elástica